الفصل الثاني

المفاهيم والقوانين الأساسية في الدارات الكهربائية

2.1 عناصر الدارة الكهربائية (ELECTRIC CIRCUITELEMENTS)

2.2 الدارة التسلسلية SERIES CIRCUITS

2.3 منابع الجهد على التسلسل VOLTAGE SOURCES IN SERIES

2.4 قانون كيرشوف للجهود KIRCHHOFF'S VOLTAGE LAW (*KVL*)

2.5 قانون مجزئ الجهد VOLTAGE DIVIDER RULE (***VDR***)

2.6 الدارات التفرعية (PARALLEL CIRCUITS)

2.7 قانون كيرشوف للتيارات KIRCHHOFF'S CURRENT LAW (*KCL*)

2.8 قانون مجزئ التيار: CURRENT DIVIDER RULE (*CDR*)

2.9 تحويل منبع الجهد إلى منبع التيار
Voltage–Current Source Transformation

2.10 نظرية التراكم (SUPERPOSITION THEOREM)

2.11 نظرية ثيفينين (THEVENIN'S THEOREM)

2.12 نظرية نورتون (*NORTON'S THEOREM*)

2.13 تحليل الدارة بطريقة الحلقات (MESH ANALYSIS)

2.14 تحليل الدارة بطريقة العقد (NODAL ANALYSIS)

Dr.Sadek pro

2.1 عناصر الدارة الكهربائية

إن العناصر الأساسية في الدارة هي المنبع و مصرف الطاقة ووسط نقل الطاقة (أسلاك التوصيل).

ويمكن تصنيف عناصر الدارة الكهربائية بمجموعتين هما: عناصر فعالة وعناصر غير فعالة.

عناصر الدارة غير الفعالة

إن عناصر الدارة غير الفعالة الأساسية هي المقاومة و المكثفة و الملف (المحرض) . وهذه العناصر لا تولد طاقة كهربائية، إنما تبدد الطاقة الكهربائية (أي تحوّل الطاقة الكهربائية إلى شكل آخر للطاقة مثل الحرارة والضوء....)، أو تخزّن الطاقة في الحقل الكهربائي والحقل المغناطيسي.

عناصر الدارة الفعالة

هي عناصر تولد وتنتج الطاقة الكهربائية (انتاج الطاقة يعني تحويل الطاقة غير الكهربائية إلى طاقة كهربائية)، و بالتالي فالعناصر الفعالة هي منابع طاقة (المنابع الكهربائية)، و تصنف بنوعين من المنابع، منابع جهد ومنابع تيار.

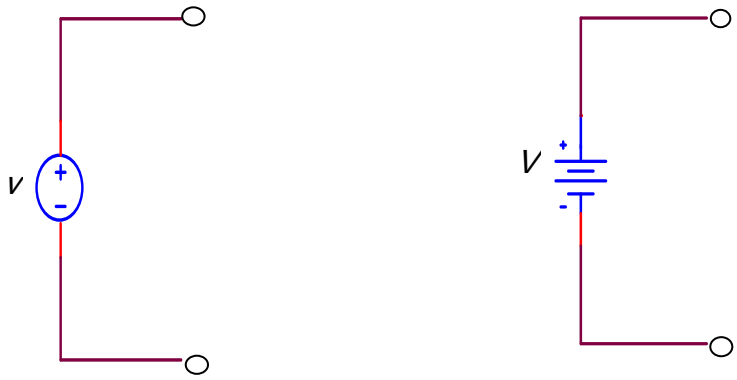
فمنابع الجهد هي منابع تحافظ على فرق جهد ثابت بين طرفيها يساوي جهد المنبع الداخلي $V = E$. أما منابع التيار هي منابع تحافظ على تيار ثابت بين طرفيها يساوي تيار المنبع الداخلي $I = I_S$.

و تصنف المنابع إلى منابع مستقلة حيث الجهود أو التيارات المتولدة لا تتعلق بجهود أو تيارات دارة أخرى، و كذلك منابع غير مستقلة حيث الجهود و التيارات المتولدة تتعلق بجهود و تيارات دارة كهربائية أخرى.

المنابع المستقلة

منبع جهد مستقل

يولد فرق جهد محدد بين طرفي المنبع بصرف النظر عن الدارة الموصولة به ، بينما التيار المتولد يتعلق بالدارة الموصولة. و رمز منبع الجهد المستقل مبيّن بالشكل (2.1).

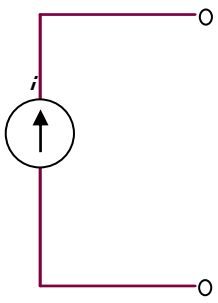


الشكل (2.1) رمز منبع الجهد المستقل

منبع التيارالمستقل

يولد تيار محدد بين طرفي المنبع بصرف النظر عن الدارة الموصولة به ، بينما الجهد المتولد يتعلق بالدارة الموصولة. ويبيّن الشكل (2.2) رمز منبع التيار المستقل.

Dr.Sadek pro

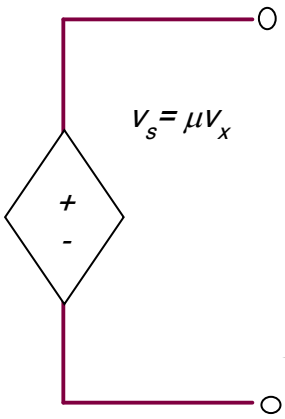


الشكل (2.2) رمز منبع التيار المستقل

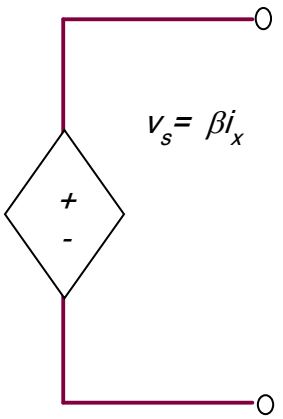
المنابع غير المستقلة

منابع جهد غير مستقلة

الجهود و التيارات المتولدة عن المنابع غير المستقلة تتعلق بجهود و تيارات دارة كهربائية أخرى. إن رموز منابع الجهد غير المستقلة مبينة بالشكل (2.3a) و (2.3b)

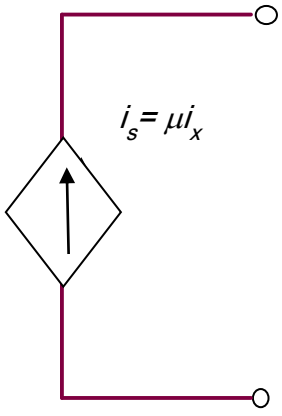


منبع جهد محكوم بالجهد
الشكل (2.3a)

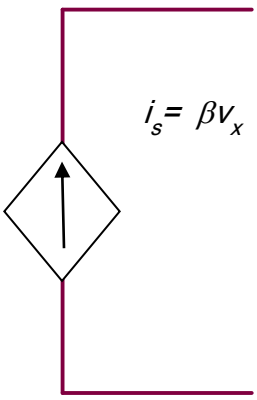


منبع جهد محكوم بالتيار
الشكل (2.3b)

إن رموز منابع التيار غير المستقلة مبينة بالشكل (2.4a) و (2.4b) .



الشكل (2.4b) منبع تيار محكوم بالتيار

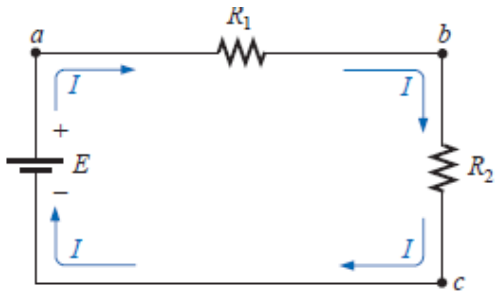


الشكل (2.4a) منبع تيار محكوم بالجهد

Dr.Sadek pro

2.2 الدارة التسلسلية (SERIES CIRCUITS)

تتكون الدارة التسلسلية من عدد من العناصر تتصل مع بعضها في نقاط بحيث توجد نقطة مشتركة فقط بين كل عنصرين متجاورين. فالشكل (2.5) يمثل دارة تسلسلية تحتوي ثلاث نقاط a , b , c تحقق شرط الوصل على التسلسل بين عناصر الدارة، و تشكل حلقة مغلقة يمر بها تيار وحيد شدته **I**.



(a) Series circuit

الشكل (2.5) دارة تسلسلية

إن المقاومة الكلية لدارة تسلسلية تساوي مجموع المقاومات الموصولة على التسلسل فالمقاومة الكلية لـ N مقاومة على التسلسل تعطى بالعلاقة التالية:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_N \qquad \text{(ohms, } \Omega\text{)}$$

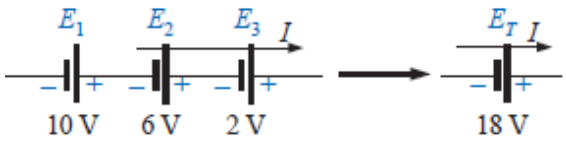
و شدة التيار المار في الدارة :

$$I_s = \frac{E}{R_T} \qquad \text{(amperes, A)}$$

2.3 منابع الجهد على التسلسل :

عندما توصل منابع الجهد على التسلسل كما في الشكل (2.6a) فالجهد الكلي يساوي إلى مجموع جهود المنابع عندما يكون لها نفس القطبية ويساوي الفرق عندما تكون بقطبية معاكسة وبالتالي الجهد الكلي يساوي:

$$E_T = E_1 + E_2 + E_3$$



(a)

الشكل (2.6a) منابع جهد موصولة على التسلسل وبنفس القطبية

Dr.Sadek pro

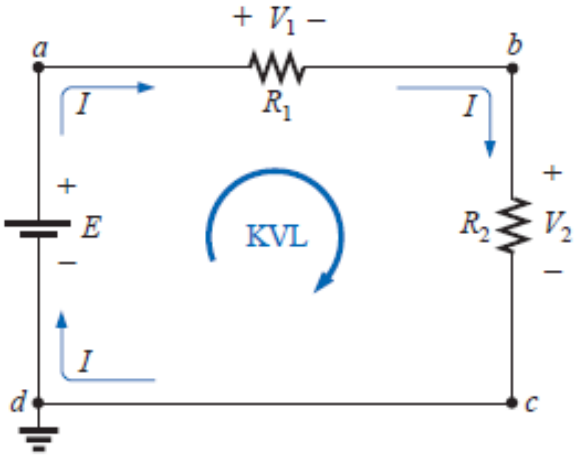
2.4 قانون كيرشوف للجهود : Kirchhoff's Voltage Law (*KVL*) :

ينص قانون كيرشوف للجهود، **أنه في حلقة مغلقة من شبكة كهربائية يكون المجموع الجبري لارتفاعات الجهود و انخفاضاتها (هبوطاتها) مساوياً للصفر** .

في الشكل (2.7) الدارة الكهربائية التسلسلية تشكل الحلقة المغلقة (*a b c d a*)، وبالتالي مجموع ارتفاعات الجهود وهبوطاتها يجب أن يتم في نفس الاتجاه حول الحلقة ، وتم اعتبار جهة المسار المغلق هي جهة دوران عقارب الساعة ، وتشير إشارة (+) إلى ارتفاع الكمون بين طرفي عنصر (جهة المسار من القطبية – إلى القطبية +) وكذلك تشير إشارة (-) إلى هبوط الكمون (جهة المسار من القطبية + إلى القطبية -)

في الشكل (2.3) إذا بدأنا من النقطة a وتابعنا المسار المغلق بجهة دوران عقارب الساعة نحو النقطة b ، فإننا نقابل هبوط الكمون V_1 (من + إلى -) عبر المقاومة R_1 ، وثم هبوط كمون آخر V_2 عبر R_2 ، وثم ارتفاع في الكمون E (من - إلى +) ثم نصل إلى النقطة a . وبالتالي نعبر عن قانون كيرشوف :

$$\sum V = 0$$



الشكل (2.7) تطبيق قانون كيرشوف للجهود في دارة تسلسلية

في الدارة المبينة بالشكل (2.7) لدينا:

$$+E - V_1 - V_2 = 0$$

أو

$$E = V_1 + V_2$$

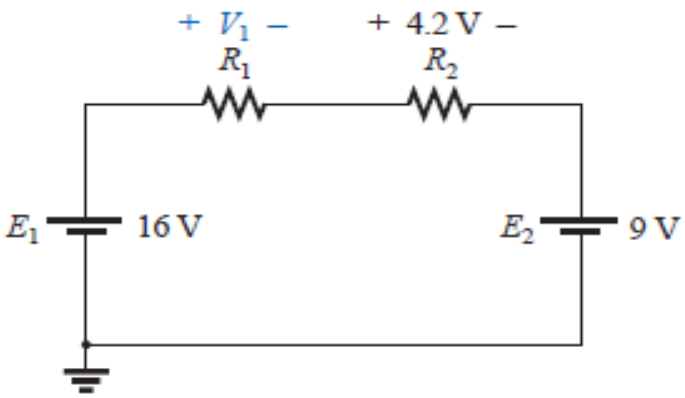
والتي تبين أن:

Dr.Sadek pro

$$\sum_{C} V_{rises} = \sum_{C} V_{drops}$$

وتعبّر هذه العلاقة عن صيغة أخرى **لقانون كيرشوف للجهود .**

مثال (2.1): حدد قيمة فرق الكمون المجهول في الدارة المبينة جانباً



الحل: بتطبيق قانون كيرشوف للجهود في الدارة المغلقة وبجهة دوران عقارب الساعة نجد:

$$+E - V_1 - V_2 - E_2 = 0$$

$$\Rightarrow V_1 = E_1 - V_2 - E_2 = 16\,V - 4.2\,V - 9\,V = 2.8\,V$$

2.5 قانون مجزئ الجهد : VOLTAGE DIVIDER RULE (VDR)

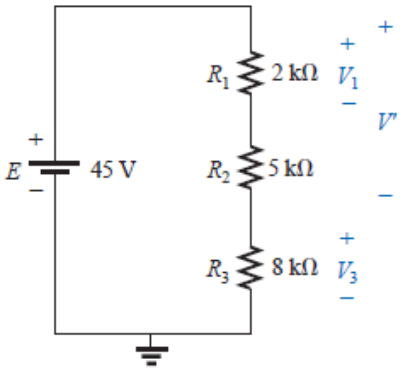
ينص قانون مجزيء الجهد: إن فرق الكمون V_x بين طرفي مقاومة في دارة تسلسلية تحوي مقاومات موصولة على التسلسل يساوي إلى جداء قيمة المقاومة R_x والجهد المطبق على الدارة E والناتج يقسم على مقاومة الدارة الكلية R_T ويعطى بالعلاقة التالية:

$$V_X = \frac{R_X E}{R_T}$$

Dr.Sadek pro

مثال (2.2): أوجد قيم فروق الجهود في الدارة التسلسلية المبينة بالشكل:

الحل:



$$V_1 = \frac{R_1 E}{R_T} = \frac{(2\,\text{k}\Omega)(45\,\text{V})}{2\,\text{k}\Omega + 5\,\text{k}\Omega + 8\,\text{k}\Omega} = \frac{(2\,\text{k}\Omega)(45\,\text{V})}{15\,\text{k}\Omega}$$

$$= \frac{(2 \times 10^3\,\Omega)(45\,\text{V})}{15 \times 10^3\,\Omega} = \frac{90\,\text{V}}{15} = \mathbf{6\,V}$$

$$V_3 = \frac{R_3 E}{R_T} = \frac{(8\,\text{k}\Omega)(45\,\text{V})}{15\,\text{k}\Omega} = \frac{(8 \times 10^3\,\Omega)(45\,\text{V})}{15 \times 10^3\,\Omega}$$

$$= \frac{360\,\text{V}}{15} = \mathbf{24\,V}$$

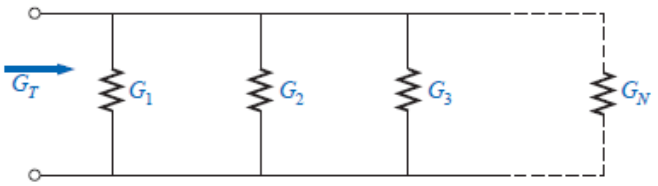
2.6 الدارات التفرعية (PARALLEL CIRCUITS)

تعرف الدارة التفرعية بأنها الدارة التي تحتوي على عنصرين أو فرعين توجد نقطتين مشتركتين بينهما.

المقاومة الكلية لدارة تفرعية

في الدارة التفرعية الموضحة بالشكل (2.8) الناقلية الكلية G_T لـ N مقاومة موصولة على التفرع تساوي مجموع ناقليات كل عنصر على حده، أي أن:

$$G_T = G_1 + G_2 + G_3 + \cdots + G_N$$



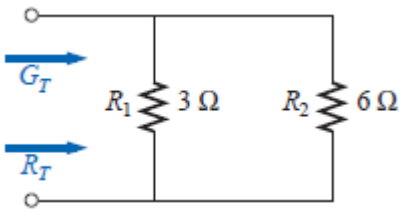
الشكل (2.8) دارة تفرعية تحوي N عنصر

وبما أن $R = \frac{1}{G}$ يكون لدينا:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_N}$$

Dr.Sadek pro

مثال: حدد الناقلية الكلية والمقاومة الكلية للدارة التفرعية الموضحة بالشكل:



$$G_T = G_1 + G_2 = \frac{1}{3\,\Omega} + \frac{1}{6\,\Omega} = 0.333\,\text{S} + 0.167\,\text{S} = 0.5\,\text{S}$$

and
$$R_T = \frac{1}{G_T} = \frac{1}{0.5\,\text{S}} = 2\,\Omega$$

المقاومة المكافئة لمقاومتين موصولتين على التفرع:

المقاومة المكافئة لمقاومتين موصولتين على التفرع R_1, R_2 تساوي:

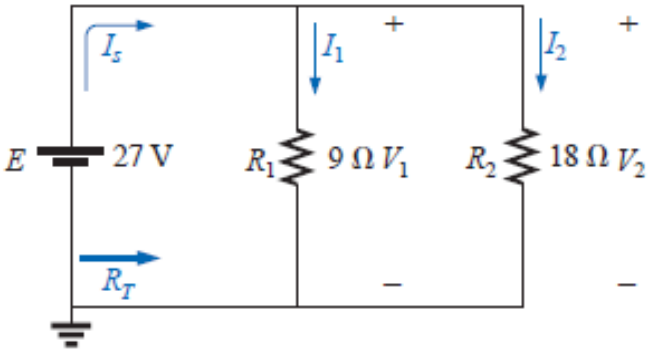
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \Rightarrow \quad R_T = \frac{R_1.R_2}{R_1+R_2}$$

في دارة تفرعية يكون فرق الكمون نفسه بين طرفي العناصر الموصولة على التفرع وتيار المنبع I_S يساوي مجموع التيارات الفرعية في الدارة أي : $I_S = I_1+I_2$.

مثال (2.3): في الدارة التفرعية الموضحة بالشكل:

أوجد:

1) المقاومة الكلية
2) شدة تيار المنبع I_s
3) شدة التيار I_1 و I_2
4) الاستطاعة المصروفة في كل مقاومة.
5) الاستطاعة المقدمة من المنبع.



Dr.Sadek pro

الحل:

a. $R_T = \dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{(9\ \Omega)(18\ \Omega)}{9\ \Omega + 18\ \Omega} = \dfrac{162\ \Omega}{27} = \mathbf{6\ \Omega}$

b. $I_s = \dfrac{E}{R_T} = \dfrac{27\ \text{V}}{6\ \Omega} = \mathbf{4.5\ A}$

c. $I_1 = \dfrac{V_1}{R_1} = \dfrac{E}{R_1} = \dfrac{27\ \text{V}}{9\ \Omega} = \mathbf{3\ A}$

$I_2 = \dfrac{V_2}{R_2} = \dfrac{E}{R_2} = \dfrac{27\ \text{V}}{18\ \Omega} = \mathbf{1.5\ A}$

$I_s = I_1 + I_2$

$4.5\ \text{A} = 3\ \text{A} + 1.5\ \text{A}$

$\mathbf{4.5\ A = 4.5\ A}$ (checks)

d. $P_1 = V_1I_1 = EI_1 = (27\ \text{V})(3\ \text{A}) = \mathbf{81\ W}$

$P_2 = V_2I_2 = EI_2 = (27\ \text{V})(1.5\ \text{A}) = \mathbf{40.5\ W}$

e. $P_s = EI_s = (27\ \text{V})(4.5\ \text{A}) = \mathbf{121.5\ W}$

$= P_1 + P_2 = 81\ \text{W} + 40.5\ \text{W} = \mathbf{121.5\ W}$

2.7 قانون كيرشوف للتيارات KIRCHHOFF'S CURRENT LAW (KCL)

ينص قانون كبرشوف للتيارات : إن مجموع التيارات الداخلة إلى عقدة (نقطة واصلة بين فرعين أو أكثر في الدارة الكهربائية) يساوي مجموع التيارات الخارجة منها. ويعبر عنه:

$$\sum I_{entering} = \sum I_{leaving}$$

مثال (2.4): أوجد شدة التيار I_5 في الدارة الموضحة بالشكل.

الحل:

For node a,

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$4\ \text{A} + 3\ \text{A} = I_3$$

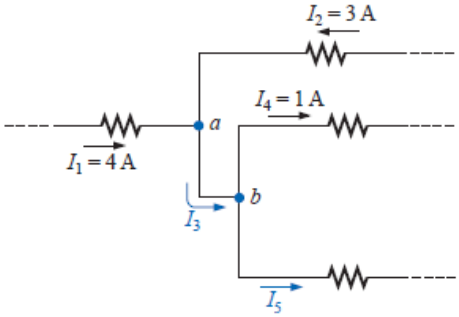
and $$I_3 = 7\ \text{A}$$

For node b,

$$I_3 = I_4 + I_5$$

$$7\ \text{A} = 1\ \text{A} + I_5$$

and $$I_5 = 7\ \text{A} - 1\ \text{A} = \mathbf{6\ A}$$

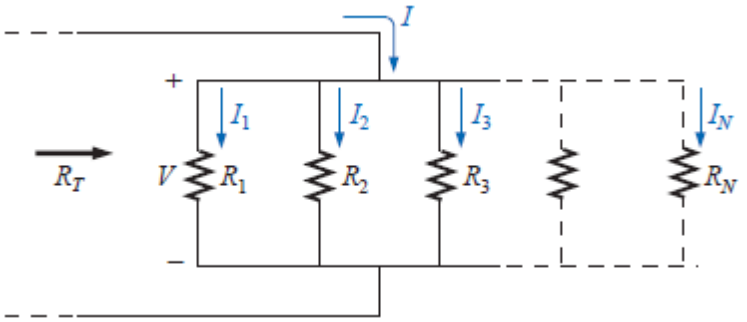


Dr.Sadek pro

2.8 قانون مجزئ التيار: CURRENT DIVIDER RULE (CDR)

في دارة تفرعية تحوي N مقاومة على التفرع كما هو موضح بالشكل (2.9) فإن التيار الداخل I ويساوي

$I = \frac{V}{R_T} = \frac{I_x R_x}{R_T}$ حيث $\frac{V}{R_T}$ المقاومة الكلية للدارة, وبالتبديل بـ $V = I_X R_X$ ، يمكننا كتابة



الشكل (2.9)

وبالتالي شدة التيار المار في الفرع الذي مقاومته R_x تساوي:

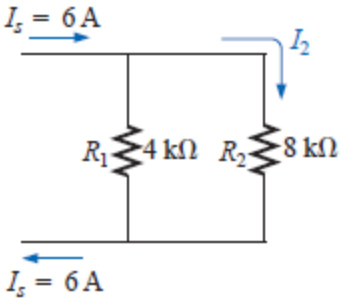
$$I_x = \frac{R_T}{R_x} I$$

وفي حالة دارة مكونة من مقاومتين R_1 و R_2 موصولتين على التفرع فإن:

$$I_1 = \frac{R_2 I}{R_1 + R_2}$$

$$I_2 = \frac{R_1 I}{R_1 + R_2}$$

مثال (2.5) **:** أوجد قيمة I_2 في الدارة المبينة بالشكل جانباً :

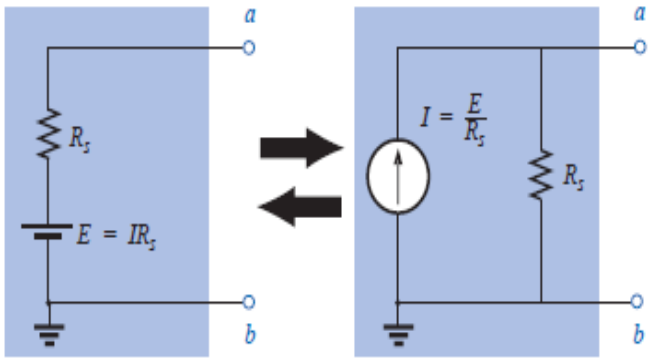


$$I_2 = \frac{R_1 I_s}{R_1 + R_2} = \frac{(4\ \text{k}\Omega)(6\ \text{A})}{4\ \text{k}\Omega + 8\ \text{k}\Omega} = \frac{4}{12}(6\ \text{A}) = \frac{1}{3}(6\ \text{A})$$
$$= 2\ \text{A}$$

Dr.Sadek pro

2.9 تحويل منبع الجهد إلى منبع التيار

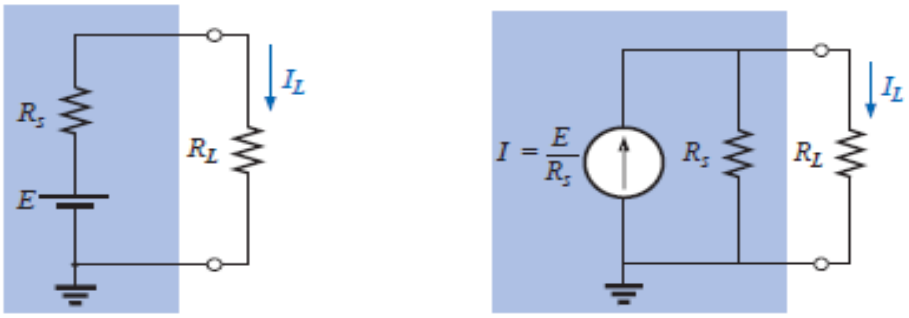
إن تحويل المنبع يتمثل بتبديل منبع جهد موصول على التسلسل مع مقاومة كما هو مبيّن بالشكل (2.10a) بمنبع تيار موصول على التوازي مع المقاومة كما هو مو ضح بالشكل (2.10b) والعكس صحيح، و ذلك بحيث تكون الدارتان متكافئتين بالنسبة لمأخذي الدارة الخارجية (a) و (b) الموصولين مع كل من المنبعين.



(a) (b)

الشكل (2.10) تحويل منبع جهد إلى منبع تيار

و بالتالي فإن مقاومة حمل الدارة الخارجية R_L سيطبق عليها نفس التيار والجهد و الاستطاعة من كل منبع كما هو مبين بالشكل (2.11).



منبع جهد **منبع تيار**

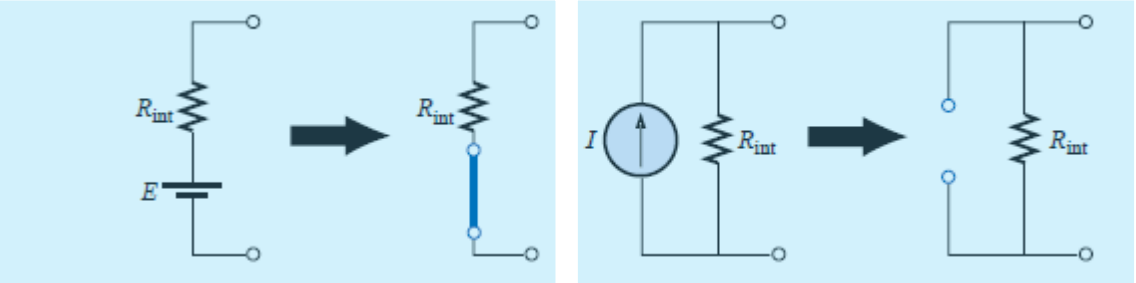
الشكل (2.11)

2.10 نظرية التراكم (SUPERPOSITION THEOREM)

تستخدم نظرية التراكم لتحليل دارة كهربائية تحتوي على منبعين أو أكثر ليست موصولة على التوازي أو التسلسل . ولتحليل الشبكة الكهربائية فإنه تتبع الخطوات التالية:

Dr.Sadek pro

1- يتم الأخذ بعين الاعتبار تأثير كل منبع على حده و بشكل مستقل و يتطلب إزاحة المنابع الأخرى و استبدالها بشكل لا تؤثر على النتيجة النهائية لتحليل الدارة الكهربائية التي تحوي منبعاً وحيداً . فيتم تبديل منبع الجهد بدارة مقصورة، وتبديل منبع التيار بدارة مفتوحة كما هو موضح بالشكل (2.12)

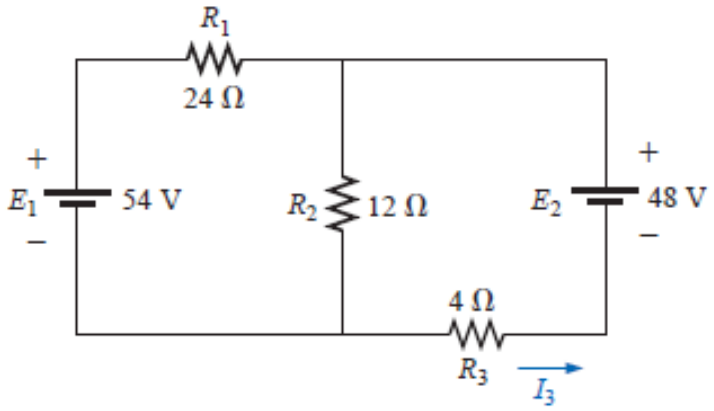


الشكل (2.12) إزالة تأثير المنابع الإضافية

2- إن فرق الجهد أو التيار المار في عنصر يساوي المجموع الجبري لفروق الجهود والتيارات الناتجة عن كل منبع على حدة .

مثال(2.6) :

باستخدام نظرية التراكم أوجد شدة التيار I_3 المار في المقاومة $R_3 = 4\Omega$ في الدارة المبينة بالشكل (2.13)



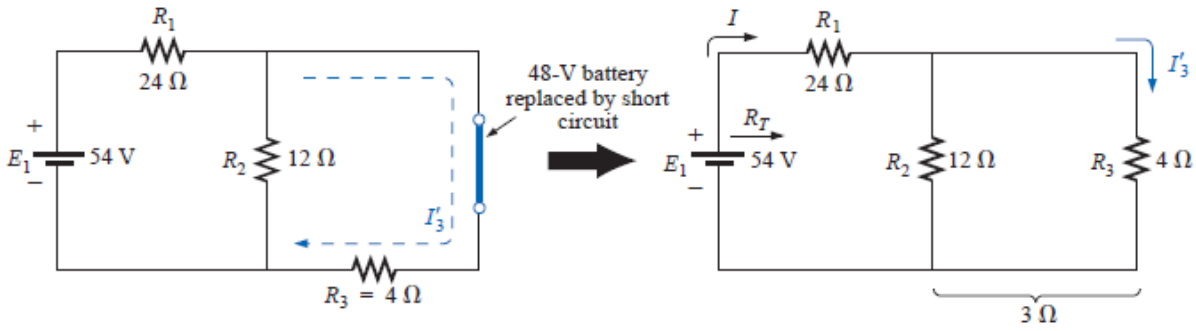
الشكل (2.13) دارة كهربائية تحوي منبعين E_1 و E_2

الحل :

1- نأخذ تأثير المنبع $\mathbf{E_1}$= 45 V

Dr.Sadek pro

2 - نستبدل المنبع E_2 بدارة مقصورة، وتصبح الدارة كما في الشكل (2.14) ويمر في المقاومة R_3 تيار I'_3 بجهة عقارب الساعة .



الشكل (2.14) تأثير المنبع E_1 على I_3

3 – نحسب تيار المنبع في الدارة الجديدة I

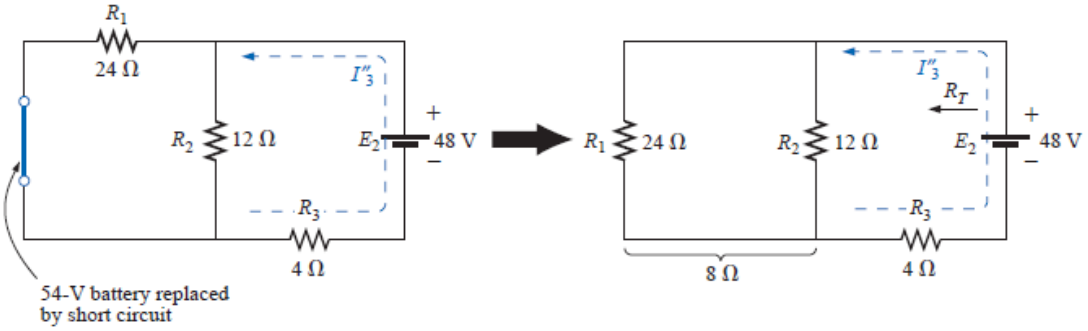
$$R_T = R_1 + R_2 \parallel R_3 = 24\ \Omega + 12\ \Omega \parallel 4\ \Omega = 24\ \Omega + 3\ \Omega = 27\ \Omega$$

$$I = \frac{E_1}{R_T} = \frac{54\ \text{V}}{27\ \Omega} = 2\ \text{A}$$

4 - نستخدم قانون مجزئ التيار (*CDR*) ونحسب I'_3

$$I'_3 = \frac{R_2 I}{R_2 + R_3} = \frac{(12\ \Omega)(2\ \text{A})}{12\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{24\ \text{A}}{16} = 1.5\ \text{A}$$

5 - نأخذ بعين الاعتبار تأثير المنبع $E_2 = 48$ V ونكرر الخطوات من 1 وحتى 4 كما في الشكل (2.15)



الشكل (2.15) تأثير المنبع E_2 على I_3

Dr.Sadek pro

$$R_T = R_3 + R_1 \,||\, R_2 = 4\,\Omega + 24\,\Omega \,||\, 12\,\Omega = 4\,\Omega + 8\,\Omega = 12\,\Omega$$

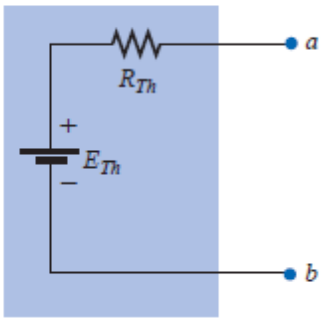
$$I''_3 = \frac{E_2}{R_T} = \frac{48\,\text{V}}{12\,\Omega} = 4\,\text{A}$$

6 - التيار الكلي في المقاومة $R_3 = 4\ \Omega$ يساوي المجموع الجبري للتيارين I'_3 و I''_3 ونجد:

$$I_3 = I''_3 - I'_3 = 4\,\text{A} - 1.5\,\text{A} = \mathbf{2.5\,A}$$

2.11 نظرية ثيفينين Thevenin's theorem

يمكن استبدال دارة كهربائية ذات طرفين a و b بدارة كهربائية مكافئة تتكون من منبع جهد ومقاومة على التسلسل كما هو موضح بالشكل (2.16) .



الشكل (2.16) دارة ثيفيين المكافئة

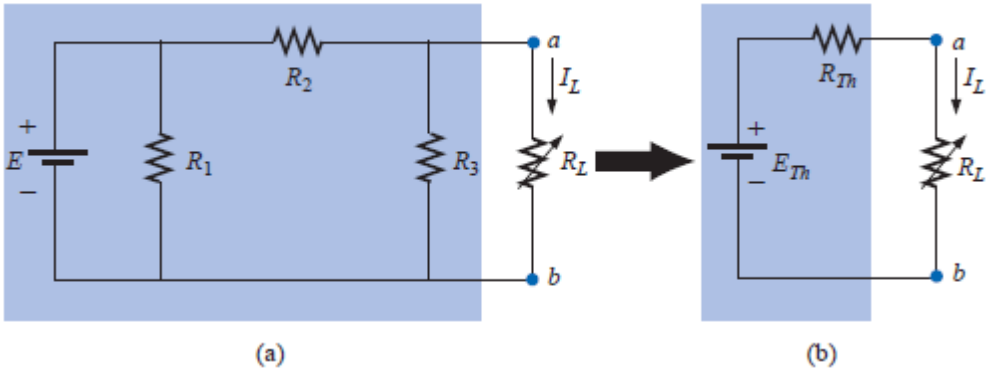
تمكننا هذه النظرية من:

1- إيجاد شدة تيار أو فرق جهد بين طرفي عنصر في شبكة كهربائية تحتوي على أكثر من منبع.

2- يمكننا التركيز على جزء محدد من الدارة باستبدال الجزء المتبقي من الدارة بدارة مكافئة.

في الشكل (2.17) يتم إيجاد دارة ثيفيين المكافئة وبالتالي يمكن إيجاد التيار المار في المقاومة R_L وفرق الجهد بين طرفيها.

Dr.Sadek pro

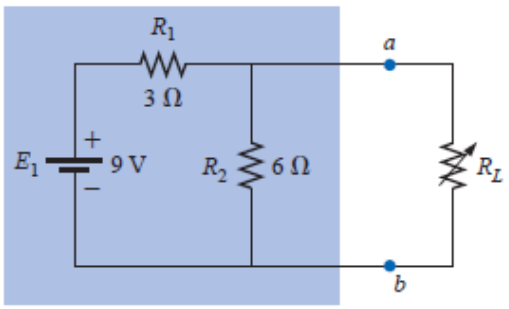


الشكل (2.17) استبدال دارة ثيفيين المكافئة بالشبكة الكهربائية

الخطوات المتبعة لإيجاد قيم R_{TH}, E_{TH}

1- يتم إزاحة الجزء من الشبكة الكهربائية التي يجب إيجاد بين طرفيها دارة ثيفيين المكافئة.
2- يتم تحديد الطرفين في الدارة المطلوبة a , b .
3- يتم إيجاد R_{TH} وذلك بجعل كافة المنابع تساوي الصفر (منبع الجهد يتم استبداله بدارة مقصورة ومنبع التيار يتم استبداله بدارة مفتوحة) وبعد ذلك نجد المقاومة المكافئة من الطرفين المحددين a و b .
4- يتم إيجاد E_{TH} وذلك بإرجاع كافة المنابع إلى موضعها الأصلي وثم إيجاد فرق الجهد في الدارة المفتوحة بين الطرفين المحددين a , b .
5- يتم رسم دارة ثيفيين المكافئة بالإضافة للجزء الذي أزيح في الخطوة الأولى بين النقطتين a , b .

مثال(2.7): أوجد دارة ثيفيين المكافئة للشبكة الكهربائية في المنطقة المظللة في الشكل (2.18). أوجد شدة التيار المار في المقاومة $R_L = 2\ \Omega$ و $R_L = 10\ \Omega$ و $R_L = 100\ \Omega$



الشكل *(2.18)*

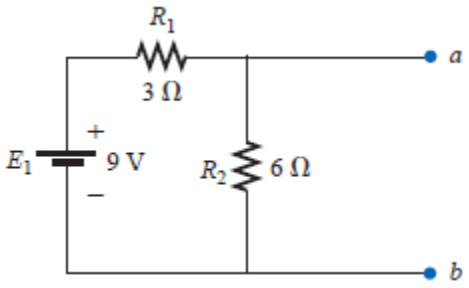
Dr.Sadek pro

الحل:

الخطوة 1 + الخطوة 2 :

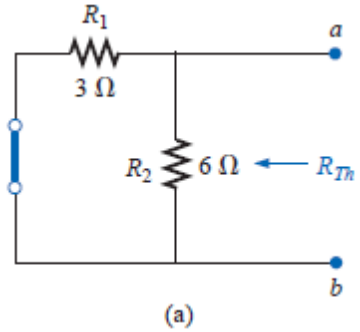
بتطبيق الخطوتين 1 و 2 نحصل على الشبكة الموضحة (2.19)

حيث يتم إزاحة مقاومة الحمل R_L وثم تحديد الطرفين a و b :



الشكل (2.19) تحديد الطرفين a و b اللازمين لدارة ثيفيين

الخطوة 3 : لإيجاد R_{TH} يتم استبدال منبع الجهد E_1 بدارة مقصورة ويتم الحصول على دارة الشبكة المبينة بالشكل (2.20) وبالتالي يتم إيجاد الشبكة الكهربائية.



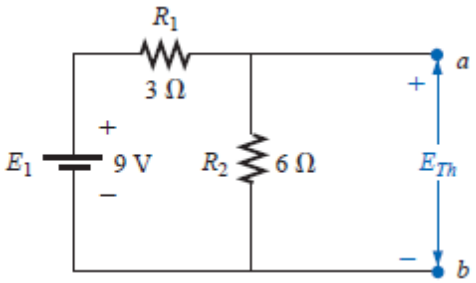
الشكل (2.20) تعيين R_{TH} للشبكة الكهربائية المبينة بالشكل (2. 18)

من الشكل (2.20) نجد:

$$R_{Th} = R_1 \,||\, R_2 = \frac{(3\ \Omega)(6\ \Omega)}{3\ \Omega + 6\ \Omega} = 2\ \Omega$$

الخطوة 4: نرجع المنبع E_1 إلى الموضع الأصلي، فإن فرق الجهد في الدارة المفتوحة بين الطرفين a , b يساوي E_{TH} من الشكل (2.21) :

Dr.Sadek pro

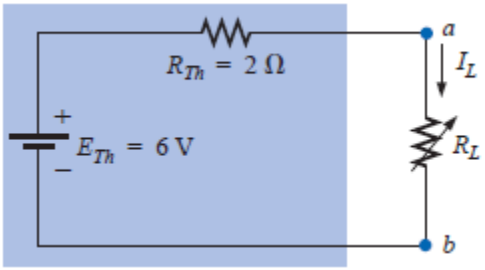


الشكل *(2.21)* تعيين E_{TH} للشبكة الكهربائية المبينة بالشكل *(2.18)*

E_{TH} يساوي هبوط الكمون بين طرفي المقاومة $R_2 = 6\ \Omega$ ، وبتطبيق قانون مقسم الجهد *(VDR)* نجد:

$$E_{Th} = \frac{R_2 E_1}{R_2 + R_1} = \frac{(6\ \Omega)(9\ \text{V})}{6\ \Omega + 3\ \Omega} = \frac{54\ \text{V}}{9} = \mathbf{6\ V}$$

الخطوة 5 : نرسم دارة ثيفيين المكافئة إضافة إلى R_L بين الطرفين a و b كما هو موضح بالشكل *(2.22)*



الشكل *(2.22)* دارة ثيفيين المكافئة مع مقاومة الحمل

ومن الشكل *(2.22)* نجد شدة التيار المار في مقاومة الحمل.

$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L}$$

$$R_L = 2\ \Omega: \quad I_L = \frac{6\ \text{V}}{2\ \Omega + 2\ \Omega} = \mathbf{1.5\ A}$$

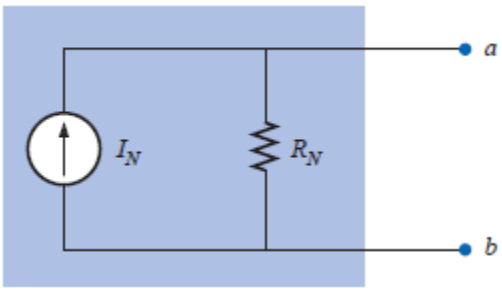
$$R_L = 10\ \Omega: \quad I_L = \frac{6\ \text{V}}{2\ \Omega + 10\ \Omega} = \mathbf{0.5\ A}$$

$$R_L = 100\ \Omega: \quad I_L = \frac{6\ \text{V}}{2\ \Omega + 100\ \Omega} = \mathbf{0.059\ A}$$

Dr.Sadek pro

2. 12 نظرية نورتون *NORTON'S THEOREM* :

يمكن استبدال شبكة كهربائية تحتوي طرفين بدارة مكافئة تحتوي على منبع تيار ومقاومة موصولة على التفرع كما هو موضح بالشكل *(2.23)*



الشكل *(2.23)* دارة نورتون المكافئة.

الخطوات المتبعة لإيجاد قيم I_N و R_N :

1- يتم إزاحة الجزء من الشبكة الكهربائية التي يجب إيجاد بين طرفيها دارة نورتون المكافئة.

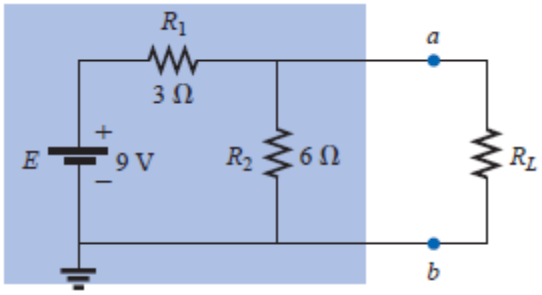
2- نحدد الطرفين a و b للشبكة الكهربائية ذات الطرفين a و b .

3- يتم يجاد R_N بجعل قيم كافة المنابع تساوي الصفر (استبدال منابع الجهود بدارات قصر، ومنابع التيار بدارات مفتوحة، وبعد ذلك نوجد المقاومة الكلية بين النقطتين المحددتين a و b .

4- يتم إيجاد I_N وذلك بإرجاع كافة المنابع إلى موضعها وبعد ذلك نوجد تيار الدارة المقصورة بين الطرفين المحددين a و b .

مثال(2.8) :

أوجد دارة نورتون المكافئة للدارة الكهربائية في المنطقة المظللة من الشكل *(2.24)*.

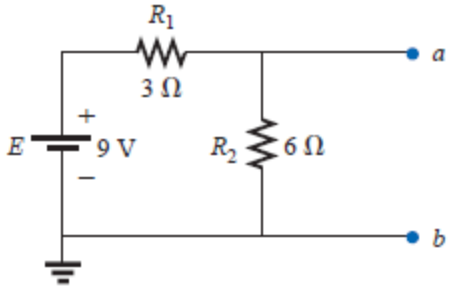


الشكل (*2.24*)

Dr.Sadek pro

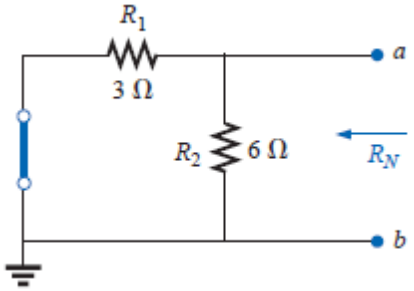
الحل:

الخطوتان *1* و *2* موضحة بالشكل *(2.25)*



الشكل *(2.25)* تحديد طرفي الدارة الكهربائية *a* و *b*

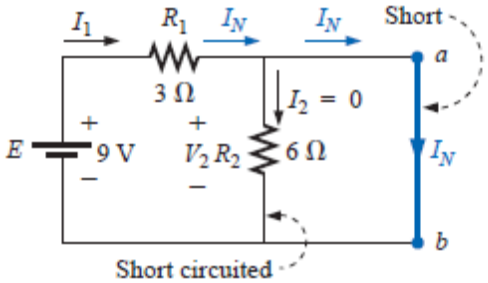
الخطوة *3* : يتم استبدال منبع الجهد بدارة مقصورة كما هو موضح بالشكل *(2.26)*



الشكل *(2.26)* تعيين R_N

$$R_N = R_1 \parallel R_2 = 3\ \Omega \parallel 6\ \Omega = \frac{(3\ \Omega)(6\ \Omega)}{3\ \Omega + 6\ \Omega} = \frac{18\ \Omega}{9} = \mathbf{2\ \Omega}$$

الخطوة *4* : نوصل الطرفين *a* , *b* والتيار المار يساوي I_N حيث يساوي شدة التيار I_1 المار في المقاومة R_1 كما هو موضح بالشكل *(2.27)*

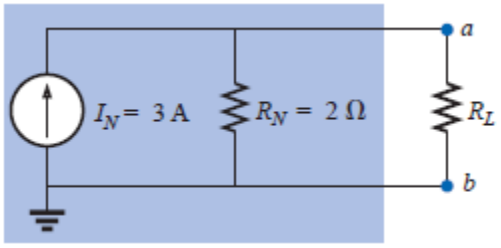


الشكل *(2.27)* تعيين I_N

Dr.Sadek pro

$$I_N = \frac{E}{R_1} = \frac{9\,\text{V}}{3\,\Omega} = 3\,\text{A}$$

الخطوة 5 : نرسم دارة نورتون المكافئة بين الطرفين a , b مع مقاومة الحمل R_L كما هو موضح بالشكل (2.28)



الشكل (2.28) دارة نورتون المكافئة للدارة الكهربائية الخارجية بالنسبة لمقاومة الحمل R_L

2.13 تحليل الدارة بطريقة الحلقات (MESH ANALYSIS)

الخطوات المتبعة لإيجاد التيارات المارة في فروع الشبكة الكهربائية:

1- يتم تعيين جهة التيار في كل حلقة مستقلة من الشبكة وفق جهة دوران عقارب الساعة.

2- يتم تحديد الأقطاب لكافة المقاومات في كل حلقة مستقلة بجهة دوران عقارب الساعة.

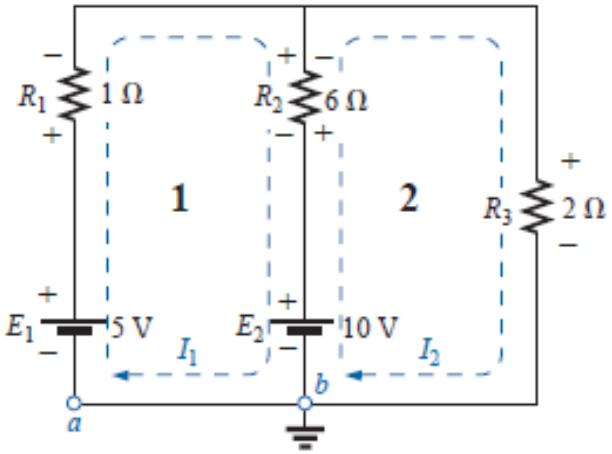
3- يتم تطبيق قانون كيرشوف للجهود حول كل حلقة مستقلة بجهة دوران عقارب الساعة .

a) إذا مر في مقاومة أكثر من تيار فيكون التيار الكلي المار في المقاومة مساوياً مجموع التيارات إذا كانت بنفس الجهة و يساوي فرق التيارين إذا كانا بجهتين متعاكستين.

4- يتم حل معادلات كيرشوف وإيجاد قيم التيارات في الحلقات والفروع.

Dr.Sadek pro

مثال(2.9) : أوجد قيم التيارات في كل فرع في الشبكة الكهربائية المبينة بالشكل (2.29)



الشكل *(2.29)*

الحل:

الخطوتان *1* و *2* محددتان في الدارة. ومن الشكل *(2.29)* نلاحظ أن قطبي $R = 6\ \Omega$ مختلفة من أجل كل تيار حلقة.

الخطوة *3*: يتم تطبيق قانون كيرشوف في كل حلقة مغلقة ويتم اختيار جهة دوران عقارب الساعة كما يلي:

$$\text{loop 1:}\quad +E_1 - V_1 - V_2 - E_2 = 0 \quad \text{(clockwise starting at point } a\text{)}$$
$$+5\,\text{V} - (1\ \Omega)I_1 - (6\ \Omega)(I_1 - I_2) - 10\,\text{V} = 0$$

I_2 flows through the 6-Ω resistor in the direction opposite to I_1.

$$\text{loop 2:}\quad E_2 - V_2 - V_3 = 0 \quad \text{(clockwise starting at point } b\text{)}$$
$$+10\,\text{V} - (6\ \Omega)(I_2 - I_1) - (2\ \Omega)I_2 = 0$$

$$5 - I_1 - 6I_1 + 6I_2 - 10 = 0$$
$$10 - 6I_2 + 6I_1 - 2I_2 = 0$$

ويمكننا استنتاج المعادلات التالية:

$$-7I_1 + 6I_2 = 5$$
$$+6I_1 - 8I_2 = -10$$

الخطوة *4* : نجد قيم I_1 و I_2 كما يلي:

Dr.Sadek pro

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ -10 & -8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -7 & 6 \\ 6 & -8 \end{vmatrix}} = \frac{-40 + 60}{56 - 36} = \frac{20}{20} = \mathbf{1\ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} -7 & 5 \\ 6 & -10 \end{vmatrix}}{20} = \frac{70 - 30}{20} = \frac{40}{20} = \mathbf{2\ A}$$

والتيار في المقاومة R_2 يساوي الفرق بين التيارين I_1 و I_2 وجهته تكون بجهة التيار الأكبر:

$$I_{R2} = I_2 - I_1 = 2-1 = 1A$$

وجهته بجهة التيار I_2

2.14 تحليل الدارة بطريقة العقد (NODAL ANALYSIS)

تعرف العقدة بأنها نقطة اتصال فرعية أو أكثر في شبكة كهربائية ، وتعرف العقدة المرجعية لشبكة كهربائية بأنها النقطة حيث كمونها يساوي الصفر وبالتالي كافة العقد يكون لها كمون ثابت بالنسبة للعقدة المرجعية.

لإيجاد حل للشبكة الكهربائية يجب إيجاد قيم جهود كافة عقد الشبكة، والخطوات المتبعة في طريقة تحليل الشبكة بطريقة العقد كما يلي:

1- يتم تحديد عدد العقد في الشبكة الكهربائية.

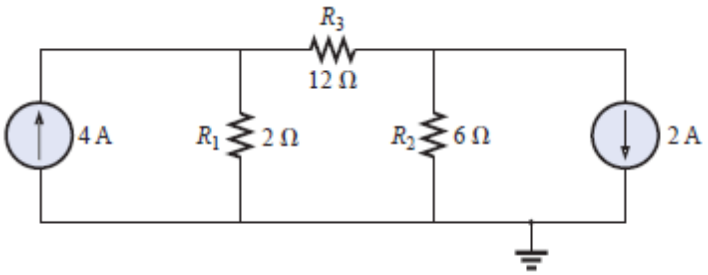
2- يتم تحديد العقدة المرجعية، ثم يتم تسمية العقد وكموناتها $V_1, V_2, \ldots$

3- يتم تطبيق قانون كيرشوف في التيارات لكل عقدة ما عدا العقدة المرجعية، ومع الفرض أن كافة التيارات المجهولة تخرج من العقدة، ويتم دراسة كل عقدة بشكل مستقل عن العقد الأخرى.

4- يتم حل المعادلات من أجل كافة العقد .

مثال (2.10): حدد جهود العقد والتيارات المارة في فروع الشبكة الكهربائية المبينة بالشكل *(2.30)*

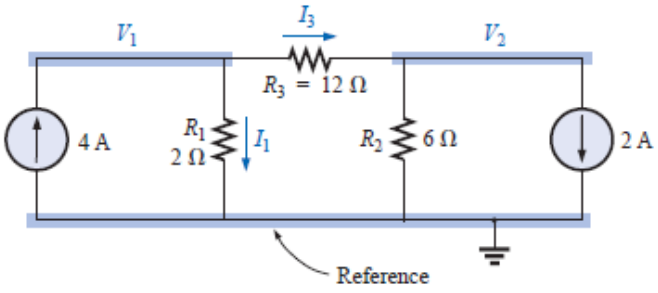
Dr.Sadek pro



الشكل (2.30)

الحل:

الخطوة *1* و *2* مبينتان في الشكل *(2.31)*.



الشكل *(2.31)* تعيين العقد في الشبكة وتطبيق قانون كيرشوف للتيارات على العقدة V_1 .

الخطوة *3* : من أجل العقدة *(1)* V_1 لدينا:

$$4A = I_1 + I_3$$

ويمكن كتابة المعادلة بدلالة V_1 و V_2 كما يلي:

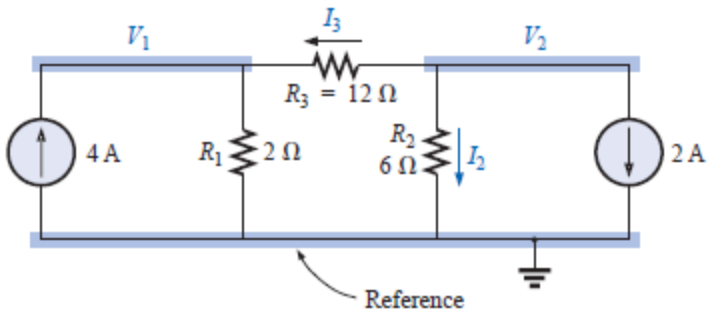
$$4\,\text{A} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_3} = \frac{V_1}{2\,\Omega} + \frac{V_1 - V_2}{12\,\Omega}$$

وبإعادة الترتيب يمكننا كتابة المعادلة كما يلي:

$$V_1\left(\frac{1}{2\,\Omega} + \frac{1}{12\,\Omega}\right) - V_2\left(\frac{1}{12\,\Omega}\right) = 4\,\text{A}$$

ومن أجل العقدة *(2)* V_2 كما هو مبين بالشكل *(2.32)*

Dr.Sadek pro



الشكل *(2.32)* تعيين العقد في الشبكة وتطبيق قانون كيرشوف للتيارات على العقدة V_2 .

لدينا : $0 = I_3 + I_2 + 2\ A$

ويمكن كتابة المعادلة بدلالة V_1 و V_2 كما يلي:

$$\frac{V_2 - V_1}{R_3} + \frac{V_2}{R_2} + 2\,\text{A} = 0 \rightarrow \frac{V_2 - V_1}{12\,\Omega} + \frac{V_2}{6\,\Omega} + 2\,\text{A} = 0$$

$$V_2\left(\frac{1}{12\,\Omega} + \frac{1}{6\,\Omega}\right) - V_1\left(\frac{1}{12\,\Omega}\right) = -2\,\text{A}$$

$$V_1\left(\frac{1}{2\,\Omega} + \frac{1}{12\,\Omega}\right) - V_2\left(\frac{1}{12\,\Omega}\right) = +4\,\text{A}$$

$$V_2\left(\frac{1}{12\,\Omega} + \frac{1}{6\,\Omega}\right) - V_1\left(\frac{1}{12\,\Omega}\right) = -2\,\text{A}$$

وبالتالي لدينا:

$$7\,V_1 - V_2 = 48$$

$$-V_1 + 3V_2 = -24$$

وبحل جملة المعادلتين نجد:

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 48 & -1 \\ -24 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{120}{20} = +6\,\text{V}$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 48 \\ -1 & -24 \end{vmatrix}}{20} = \frac{-120}{20} = -6\,\text{V}$$

Dr.Sadek pro

وبما أن $V_1 > V_2$ فإن *شدة التيار* I_{R3} تساوي :

$$I_{R_3} = \frac{V_1 - V_2}{R_3} = \frac{6\,\mathrm{V} - (-6\,\mathrm{V})}{12\,\Omega} = \frac{12\,\mathrm{V}}{12\,\Omega} = \mathbf{1\,A}$$

و بما *أن* V_1 موجب فإن *شدة التيار* I_{R1} *تساوي:*

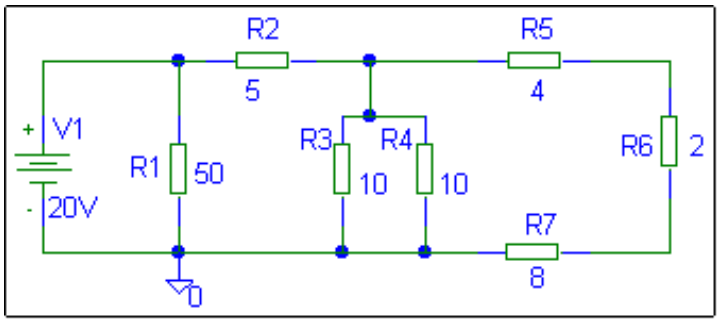
$$I_{R_1} = \frac{V_{R_1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{6\,\mathrm{V}}{2\,\Omega} = \mathbf{3\,A}$$

و بما أن V_2 سالب فإن *التيار* I_{R2} *يتجه من النقطة المرجعية (الأرض) إلى* V_1 *و شدته تساوي:*

$$I_{R_2} = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{V_2}{R_2} = \frac{6\,\mathrm{V}}{6\,\Omega} = \mathbf{1\,A}$$

مثال (2.11)

أوجد الاستطاعة المصروفة في المقاومة ($R_6 = 2\ \Omega$) المبينة بالشكل(P1) باستخدام نظرية ثيفينين



الشكل(P1) الشبكة الكهربائية

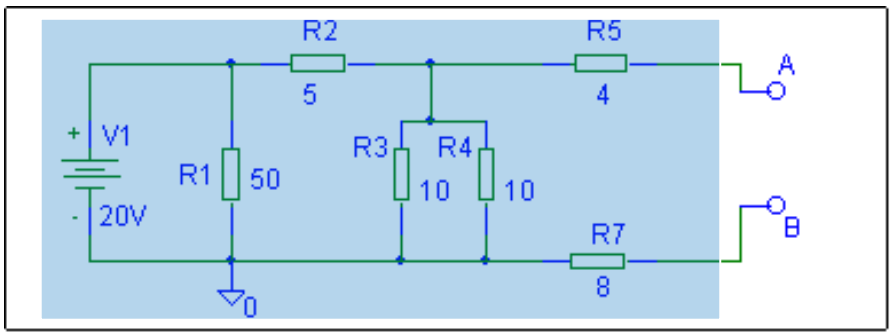
الحل:

الخطوة *1* + الخطوة *2* :

بتطبيق الخطوتين *1* و *2* نحصل على الشبكة الموضحة بالشكل(*P2*)

حيث يتم إزالة المقاومة R_6 من الدارة الكهربائية وتحديد طرفي الدارة A و B .

Dr.Sadek pro



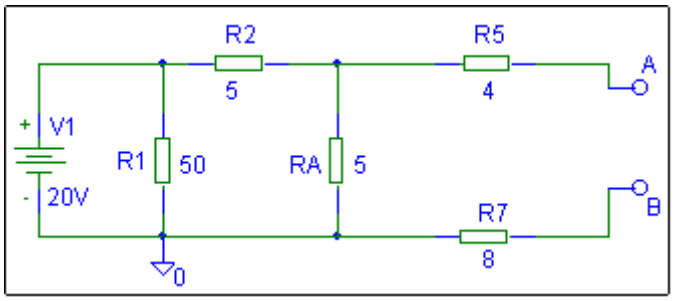
الشكل(P2) الشبكة الكهربائية المحددة بين الطرفين A و B

الخطوة 2 :

إعادة رسم الدارة التي يراد إيجاد R_{TH} و E_{TH} .

المقاومتان R_3 و R_4 موصولتان على التفرع ، وبالتالي المقاومة المكافئة R_A نساوي:

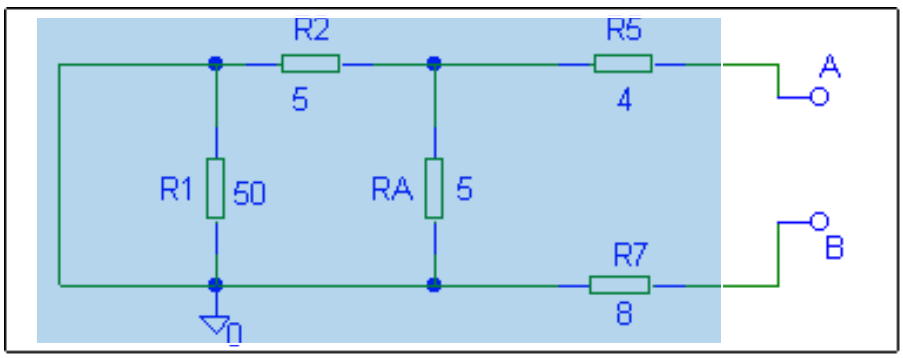
$$R_A = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{10 \times 10}{(10+10)} = 5\Omega$$



الشكل(P2-a) تبسيط الشبكة الكهربائية المحددة بين الطرفين A و B

الخطوة 3 :

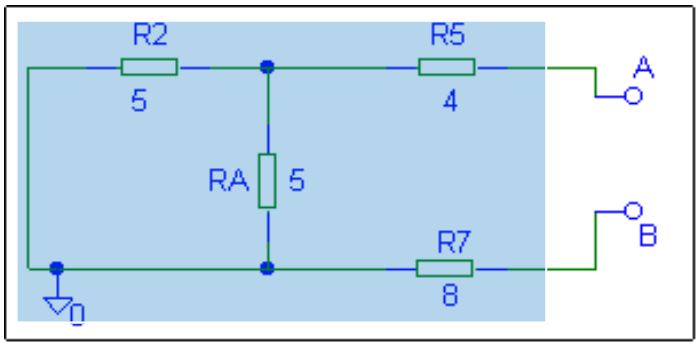
لإيجاد R_{TH} يتم استبدال منبع الجهد V_1 بدارة مقصورة ويتم الحصول على دارة الشبكة المبينة بالشكل *(P3)* وبالتالي يتم إيجاد الشبكة الكهربائية.إيجاد R_{TH} :



الشكل(P3) الشبكة الكهربائية المحددة بين الطرفين A و B بعد قصر الدارة

Dr.Sadek pro

باستبدال منبع الجهد V_1 بدارة مقصورة يؤدي إلى قصر المقاومة R_1 في الدارة كما هو موضح بالشكل (P4).



الشكل(P4) الشبكة الكهربائية المحددة بين الطرفين A و B بعد قصر الدارة وقصر R_1

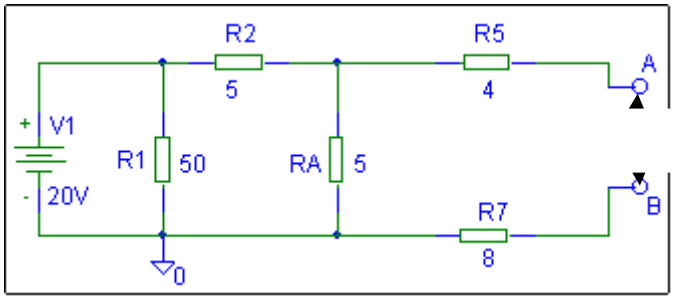
و منه فالمقاومة R_{TH} تساوي :

$$R_{TH} = (R_A x R_2) / (R_A + R_2) + R_5 + R_7 = 14.5\Omega$$

الخطوة *4*:

إيجاد E_{TH} :

نرجع المنبع V_1 إلى الموضع الأصلي، فإن فرق الجهد في الدارة المفتوحة بين الطرفين A , B يساوي E_{TH} من الشكل *(P5)* :



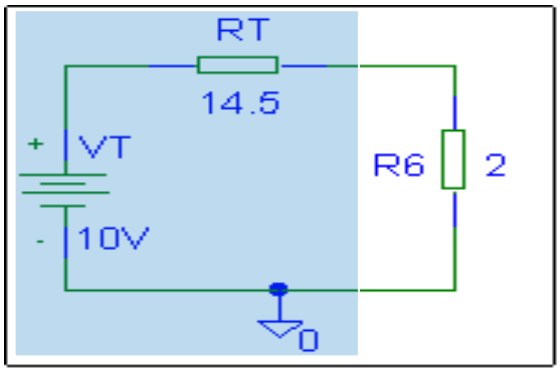
الشكل (P5) الدارة الكهربائية لإيجاد E_{TH}

إن E_{TH} يساوي فرق الكمون بين طرفي المقاومة R_A ، ويعطى من علاقة مقسم الجهد للمقاومتين الموصولتين على التسلسل R_2 و R_A :

$$E_{TH} = \frac{R_A V_1}{R_2 + R_A} = \frac{5 \times 20}{(5+5)} = 10V$$

الخطوة *5* : نرسم دارة ثيفيين المكافئة إضافة إلى R_6 بين الطرفين A و B كما هو موضح بالشكل *(P6)*

Dr.Sadek pro



الشكل *(P6)* دارة ثيفيين المكافئة مع مقاومة الحمل R_6

من دارة ثيفينين المكافئة يمكننا تعيين شدة التيار I المار بالمقاومة R_6 :

$$I = V_{TH}/(R_{TH} + R_6) = 10/16.5 = 0.606A$$

وبالتالي فإن الاستطاعة المصروفة في المقاومة R_6 تساوي:

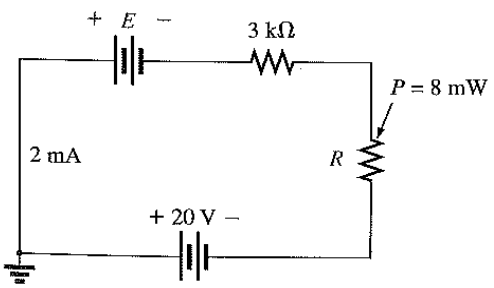
$$P_6 = I^2 \text{ x } R = (0.606)^2 \text{ x } 2 = 0.73 \text{ Watts}$$

Dr.Sadek pro

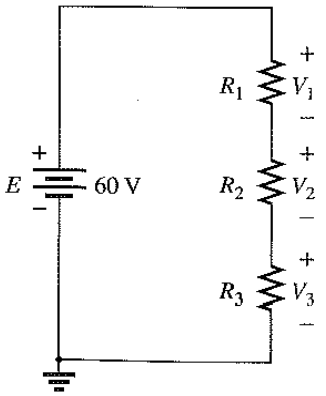
مسائل الفصل الثاني

المفاهيم والقوانين الأساسية في الدارات الكهربائية

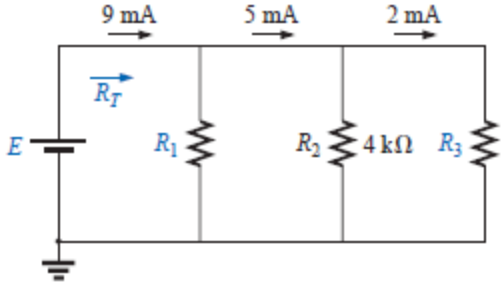
Q1 أوجد قيم منبع الجهد E والمقاومة R في الدارة المبينة جانباً، وحدد جهة التيار الكهربائي في الدارة.



Q2 أوجد فرق الكمون بين طرفي كل مقاومة في الدارة المينة جانباً، إذا كان : $R_1=2R_3$ and $R_2=7R_3$.

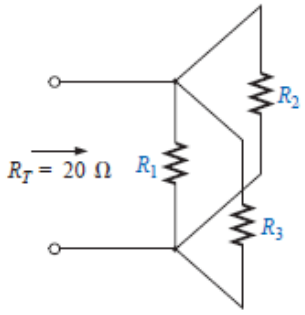


Q3 باستخدام المعلومات المبينة على الشكل جانباً. أوجد قيم المقاومات R_1 و R_3 و R_T و E .

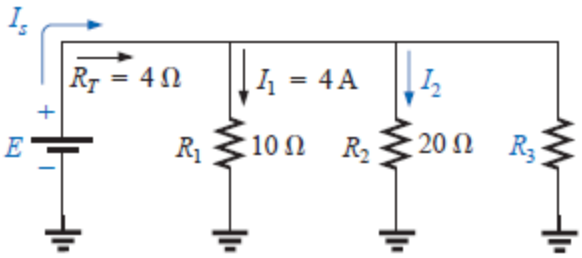


Dr.Sadek pro

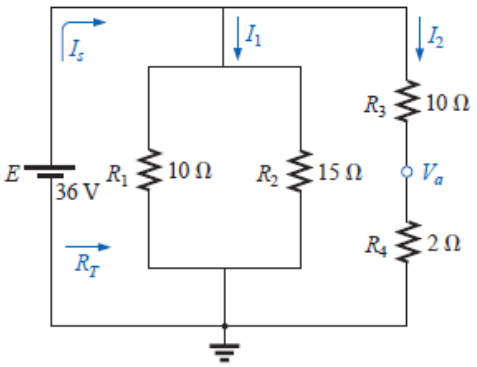
Q4 باستخدام المعلومات المبينة على الشكل جانباً. أوجد قيم المقاومات R_1 و R_2 و R_3 ، إذا كان: $R_2 = 5R$ و $R_3 = (1/2)R_1$.



Q5 باستخدام المعلومات المبينة في الدارة الكهربائية المبينة. أوجد قيم : $R3$ وE و I_s و I_2 و P_2 .

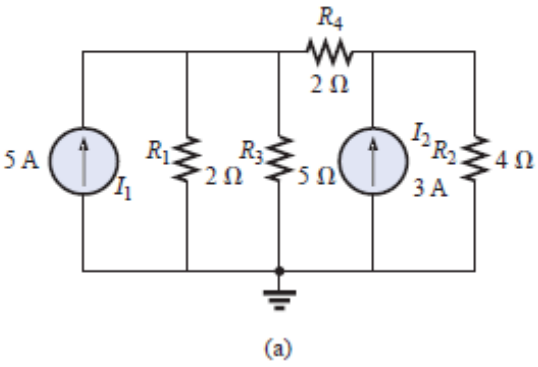


Q6 باستخدام المعلومات المبينة في الدارة الكهربائية المبينة. أوجد قيم R_T و I_s و I_1 و I_2 و V_a .



Dr.Sadek pro

Q7 أكتب معادلات العقد للشبكة الكهربائية المبينة جانباً . وأوجد قيم كمونات العقد V_1 و V_2 .

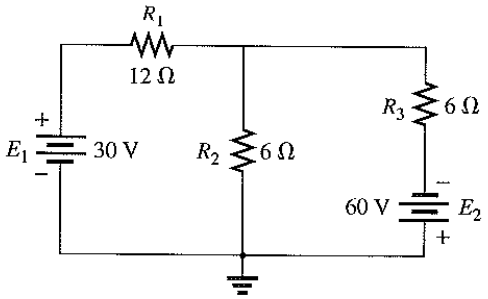


(a)

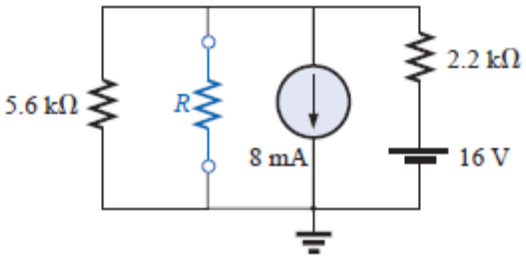
Q8 - a) باستخدام نظرية التراكم، أوجد شدة التيار المار في كل مقاومة من الشبكة الكهربائية.

b) أوجد الاستطاعة المقدمة إلى المقاومة R_1 من كل منبع .

c) أوجد الاستطاعة المقدمة إلى المقاومة R_1 عند مرور التيار الكلي في المقاومة R_1 .



Q9 أوجد دارة ثيفينين المكافئة للشبكة الكهربائية الخارجية بالنسبة للمقاومة R في الشبكة الكهربائية المبينة جانباً.



Dr.Sadek pro

Thank You!!

Dr.Sadek pro

sadekpro

sadek berro د.صادق برو

sadekpro @gmail.com

MOB 0933406346