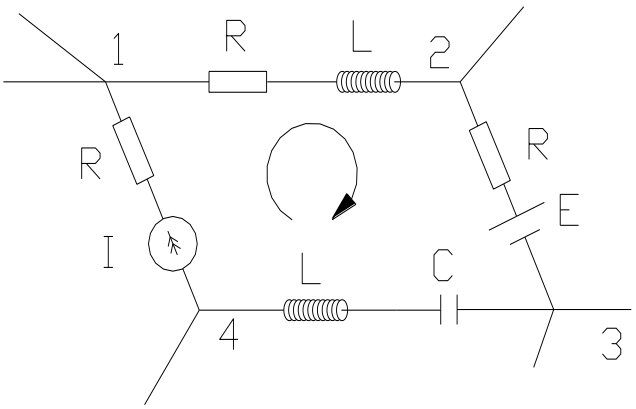
الفصل الأول

دارات التيار المستمر – الاستطاعة – القدرة

1-1- مفهوم الدارة الكهربائية :

تحتوي الدارة الكهربائية بشكل عام على مجموعة من العناصر الكهربائية الفعالة وغير الفعالة التي يتصل بعضها ببعض بواسطة نواقل كهربائية ، ويمكن معرفة صفاتها من خلال معرفة العلاقة بين التيار المار بالعنصر والتوتر المطبق على طرفيه .

والشكل (1-1) يبين دارة كهربائية تحوي مجموعة من العناصر .



الشكل (1-1) دارة كهربائية تحتوي على مجموعة من العناصر

نسمي النقاط (1-2-3-4) بنقاط التفرع (عقدة) ، أما العناصر التي تصل بين عقدتين فتسمى بالفروع وإذا مر التيار الكهربائي من نقطة ما وعاد إلى نفس النقطة في طريق مغلق فنسمي ذلك بالحلقة المغلقة . أما العناصر المستهلكة للقدرة فتسمى بالعناصر الغير فعالة وهي عبارة عن المقاومات والمكثفات والملفات . أما العناصر التي تحوّل الطاقات المختلفة (حرارية ، شمسية ، الرياح ، المياه ... الخ) إلى طاقة أو قدرة كهربائية فنسميها مولدات قدرة .

1-1-1- المقاومات (R) :

هي إحدى العناصر غير الفعالة في الدارة التي تحول القدرة الكهربائية إلى قدرة حرارية ، واحدتها الأوم ، ويمكن تعريف الأوم على أنه مقاومة الناقل التي تسبب هبوطاً في فرق الكمون مقداره (١) فولت عند مرور تيار قدره (١) أمبير .

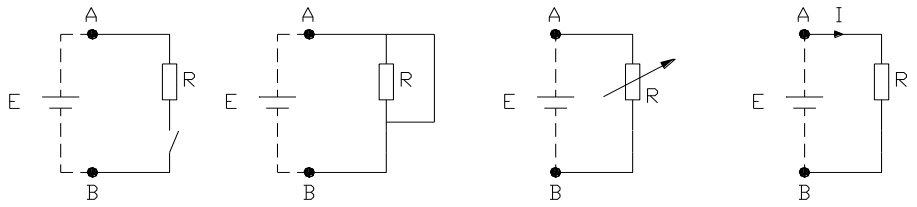
فإذا طبقنا على مقاومة R توتراً قدره E(v) مر فيها تيار شدته I(A) .

وهناك علاقة تناسب بين التيار والتوتر تعطى بقانون أوم : E=I.R حيث R عامل التناسب ومنه :

$$I = \frac{E(\upsilon)}{R(\Omega)} \quad (A) \quad .$$

وتوجد المقاومات بأشكال مختلفة منها المقاومة العادية والمقاومة المتغيرة والمقاومة المقصورة بسلك أو انقطاع دارة .

والشكل (1-2) يبين أشكال المقاومات المختلفة .



(انقطاع دارة)

الشكل (1-2) أشكال المقاومات المختلفة

في المقاومة المقصورة ندل على أن المقاومة بين A,B تساوي الصفر وبالتالي $I = \frac{E}{0} = \infty$ ، أما في حالة انقطاع دارة أي المقاومة لا نهائية وبالتالي يكون التيار المار في الدارة يساوي الصفر $I = \frac{E}{\infty} = 0$ أي أن التيار يساوي الصفر في أي دارة مفتوحة .

وإذا كان لناقل معين طول ℓ ومساحة مقطعه s فإن مقاومة ذلك الناقل يمكن أن تعطى بالعلاقة التالية Ω $R = \rho . \frac{\ell}{s}$

حيث ρ هي المقاومة النوعية .

وإذا قيست ℓ بالمتر وs بالمتر المربع فإن ρ تقاس عند ذلك بالأوم متر ، وتبلغ المقاومة النوعية للنحاس (وهي المادة المستخدمة بشكل واسع في الهندسة الكهربائية) عند درجة حرارة $20^{\circ}C$ قيمة $1{,}725\times 10^{-8} m\Omega$.

1-2-1- المكثفات :

هي إحدى العناصر غير الفعالة في الدارة والتي تستطيع أن تخزن القدرة الكهربائية . ويرمز

للمكثف بالرمز C واحدته الفاراد وهو سعة مكثف يتطلب شحنة مقدارها كولون واحد ليكون فرق الكمون بين لبوسيه فولتاً واحداً ويرمز له بالرمز (F) ويساوي $1F=10^6\mu F$ ، ويمكن أن يمثل المكثف في الدارة الكهربائية بالحالات التالية :

١- الحالة العامة : المكثف الثابت السعة .

٢- المكثف المتغير السعة .

والشكل (1-3) يبين أشكال المكثفات ، وتتعلق سعة المكثف بالشكل الهندسي للبوسين والبعد بينهما وكذلك بنوع العازل بين سطحي اللبوسين .

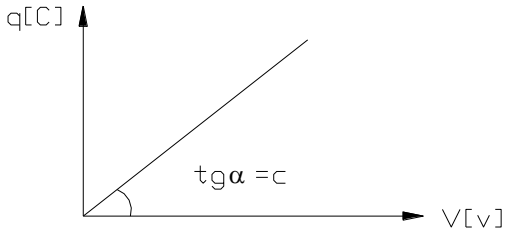
ويمكن اعتبار المكثف الكهربائي النظام الفيزيائي المؤلف من ناقلين كهربائيين مفصولٍ أحدهما عن الآخر بعازل كهربائي . وكل ناقل له سعة كهربائية معرفة نسبةً إلى الناقل الآخر.إذا شحن الناقلان بالشحنات (+q) و(−q) فإن كل ناقل سيكون له كمون (V_A) و(V_B) وسعة المكثف ستكون :

$$C=\frac{q}{V_A-V_B}=\frac{q_A}{U_{12}}=\frac{q_B}{V_2-V_1}=\frac{q_B}{U_{21}}$$
$$=\frac{q\,(\text{Coulomb})}{U\,(\text{Volt})}=\text{FARAD}$$

الحالة العامة

الشكل (1-3) أشكال المكثفات المختلفة

ويمكن رسم المنحني البياني للمكثف الكهربائي كما في الشكل (1-4) ويسمى هذا المنحني المميز الكهربائي للمكثف ، وزاوية ميلان هذا المنحني تحدد قيمة سعة المكثف .



الشكل (1-4) المميز الكهربائي للمكثف

وإذا كان الجهد على طرفي المكثف متغيراً مع الزمن فإن تياراً متغيراً سوف يمر في المكثف ويعطى بالعلاقة التالية :

$$i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du}{dt}$$

السعة (C) ثابتة مع الزمن .

أي أن التيار المار يتناسب واشتقاق الجهد بالنسبة للزمن وعامل التناسب هو سعة المكثف وبالتالي :

$$U = \frac{1}{C}\int_0^t i(t).dt + U_0$$

U_0 جهد المكثف في اللحظة t=0 .

1-1-3- الملفات :

هي إحدى العناصر غير الفعالة في الدارة أي مستهلكاً القدرة الكهربائية وقادراً على اختزان القدرة المغناطيسية . ويرمز للملف بالرمز L ويعطى بقيمة عامل التحريض الذاتي وواحدته الهنري (H) والهنري هو عامل التحريض الذاتي في الملف الذي يحدث قوة محركة كهرطيسية قدرها (1) فولت عند تغيير التيار خلالها بمعدل أمبير واحد بالثانية . وكل $1H=10^3$ mH .

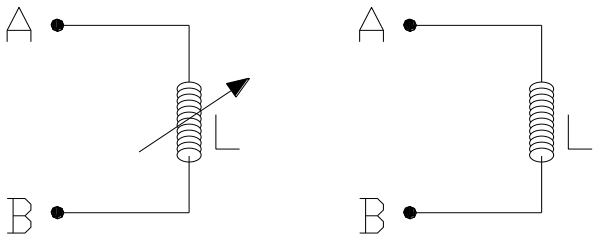
العلاقة بين التيار والتوتر في الملف تكون من الشكل :

$$U(t) = +L.\frac{di}{dt}$$

الجهد U(t) على طرفي ملف (ذي عامل تحريض ذاتي ثابت) هو مشتق التيار i بالنسبة إلى الزمن t ومنه :

$$i(t)=\frac{1}{L}\int u.dt$$

يمكن أن يتغير عامل التحريض الذاتي للملف بتغير عدد اللفات أو إضافة أو أبعاد النواة الحديدية في قلب الملف ، والشكل (1 - 5) يبين أشكال الملفات المختلفة .



ملف متغير عامل تحريضه الذاتي **الحالة العامة**

الشكل (1-5) أشكال الملفات المختلفة

وعند دراسة دارات التيار المستمر تكون قيم التيارات والجهود ثابتة ، يكون سلوك العناصر غير الفعالة في الدارة مع شكل مقاومات مادية فقط ، أما عناصر السعة والتحريض فتؤخذ بعين الاعتبار عند دراسة دارات التيار المتناوب وفي الحالات العابرة التي تظهر في الدارات الكهربائية عند الانتقال من نظام مستقر إلى نظام مستقر آخر . لأنه في دارات التيار المستمر لا يمرر المكثف تياراً كهربائياً وكأنه دارة مفتوحة ، أما الملفات فإن هبوط التوتر على طرفيه يساوي الصفر وكأنه دارة مغلقة أو دارة مقصورة .

1-1-4- منابع الجهد :

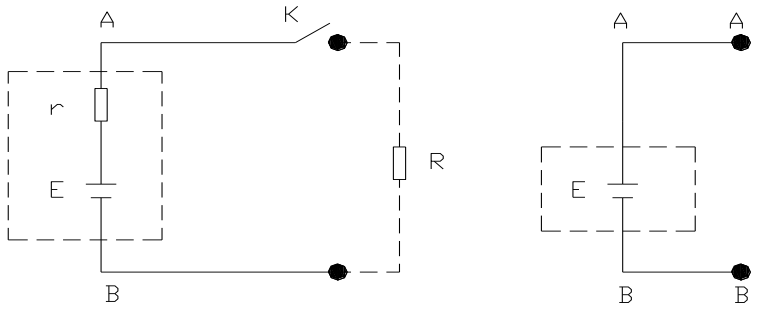
هي عناصر فعالة في الدارة الكهربائية ولا يعتمد الجهد بين طرفيها على مقدار التيار المار في الدارة .

نسمي منبع الجهد مثالياً عندما لا يحوي على عناصر غير فعالة ومرور التيار عبره لا يسبب هبوطاً في التوتر أي أن الجهد على طرفي مثل هذه المولدات يساوي دائماً القوة المحركة الكهربائية الداخلية لها .

أما مولدات الجهد غير المثالية (الواقعية) فتختلف عن مولدات الجهد المثالية بوجود عنصر غير فعال يميز الدارة الداخلية للمنبع وبالتالي ينخفض الجهد على طرفي المنبع بازدياد تيار الحمل بسبب هبوط التوتر على طرفي المقاومة الداخلية r .

وتمثل هذه المولدات بمنبع مثالي للجهد موصول معه على التسلسل مقاومته الداخلية ،

والشكل (1-6) يبين منابع الجهد المثالية وغير المثالية .



منبع جهد مثالي **منبع جهد غير مثالي**

الشكل (1-6) منابع الجهد المثالية وغير المثالية

عندما تكون الدارة مفتوحة أي القاطع (K مفتوح) فإن فرق الكمون V_{AB} بين نهايتي المنبع يساوي القوة الدافعة الكهربائية E .

وعند وصل القاطع (K مغلق) يتغير فرق الكمون V_{AB} بين نهايتي المنبع وفق العلاقة التالية :

$$V_{AB}=E-I.r$$

حيث r المقاومة الداخلية للمنبع .

إن اتجاه التيار خلال عملية التفريغ هو من القطب الموجب إلى السالب خارج المنبع .

1-1-5- منابع التيار :

هي من العناصر الفعالة في الدارة الكهربائية لا يعتمد التيار فيها على قيمة الجهد بين طرفيها . وتعتبر المقاومة الداخلية لمنبع التيار المثالي لا نهائية ولذلك لا تؤثر ثوابت الدارة الخارجية في المنبع . أما مولدات التيار الفعلية فتتألف من منبع تيار مثالي موصول معه على التفرع مقاومة r حيث :

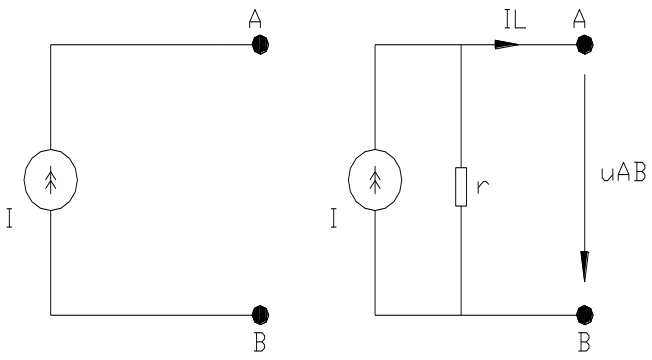
I– المنبع المثالي للتيار ويساوي $I=\frac{E}{r}$

r– المقاومة الداخلية للمنبع .

I_L– تيار الحمل وتيار الدارة الخارجية .

U_{AB}– جهد المنبع على طرفي الدارة الخارجية .

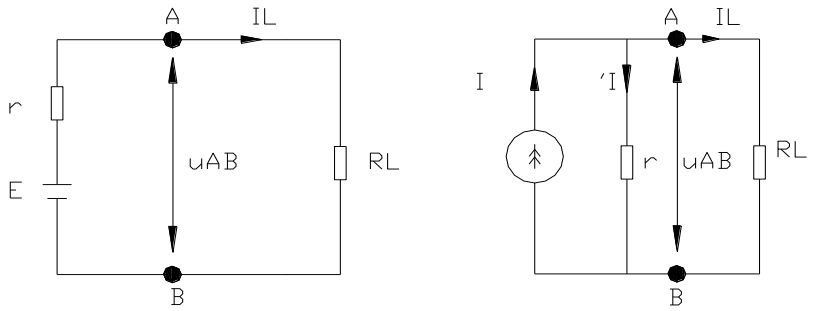
والشكل (1-7) يبين منابع التيار المثالية وغير المثالية .



الشكل (1-7) منابع التيار المثالية وغير المثالية

1-1-6- التكافؤ بين منبعي الجهد والتيار :

الدارة المكافئة لمنبع الجهد تتألف من منبع ثابت للقوة الدافعة الكهربائية E كما بيّنا سابقاً على التسلسل مع المقاومة الداخلية للمنبع r ، في بعض الأحيان ، ومن أجل تسهيل تحليل الشبكات الكهربائية يعمد إلى استبدال المنبع الثابت للقوة الدافعة الكهربائية (منبع ثابت التوتر) مع مقاومة على التسلسل بمنبع آخر للتيار على التوازي مع مقاومة كما هو مبين في الشكل (1-8) ولقد وصل المنبعان إلى حمل مقاومة R_L .



b) منبع جهد **a) منبع تيار**

الشكل (1-8) وصل منابع الجهد والتيار إلى حمل مقاومة R_L

حيث R_L– مقاومة الحمل ، U_{AB}– جهد الحمل (الخرج) .

من الشكل (1-8-b) نلاحظ أن التيار المار في الحمل R_L يساوي :

$$I_L = \frac{E}{R_L + r}$$

من الشكل (1-8-a) نلاحظ أن التيار المار $I = \frac{E}{r}$ يتوزع على المقاومتين R_L و r ومنه يساوي

تيار الحمل I_L ما يلي :

$$I_L = I.\frac{r}{r+R_L} = \frac{E}{r}.\frac{r}{r+R_L} = \frac{E}{R_L+r}$$

ومنه نلاحظ أنه بالإمكان استعمال أي من المنبعين على السواء ، وذلك لتساوي التيار والجهد ي الدارة الخارجية ، والشرط اللازم والكافي لتكافؤ منبعي الجهد والتيارهوعدم تغيير قيم الجهود والتيارات والاستطاعات في الدارة الخارجية.

مثال (1-1) :

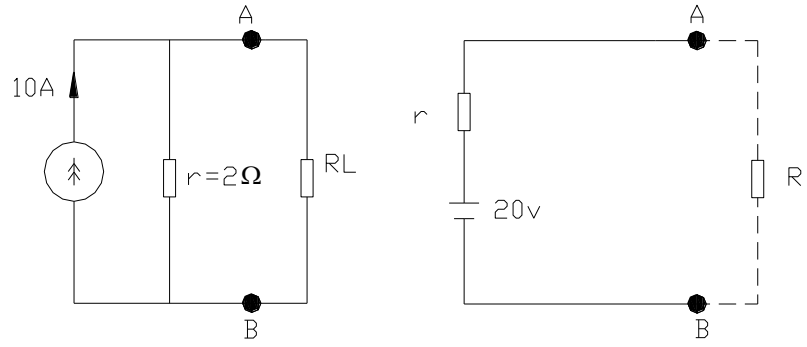
في الشكل (a-9-1) منبع للتيار داره I=10 A والمقاومة الموصولة على التفرع مع المنبع هي 2 Ω . أوجد قيمة القوة الدافعة الكهربائية لمنبع الجهد المكافئ .

الحل : القوة الدافعة الكهربائية E لمنبع الجهد المكافئ هي :

$E=I.r=10\times2=20$ v

نرسم منبع الجهد المكافئ حسب الشكل (b-9-1) وفيه قيمة المقاومة الداخلية

$r = 2\,\Omega$



(a) **(b)**

الشكل (1-9)

1-2- القوانين الأساسية للدارات الكهربائية :

1-2-1- قانون أوم :

إن قانون أوم في دارة مغلقة يعطى بالعلاقة التالية :

$V=I.R$

V– الجهد المطبق على طرفي المقاومة R ويقاس بالفولت .

I– شدة التيار الكهربائي ويقاس بالأمبير .

R– مقاومة الدارة الكهربائية وتقاس بالأوم .

وفي الدارة التي تحتوي على أكثر من مقاومة يمكن جمع المقاومات على التسلسل وعلى التفرع .

1-2-2- جمع المقاومات :

يوجد ثلاث حالات لربط المقاومات وهي :

١– الربط التسلسلي .

٢– الربط التفرعي .

٣– الربط المختلط .

1- الربط التسلسلي للمقاومات :

عندما يدخل التيار المغادر لإحدى المقاومات كلياً إلى المقاومة التالية نسمي هذا الوصل بالوصل التسلسلي للمقاومات ، والشكل (1 - 10) يبين أربع مقاومات مربوطة بشكل تسلسلي إلى منبع جهد E .

حسب قانون أوم نكتب :

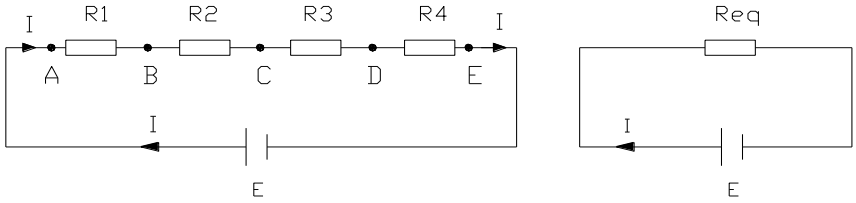
$V_{AB}=I.R_1$, $V_{BC}=I.R_2$, $V_{CD}=I.R_3$, $V_{DE}=I.R_4$

$E=V_{AB}+V_{BC}+V_{CD}+V_{DE}=I.(R_1+R_2+R_3+R_4)$

$$\frac{E}{I}=(R_1+R_2+R_3+R_4)=R_{eq}$$

R_{eq}– المقاومة المكافئة للمقاومات الأربعة المربوطة على التسلسل ومنه :

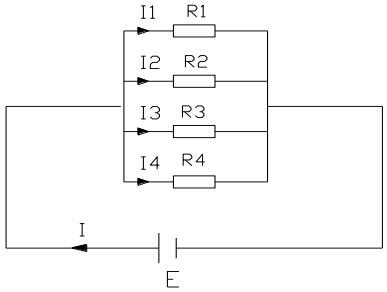
$R_{eq}=R_1+R_2+R_3+R_4$



2- الربط التفرعي للمقاومات :

ليكن لدينا أربع مقاومات مربوطة على التفرع كما في الشكل (1-11) ومنه نلاحظ أن فرق الكمون بين طرفي كل مقاومة هو نفسه ويساوي إلى جهد المنبع E . أما التيار الكلي من المنبع فإنه يتوزع في

المقاومات الأربعة .



الشكل (1-11)

وحسب قانون أوم يمكن أن نكتب :

$$I_1=\frac{E}{R_1}\ ,\ I_2=\frac{E}{R_2}\ ,\ I_3=\frac{E}{R_3}\ ,\ I_4=\frac{E}{R_4}$$

$$I=I_1+I_2+I_3+I_4$$

$$=\frac{E}{R_1}+\frac{E}{R_2}+\frac{E}{R_3}+\frac{E}{R_4}$$

$$=E\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)$$

$$\frac{I}{E}=\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}$$

R_{eq}– المقاومة المكافئة للمقاومات الأربعة R_1 وR_2 وR_3 وR_4 الموصولة على التفرع . ومنه المقاومة المكافئة لها :

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}$$

وفي الحالة الخاصة عندما يكون لدينا مقاومتان R_1 وR_2 مربوطتان على التفرع فإن :

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\Rightarrow R_{eq}=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}$$

فالمقاومة المكافئة لمقاومتين مربوطتين على التفرع تساوي حاصل جداء المقاومتين على مجموعهما .

وفي الحالة العامة عندما يكون لدينا n مقاومة مربوطة على التفرع $(R_1\ ,\ R_2\ ,\ \ldots\ ,\ R_n)$ تكون المقاومة المكافئة لها هي :

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+.....+\frac{1}{R_n}$$

وعندما يكون لدينا n مقاومة وجميع هذه المقاومات متساوية بالقيمة تعطى المقاومة المكافئة بالعلاقة :

$$R_{eq}=\frac{R}{n}$$

R– قيمة إحدى المقاومات .

n– عدد المقاومات الموصولة على التفرع .

3 - الربط المختلط للمقاومات :

إذا كانت لدينا دارة كهربائية تحتوي على مجموعة من المقاومات بعضها موصول تسلسلياً والآخر موصول تفرعياً كما في الشكل (1 - 12) نسمي هذا النوع من الوصل بالربط المختلط للمقاومات .

ولإيجاد المقاومة المكافئة في هذه الحالة نجمع المقاومات التفرعية معاً ونجمع المقاومات التسلسلية معاً باستخدام قوانين ربط المقاومات المذكورة سابقاً وبعدها نجمع المحصلتين معاً فنحصل على المقاومة المكافئة للدارة .

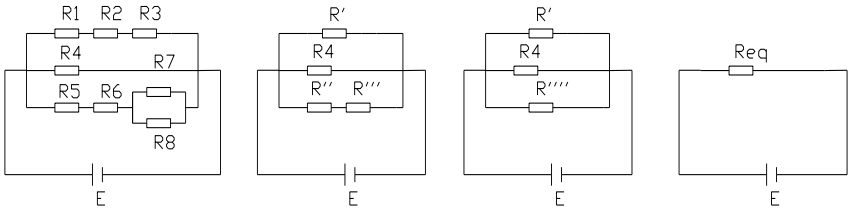
من الشكل (a-12-1) نلاحظ أن R_1 وR_2 وR_3 موصولتان على التسلسل ومحصلة هذه المقاومات مربوطة على التفرع مع المقاومة R_4 ، أما المقاومتان R_5 ، R_6 فموصولتان على التسلسل وأما R_7 ، R_8 فموصولتان على التفرع ويمكن تبسيط الدارة إلى الأشكال (d-c-b-12-1) .

حيث :

$$R'=R_1+R_2+R_3$$
$$R''=R_5+R_6$$
$$R'''=R_7//R_8$$
$$R''''=R''+R'''$$

والمقاومة المكافئة للدارة كما يلي :

$$R_{eq}=R'//R_4//R''''$$
$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R'}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R''''}$$

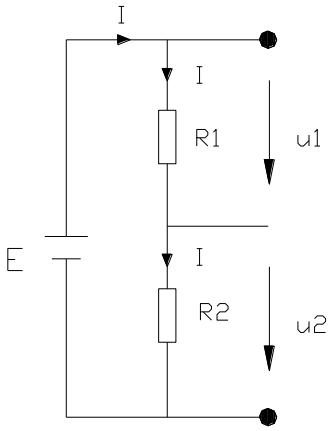


(a) **(b)** **(c)** **(d)**

الشكل (1-12)

1-2-3- مجزئ الجهد :

يتألف مجزئ الجهد من مقاومتين موصولتين على التسلسل (R_1,R_2) ويجزئ الجهد الكلي أو القوة الدافعة الكهربائية E إلى جهدين U_1 وU_2 كما في الشكل (1-13) .



إن التيار I هو نفسه يمر بالمقاومتين R_1 وR_2 لأن المقاومتين موصولتين على التسلسل فيمكن كتابة العلاقات التالية :

$$U_1=I.R_1 \quad (1) \quad , U_2=I.R_2 \quad (2)$$

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{I.R_1}{I.R_2}=\frac{R_1}{R_2}$$

أما الجهد الكلي : $E=U_1+U_2$

والمقاومة المكافئة الكلية : $R_{eq}=R_1+R_2$

ومنه فإن التيار المار بالدارة I كما يلي :

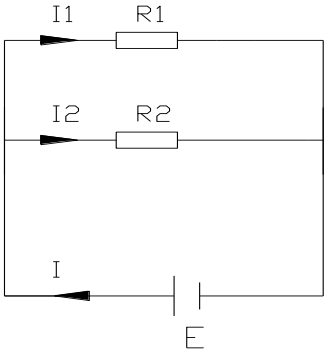
$$I=\frac{E}{R_1+R_2}$$

نعوض في المعادلة (1) و(٢) نجد :

$$u_1=\frac{E.R_1}{R_1+R_2}=E.\frac{R_1}{R_{eq}} \quad ، \quad u_2=\frac{E.R_2}{R_1+R_2}=E.\frac{R_2}{R_{eq}}$$

4-2-1- مجزئ التيار :

ليكن لدينا مقاومتان موصولتان على التفرع (R_1 وR_2) بمنبع جهد E فإن التيار الكلي يتجزأ إلى تيارين I_1 وI_2 كما في الشكل (1-14) .



الشكل (1-14)

بما أن المقاومتين موصولتان على التفرع يكون الجهد المطبق عليها متساوياً أي :

$$E=U_1=U_2$$

$$I.R_{eq}=I_1.R_1=I_2.R_2$$

$$R_{eq}=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}$$

$$I.\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}=I_1\cdot R_1$$

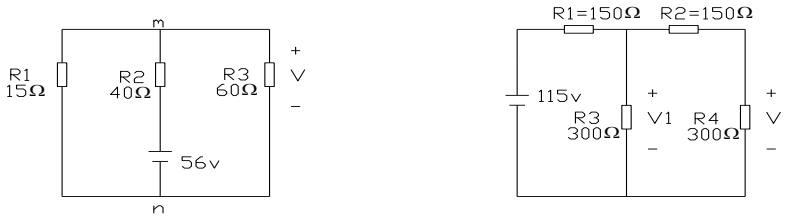
$$I_1=\frac{I.\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}}{R_1}=I.\frac{R_2}{R_1+R_2}$$

وبالمثل فإن : $$I_2=I.\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

أي أن التيار المار في أي فرع من الفرعين هو عبارة عن حاصل جداء التيار الكلي في المقاومة البعيدة على مجموع المقاومتين .

مثال (1-2) :

استعمل قاعدة مقسم الجهد لتحديد V في كل من الدارتين التاليتين :



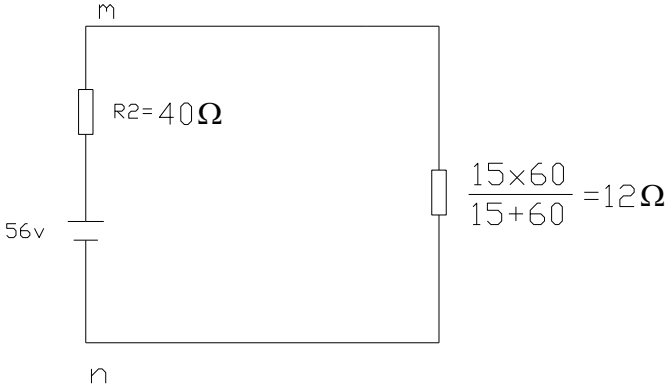
(b)

الشكل (1-15)

1- من الشكل (a-15-1) :

المقاومة R_1 مربوطة على التفرع مع R_3 ، فالدارة المبينة على الشكل (a-15-1) تتحول إلى الدارة المبينة على الشكل (a-16-1) باستعمال قانون موزع الجهد :

$$V = 56.\frac{12}{12+40} = 12{,}9 \text{ v}$$



الشكل (a-16-1)

2- الشكل (b-15-1) التوتر V يمكن أن يحدد بدلالة V_1 :

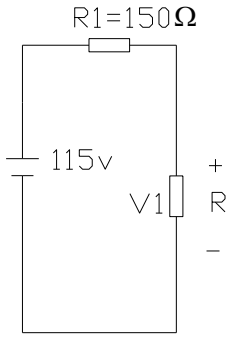
$$V = V_1.\frac{R_4}{R_2+R_4} = V_1.\frac{300}{150+300} = 0{,}667\ V_1$$

باستبدال R_2 , R_3 , R_4 بمقاومة مكافئة R تتحول الدارة المبينة على الشكل (b-15-1) إلى الدارة

المبينة في الشكل (b-16-1) .

حيث :

$$R = \frac{R_3(R_2 + R_4)}{R_3 + R_2 + R_4} = \frac{300(150+300)}{300+150+300} = 180\ \Omega$$



الشكل (b-16-1)

من الشكل (b-16-1) يمكن أن نكتب :

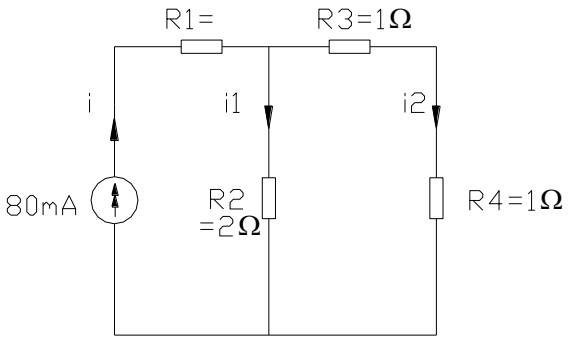
$$V_1 = 115.\frac{R}{R_1 + R} = 115.\frac{180}{150+180} = 62{,}7 \quad V$$

وقيمة التوتر V تساوي :

$V=0{,}667\ V_1=0{,}667\times 62{,}7=41{,}8\ V$

مثال (1 - 3) :

احسب قيمة التيار i_2 في الدارة المبينة بالشكل (1-17) .



الشكل (1-17)

الحل :

نلاحظ من الشكل (1-17) أن التيار i ينقسم إلى تيارين i_1 وi_2 ، ونوجد التيار i_2 باستخدام مجزئ التيار :

$$i_2 = i.\frac{R_2}{R_2+R_3+R_4} = \frac{2}{2+2}i = \frac{1}{2}i = \frac{1}{2}.80 = 40\ mA$$

إن التيار i_1 :

$$i_1 = i.\frac{R_3+R_4}{R_2+R_3+R_4} = \frac{2}{2+1+1}.i = 40\ mA$$

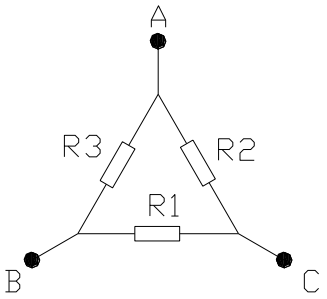
من الملاحظ أنه في حالة تساوي المقاومات في الفرعين ينقسم التيار الكلي i قسمين متساويين .

1-2-5- قانون تحويل المقاومات :

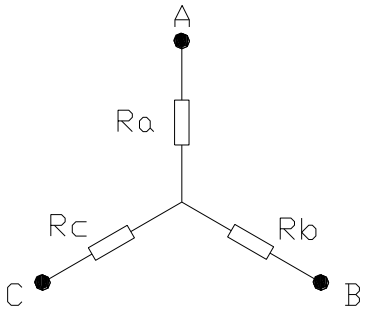
في كثير من الحالات يمكن أن توجد مقاومات موصولة بشكل مثلثي أو بشكل نجمي وقد يكون حل مثل هذه الدارات فيه بعض الصعوبات ، لذلك نلجأ إلى تحويل هذا الوصل من المثلثي إلى النجمي أو بالعكس لأجل تبسيط الدارة المراد حلها .

1- التحويل من Δ إلى λ أي التحويل المثلثي إلى النجمي :

يبين الشكل (1-18-a) ثلاثة مقاومات R_1 , R_2 , R_3 موصولة بثلاثة أطراف A,B,C ، يسمى هذا الوصل بتوصيل دلتا (مثلثي) يمكن الاستعاضة عن هذه المقاومات الثلاثة بمقاومات ثلاث أخرى موصولة بالأطراف نفسها A,B,C ونقطة عامة مشتركة كما في الشكل (1-18-b) والتوصيل الأخير يسمى توصيلاً نجمياً (λ) فإذا كانت توصيلة λ مكافئة لتوصيلة Δ يجب أن تكون المقاومة بين أي طرفين كما في الشكل (1-18-b) هي نفسها بين الطرفين المناظرين قي الشكل (1-18-a) ، وعليه إذا أخذنا الطرفين B,A في الشكل (1-18-a) فستكون المقاومة R_3 موصولة بالتفرع مع المقاومات R_1 وR_2 وبالتالي فإن :



(a)



(b)

الشكل (1-18)

$$R_{ab} = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (1)$$

أما في الشكل (b-18-1) فإن المقاومة R_b هي :

$$R_{ab} = R_a + R_b \qquad (2)$$

وبما أن الشكل (a-18-1) والشكل (b-18-1) متكافئان تكون :

$$R_a + R_b = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{R_3 \cdot R_1 + R_3 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (3)$$

وبنفس الطريقة نكتب :

$$R_b + R_c = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (4)$$

$$R_a + R_c = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (5)$$

وبطرح المعادلة (4) من المعادلة (3) نجد :

$$R_a + R_b - R_b - R_c = \frac{R_3 \cdot R_1 + R_3 \cdot R_2 - R_1 \cdot R_2 - R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_a - R_c = \frac{-R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (6)$$

بجمع المعادلة (5) مع المعادلة (6) نجد :

$$2R_a = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_2 - R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_a = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (7)$$

حيث R_a قيمة أول مقاومة من التحويل المثلثي (Δ) إلى النجمي (λ) وهي عبارة عن حاصل جداء المقاومتين المتجاورتين على بقية المقاومات .

وبنفس الطريقة نجد :

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (8)$$

$$R_c = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (9)$$

2- التحويل من توصيل نجمي إلى مثلثي :

إذا ما أريد تحويل المقاومات الموصلة على شكل (λ) بتوصيل (Δ) كما في الشكل (a-18-1) ، (b-18-1) فإننا نقسم المعادلة (7) على المعادلة (8) نجد :

$$\frac{R_a}{R_b} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot R_a}{R_b} \qquad (10)$$

ونقسم المعادلة (7) على المعادلة (9) نجد :

$$\frac{R_a}{R_c} = \frac{R_3}{R_1}$$

ومنه فإن :

$$R_3 = \frac{R_1 \cdot R_a}{R_c} \qquad (11)$$

وبالتعويض في المعادلة (7) نجد :

$$R_a = \frac{\frac{R_1 \cdot R_a}{R_b} \cdot \frac{R_1 \cdot R_a}{R_c}}{R_1 + R_1 \cdot \frac{R_a}{R_b} + R_1 \cdot \frac{R_a}{R_c}}$$

وبعد الإصلاح نجد :

$$R_1 = R_c + R_b + \frac{R_b \cdot R_c}{R_a}$$

وبنفس الطريقة :

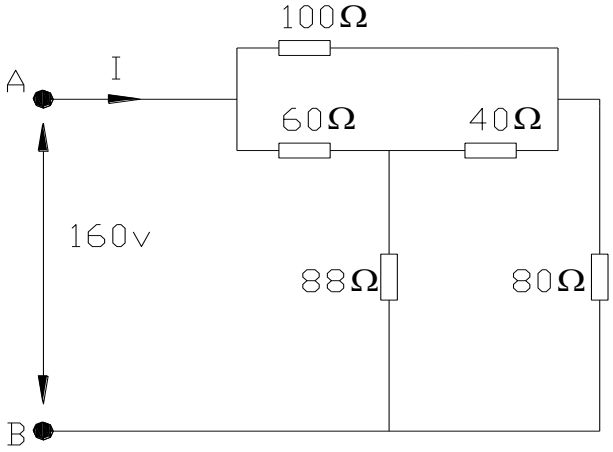
$$R_2 = R_a + R_c + \frac{R_a \cdot R_c}{R_b}$$

$$R_3 = R_a + R_b + \frac{R_a \cdot R_b}{R_c}$$

إذاً عند التحويل من λ إلى Δ تساوي المقاومة المكافئة في Δ مجموع المقاومتين المتجاورتين مضافاً جداؤهما على المقاومة الثالثة .

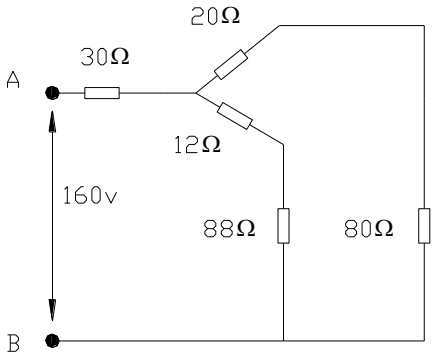
مثال (1-4) :

في الشكل (1-19) طبق توتر قدره 160 V عند القطبين AB ، أوجد المقاومة المكافئة للدارة بين النقطتين AB ، والتيار الكلي للدارة .



الشكل (1–19)

الحل :من الشكل (1-19) يمكن أن نلاحظ أن المقاومات 40,60,100 موصولة بشكل مثلثي . لذلك يمكن تحويلها إلى الشكل λ المكافئ ، وبذلك تتحول الدارة إلى الشكل (1-20) حيث :



الشكل (1-20)

$$R_1 = \frac{60 \times 100}{100 + 60 + 40} = 30\ \Omega$$

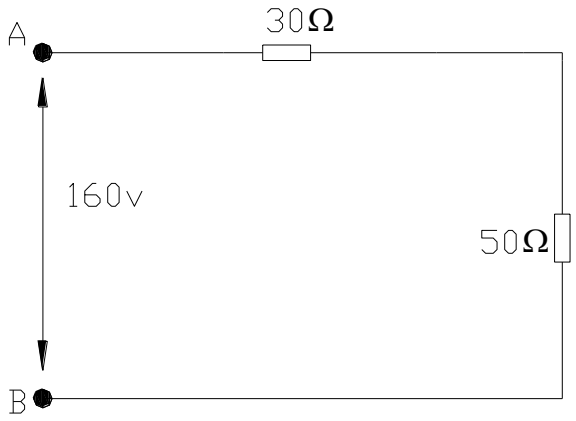
$$R_2 = \frac{100 \times 40}{200} = 20\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{40 \times 60}{200} = 12\ \Omega$$

ونلاحظ من الشكل (1-20) أنه أصبح لدينا فرعان في الدارة :

الأول مقاومته : $88+12=100\ \Omega$

والثاني مقاومته : $80+20=100\ \Omega$



الشكل (1-21)

وهاتان المقاومتان يمكن التعويض عنهما بما يكافئها أي :

$$R_e = \frac{100 \times 100}{200} = 50\ \Omega$$

كما في الشكل (1-21) ، وأخيراً تصبح المقاومة المكافئة للدارة :

$R=30+50=80\ \Omega$

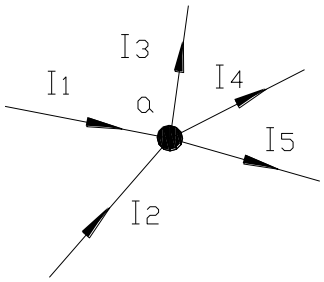
والتيار الصادر من المنبع يكون :

$$I = \frac{V}{R} = \frac{160}{80} = 2\ A$$

1-2-6- قوانين كيرشوف :

1- قانون كيرشوف الأول (قانون التيار) :

ينص قانون كيرشوف الأول على أن المجموع الجبري للتيارات في عقد ما من دارة كهربائية يساوي الصفر . أو بشكل آخر يمكن القول بأن مجموع التيارات الداخلة إلى أية عقد في دارة كهربائية يساوي مجموع التيارات الخارجة من تلك العقدة . وليكن لدينا عقدة (a) كما في الشكل (1–22) .



$I_1+I_2= I_3+I_4+ I_5$

$I_1+I_2-I_3-I_4-I_5=0$

$\sum | I | = 0$

وفي الحالة العامة من أجل تحديد إشارة التيارات ، يمكن أن نعتبر مثلاً أن إشارة التيارات الداخلة إلى العقدة موجبة والخارجة منها سالبة وبالعكس .

ولنطبق قانون كيرشوف الأول على كافة العقد في الدارة المبينة بالشكل (1-23).

العقدة A :

$I=I_1+I_2+I_3$

$I-I_1-I_2-I_3=0$

العقدة B :

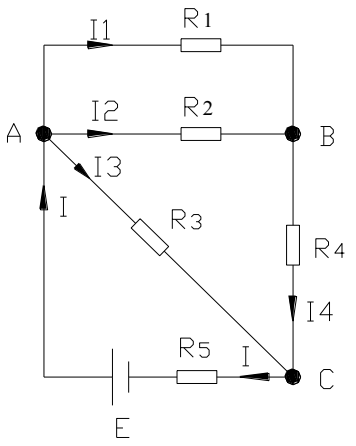
$I_1+I_2=I_4$

$I_1+I_2-I_4=0$

العقدة C :

$I_3+I_4=I$

$I_3+I_4-I=0$



الشكل (1-23)

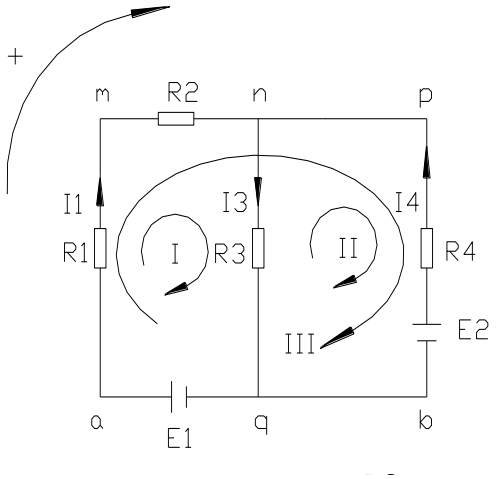
2- قانون كيرشوف الثاني (قانون الجهد) :

ينص قانون كيرشوف الثاني على أنه في أية حلقة مغلقة من دارة كهربائية يكون المجموع الجبري للقوى الدافعة الكهربائية في الحلقة المغلقة مساوياً للمجموع الجبري لحاصل ضرب التيار في المقاومة لكل جزء من الحلقة وبالتالي :

$$\sum E=\sum(I.R)$$

ولتحديد إشارة القوة الدافعة الكهربائية والحدود الناتجة عن جداء التيار في المقاومة لكل جزء من الحلقة يمكن اختيار اتجاه دوران في الحلقة ، إما مع عقارب الساعة أو بعكس عقارب الساعة ونعتبره الاتجاه الموجب .

لتكن لدينا الدارة المبينة بالشكل (1-24) ولنطبق قانون كيرشوف الثاني على الحلقات ampba , bqnpb , amnqa .



الحلقة I:(amnqa)

$E_1=I_1(R_1+R_2)+I_3.R_3$

الحلقة II:(bqnpb)

$-E_2=-I_4.R_4-I_3.R_3$

$E_2=I_4.R4+I_3.R_3$

الحلقة III:(ampba)

$E_1-E_2= I_1.(R_1+ R_2)-I_4.R_4$

ومن المعادلات السابقة يمكن تحديد كافة التيارات في فروع الدارة .

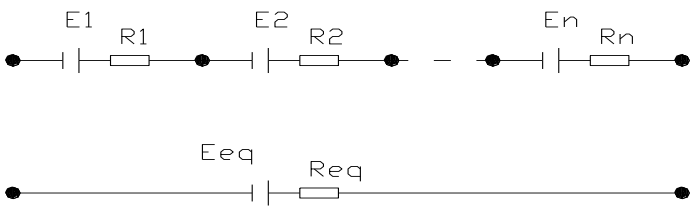
1-2-7- ربط المنابع الكهربائية :

تتألف منابع التيار المستمر من المولدات والمدخرات ، وهذه المنابع يمكن أن تتوافر باستطاعات مختلفة تصل إلى 1000 MW بالنسبة للمولدات .

للمدخرات استعمالات كثيرة في الحياة العملية فهي تستعمل من أجل إقلاع المحركات وفي إنارة السيارات وفي تغذية المستشفيات في الحالات الطارئة ، وفي الحياة العملية قد نحتاج إلى ربط المدخرات على التسلسل وعلى التفرع .

1- ربط المدخرات على التسلسل :

يتم ربط المدخرات على التسلسل عندما نصل القطب الموجب للمدخرة الأولى بالقطب السالب للمدخرة الثانية ... وهكذا . ويتم هذا الربط عندما يراد الحصول على توترات كبيرة فإذا ربطنا n مدخرة معاً على التسلسل شكل (25–1) فالقوة الدافعة الكهربائية والمقاومة الداخلية للمدخرة المكافئة لمجموعة هذه المدخرات تعطيان بالعلاقتين التاليتين :



الشكل (1-25)

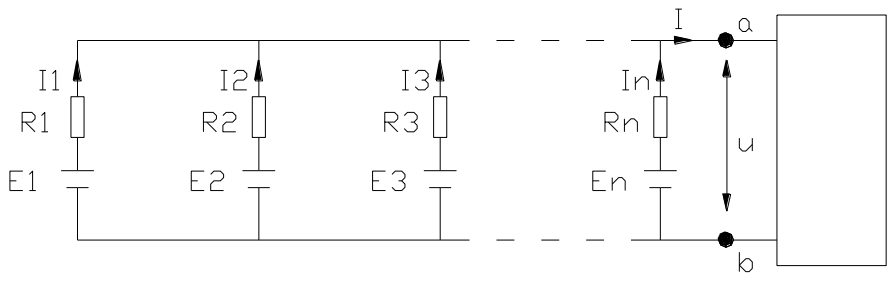
$E_{eq}= E_1+E_2+....+E_n$

$R_{eq}= R_1+R_2+....+R_n$

2- ربط المدخرات على التفرع :

إذا احتوت شبكة على عدد من المدخرات المربوطة على التوازي (التفرع) فإن كل مجموعة يمكن أن يستعاض عنها بمنبع وحيد ذي جهد مكافئ ومقاومة داخلية مكافئة ، ويعرف ذلك بنظرية ربط المدخرات على التفرع .

ونلجأ إلى ربط المدخرات على التفرع عندما يكون المطلوب الحصول على تيارات كبيرة ، والشكل (1-26) يبين مجموعة من المدخرات مربوطة على التفرع تغذي حملاً معيناً . وتظهر باقي أقسام الشبكة في علبة وحيدة ، والمطلوب إيجاد عناصر المدخرة المكافئة لهذه المدخرات (R_{eq}-E_{eq}) .



الشكل (1-26)

ويتم ذلك بمكافأة أفرع التوازي بفرع وحيد كما في الشكل (1-27) بحيث يكون التيار I والجهد V في الشبكة المحولة هو نفسه كما في الشبكة الأصلية .

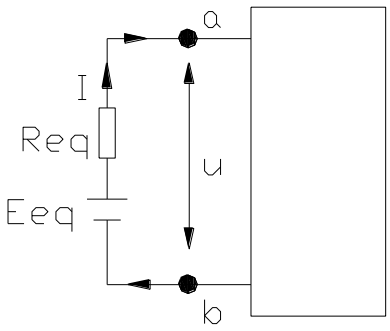
من الشكل (1-26) يمكن أن نكتب :

$$V_{ab} = E_1 - I_1 \cdot R_1 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - V_{ab}}{R_1}$$

$$I_1 = E_1 \cdot \frac{1}{R_1} - V_{ab} \frac{1}{R_1}$$

$$I_1 = E_1 \cdot g_1 - V_{ab} \cdot g_1 \qquad (1)$$

حيث : g تدعى بالناقلية ، وتقاس بالمو (mHO) .



الشكل (1-28)

بنفس الطريقة يمكن أن نكتب بالنسبة للفرع الثاني والثالث وللفرع n .

$$I_2 = E_2.g_2 - V_{ab}.g_2 \qquad (2)$$

$$I_3 = E_3.g_3 - V_{ab}.g_3 \qquad (3)$$

$$I_4 = E_4.g_4 - V_{ab}.g_4 \qquad (4)$$

وحسب قانون كيرشوف الأول (قانون التيارات) يمكن أن نكتب :

$$I=I_1+I_2+I_3+....+I_n \qquad (5)$$

بالتعويض بقيم I_1 وI_2 وI_3 و ..... وI_n من المعادلات (1) و(2) و(3) و (4) في المعادلة (5) نجد :

$$I=E_1.g_1-V_{ab}.g_1+E_2.g_2-V_{ab}.g_2+.....+E_n.g_n-V_{ab}.g_n$$

$$I=E_1.g_1+E_2.g_2+.....+E_n.g_n-V_{ab}.(g_1+g_2+...+g_n)$$

$$I = \sum_{i=1}^{n} E_i.g_i - V_{ab}.\sum_{i=1}^{n} g_i \qquad (6)$$

من الشكل (1-27) يمكن أن نكتب :

$$I=E_{eq}.g_{eq}-V_{ab}.g_{eq} \qquad (7)$$

حيث :

$$g_{eq} = \frac{1}{R_{eq}}$$

بمقارنة العلاقتين (6) و(7) يتبين أن قيم التيار I تكون متساوية عندما يتحقق :

$$g_{eq} = \sum_{i=1}^{n} g_i \Rightarrow R_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} g_i} \qquad (8)$$

$$E_{eq}\cdot g_{eq}=\sum_{i=1}^{n}E_i\cdot g_i \Rightarrow E_{eq}=\frac{\sum_{i=1}^{n}E_i\cdot g_i}{\sum_{i=1}^{n}g_i} \qquad (9)$$

من أجل إشارة المجموع في صورة المعادلة (9) يكون الحد $E_i.g_i$ موجباً بالنسبة للمنابع التي تتفق بالاتجاه مع المنبع المكافئ ، وسالباً بالنسبة للمنابع التي تتعاكس بالاتجاه مع المنبع المكافئ .

ملاحظة هامة :

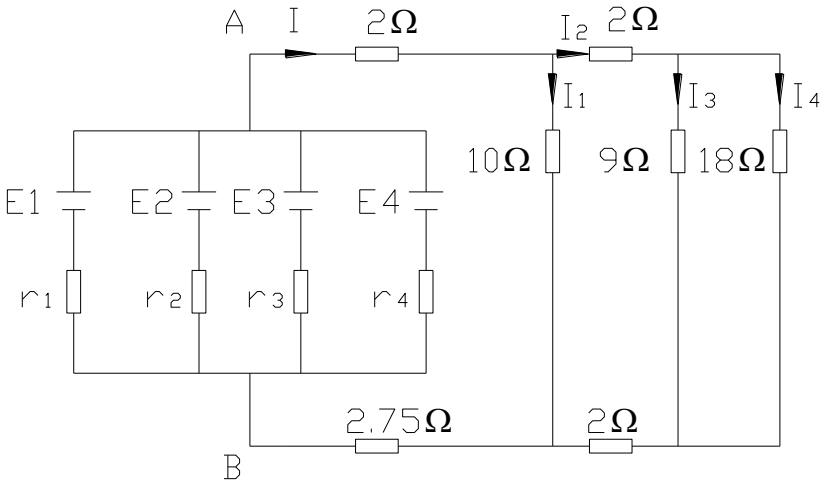
إذا كان أحد الأفرع المتوازية لا يحتوي منبع جهد ، مثلاً E_2 غير موجود ، فإنه يتم حذف الحد $E_2.g_2$ من الصورة في العلاقة (9) فيما تبقى g_2 في المخرج كما هي . وبالتالي فإن قيمة g المحددة بالعلاقة (8) لا تتغير.

مثال (1-5) :

للدارة المبينة في الشكل (1-28) يطلب حساب قيم I_1,I_2,I_3,I_4 .

$r_1=r_2=r_3=r_4=1\ \Omega$

$E_1=E_2=E_3=E_4=1\ V$



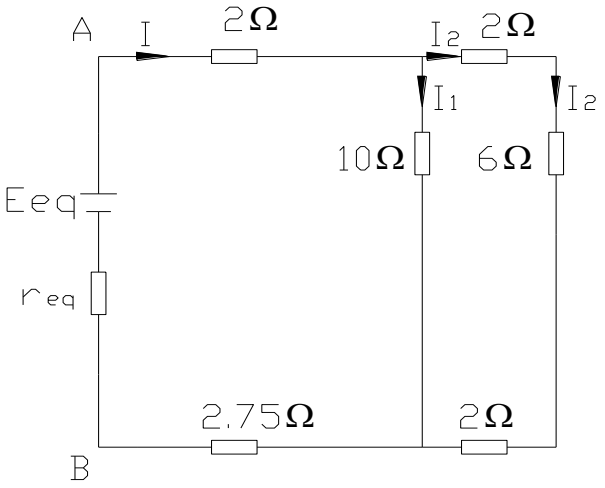
الشكل (1-28)

الحل :

بالتعويض عن المدخرات الأربعة بمدخرة مكافئة وكذلك عن المقاومتين 9 و 18 أوم ، تصبح الدارة كما هو مبين في الشكل (1– 29) حيث :

$$r_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} g_i} = \frac{1}{\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}} = 0,25\ \Omega$$

$$E_{eq} = \frac{\sum_{i=1}^{n} E_i . g_i}{\sum_{i=1}^{n} g_i} = \frac{120.\frac{1}{1}+120.\frac{1}{1}+120.\frac{1}{1}+120.\frac{1}{1}}{\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}} = 120\ V \quad R = \frac{18\times 9}{18+9} = 6\ \Omega$$



الشكل (1-29)

قيمة التيار الكلي I :

$$I = \frac{E_{eq}}{r_{eq} + 2 + 2,75 + \frac{(2+6+2)\times 10}{(2+6+2)+10}} = \frac{120}{11}$$

$$= 10,9\ mA$$

حسب قاعدة مقسم التيار يمكن أن نكتب :

$$I_1 = I.\frac{2+6+2}{2+6+2+10} = 10,9.\frac{10}{20} = 5,45\ A$$

$$I_2 = I.\frac{10}{2+6+2+10} = 10,9.\frac{10}{20} = 5,45\ A$$

$$I_3 = I_2.\frac{18}{18+9} = 5,45.\frac{18}{27} = 3,63\ A$$

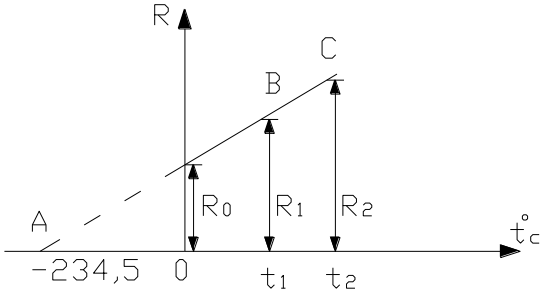
$$I_4 = I_2.\frac{9}{18+9} = 5,45.\frac{9}{27} = 1,82\ A$$

ملاحظة : من حسابات r_{eq} وE_{eq} يمكن أن نلاحظ أن E_{eq} لمجموعة من المدخرات متشابهة وموصولة

بنفس الاتجاه (الأقطاب الموجبة معاً وكذلك السالبة) تساوي القوة الدافعة الكهربائية لإحدى المدخرات وأن المقاومة المكافئة r_{eq} تساوي المقاومة الداخلية لمدخرة واحدة مقسومة على عدد المدخرات .

1-2-8- معامل الحرارة للمقاومة :

ترتفع مقاومة جميع المعادن النقية بارتفاع درجة حرارتها ما عدا الكربون والمواد العازلة فإن مقاومتها تنقص بارتفاع درجة حرارتها ، ويكون تغير المقاومة متناسباً مع تغير درجة الحرارة ، وتعرف النسبة بين المقاومة عند ارتفاع درجة مئوية واحدة إلى المقاومة عند درجة الصفر المئوي بمعامل الحرارة للمقاومة ويرمز له بالرمز α ، ومنها يمكن تعريف معامل الحرارة للمقاومة بأنه الزيادة في مقاومة قدرها أوم واحد عند درجة حرارة الصفر المئوي عندما ترتفع درجة الحرارة درجة مئوية واحدة .



الشكل (1-30)

ويبين الشكل (1-30) تغير مقاومة معدن النحاس في المدى الذي يعمل عنده ، فلو مدّد هذا الجزء إلى الخلف فإن النقطة التي يقطع بها هذا الخط المحور الأفقي ستكون (-234,5) لذا فإن (α) للنحاس تساوي :

$$\alpha = \frac{1}{234,5} = 0,004204$$

وبصورة عامة إذا كانت للمادة مقاومة قدرها R_0 عند درجة حرارة الصفر المئوي وكان لها مقاومة R_1 عند درجة حرارة t_1 درجة مئوية و R_2 عند درجة حرارة t_2 درجة مئوية فإن :

$$R_1=R_0.(1+\alpha.t_1)$$

$$R_2=R_0.(1+\alpha.t_2)$$

أما α للنحاس :

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{1+\alpha.t_1}{1+\alpha.t_2} \qquad \text{و} \qquad \alpha=\frac{1}{234,5}$$

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{234,5+t_1}{234,5+t_2}\Rightarrow t_2=\frac{R_2}{R_1}.(234,5+t_1)-234,5$$

ولذا إذا كانت مقاومة ملف ما مثل ملفات المجال في آلة كهربائية قد قيست عند بداية ونهاية التجربة فإن ارتفاع درجة الحرارة يمكن أن يقاس من المعادلة الأخيرة .

3-1- الاستطاعة والقدرة :

تحت تأثير الحقل الكهربائي المطبق على ناقل ما ، تتسارع الإلكترونات فيه مكتسبةً بذلك قدرة حركية لكن الإلكترونات المتحركة كما هو معروف تصطدم بالجزيئات الثابتة معطيةً إياها قدرتها الحركية التي اكتسبتها ، مما يؤدي إلى زيادة مطال اهتزاز الجزيئات الثابتة . وبكلمة أخرى يمكن أن نقول إن القدرة الحركية للإلكترون تحولت إلى حرارة أو قدرة حركية .

وإن القدرة الكهربائية المبذولة في دارة مغلقة تساوي جداء الجهد المطبق على هذه الدارة بالكمية الكهربائية كما أن الكمية الكهربائية تساوي جداء شدة التيار بالزمن أي أن :

$$W=u.q=u.I.t \quad (VAS)$$

حيث : W– العمل الكهربائي (القدرة المبددة) .

u– الجهد المطبق ويقدر بالفولت V .

q– كمية الكهرباء أو الشحنة الكهربائية .

I– شدة التيار بالأمبير A .

t– الزمن ويقدر بالثانية sec .

ولكن حاصل جداء فولت واحد بأمبير واحد يساوي إلى واتاً واحداً وبالتالي تكون وحدة القدرة (w.s) وات بالثانية ، وغالباً ما نستخدم وحدة الكيلووات ساعي Kwh حيث أن :

$$1\ Kwh=3,6\times10^6\ ws$$

ويمكن أن نحسب العمل الكهربائي (القدرة) بدلالة المقاومة R وبالاستفادة من قانون أوم :

$$W=u.I.t=I.R.I.t=I^2.R.t=\frac{u^2}{R}.t$$

وفي خلال زمن dt تكون القدرة المبددة في المقاومة R :

$$dw=I^2.R.dt$$

واستطاعة الدخل P هي عبارة عن القدرة المبددة في واحدة الزمن أي :

$$P = \frac{dw}{dt} = I^2.R$$

أو بشكل عام يكون : $$P = \frac{w}{t} = \frac{u.I.t}{t} = u.I \ (w)$$

أو أن : $$P = u.\frac{u}{R} = \frac{u^2}{R} (w)$$

4-1- جملة الواحدات المكثية (MKS) :

لقد أصبحت هذه الجملة شائعة الاستعمال ، وخاصةً في الهندسة الكهربائية ولذلك سوف نستعملها دائماًفي هذا الكتاب . والواحدات الأساسية في هذا النظام هي المتر والكيلو غرام والثانية ، بالنسبة لقياس الطول والكتلة والزمن على التوالي ومنها يمكن استنتاج الواحدات الميكانيكية التالية في نظام M.K.S :

1- السرعة الزاوية ω :

وتقاس بالراديان في الثانية في الجملة المكثية أي أن :

ω=1 Radian/sec

2- الواحدة القياسية للقوة هي النيوتن ، ويعرف بأنه القوة التي تكسب كتلة قدرها كيلو غرام واحد تسارعاً قدره ١ m/sec^2 .

الكيلو غرام الثقلي يساوي 9,81 نيوتن .

3- الواحدة القياسية للعمل أو القدرة هي الجول ، وهو العمل الحاصل حين تعمل قوة قدرها نيوتن لمسافة قدرها متر باتجاه القوة .

4- الواحدة القياسية للاستطاعة هي الواط ، وهي الاستطاعة التي تنتج عملاً قدرة جول/ثا .

5- التسارع : يعطى بالعلاقة التالية :

$a=L.T^{-2}$

وتكون النسبة بين التسارع في الواحدات المكثية والسغثية هي :

$a/a`=10^2$

أما الواحدات الكهربائية فإن اللجنة الفنية الدولية تبنت واحدة قياس التيار هي أمبير كواحدة للقياسات الكهربائية الأساسية .

وعليه يمكن تعريف الواحدات الكهربائية كما يلي :

1- الواحدة القياسية للتيار هي الأمبير ، وهو التيار الذي يسري في كل من سلكين متوازيين لا متناهيين في الطول ، وموضوعين في الفراغ بحيث تفصل بينهما مسافة قدرها 1m وينتج قوة بينهما قدرها (2×10^{-7}) نيوتن بالمتر الطولي.

2- الواحدات القياسية لكمية الكهرباء هي الكولون ، وهو كمية الكهرباء التي تمر في نقطة معينة من دارة يسري فيها تيار شدته (1) أمبير في ثانية واحدة .

3- الواحدة القياسية للمقاومة هي الأوم ، وهو المقاومة التي يسري فيها تيار شدته (١) أمبير ويولد فيها حرارة قدرها (١) وات بالثانية .

4- الواحدة القياسية لفرق الكمون هي الفولت ، وهو فرق الكمون عبر مقاومة قدرها (1) أوم عندما يسري فيها تيار شدته (1) أمبير .

5- الواحدة القياسية للقوة المحركة الكهربائية هي الفولت أيضاً ، وهو القوة المحركة الكهربائية التي تنتج تياراً شدته (1) أمبير في دارة كهربائية مقاومتها الكلية (1) أوم .

6- الاستطاعة : وحدة الاستطاعة في النظام المكثي هي الوات ، والوات يساوي J/sec جول واحد على الثانية .

7- العزم : وحدة العزم في النظام المكثي هي نيوتن متر وهو حاصل قسمة الاستطاعة على السرعة الزاوية .

1-5- أمثلة محلولة :

1- أوجد مقاومة ناقل طوله 100 m مساحة مقطعه المتجانس $0,1\ mm^2$ علماً بأن الناقل مصنوع من المنغاتين الذي مقاومته النوعية $50\ \mu\Omega\text{-cm}$.

الحل :

$$R = P.\frac{L}{S}$$

$$P=50\times10^{-6}\ \Omega.cm$$

$$\ell = 100\times100 = 10000\ cm$$

$$S=0,1\times10^{-2}=10^{-3}\ cm^3$$

وبالتالي فإن :

$$R=50\times10^{-6}.\frac{10^4}{10^{-2}} = 500\ \Omega$$

2- عينة من النحاس مقاومتها النوعية $1,7\times10^{-6}\ \Omega.cm$ في الدرجة صفر مئوية حرارتها في الدرجة $20^{\circ}C$ تساوي $\frac{1}{254,5}$ ، أوجد المقاومة النوعية وعامل الحرارة لهذه العينة في الدرجة $70^{\circ}C$.

الحل :

$$\rho_0=1,7\times10^{-6}\ \Omega.cm \quad , \quad \alpha_{20}=\frac{1}{254,5}$$

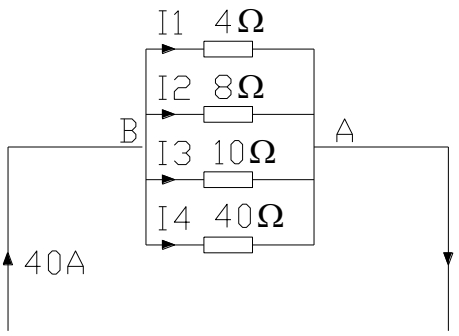
ولكن : $\alpha_{20}=\frac{\alpha_0}{1+\alpha_0\cdot t_{20}}$ أي : $\alpha_{20}=\frac{\alpha_0}{1+\alpha_0\times 20}$

$$\frac{1}{254,5}=\frac{\alpha_0}{1+20\,\alpha_0}\Rightarrow \alpha_0=\frac{1}{234,5}$$

$$\alpha_{70}=\frac{\alpha_0}{1+\alpha_0\times 70}=\frac{1}{304,5}$$

$$\rho_{70}=\rho_0.(1+70\,\alpha_0)=1,7\times10^{-6}.\left(1+\frac{70}{234,5}\right)=2,208\times10^{6}\ \Omega.cm$$

3- أربع مقاومات قيمتها Ω (4,8,10,40) موصولة على التفرع يغذيها منبع تيار 40 A كما في الشكل (1-31) أوجد التيار في كل مقاومة .



الشكل (1-31)

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{40}=\frac{20}{40}\Rightarrow R_{eq}=2\,\Omega$$

هبوط الجهد بين النقطتين A,B هو :

$$V_{AB}=40\times2=80\ V$$

بتطبيق قانون أوم في كل فرع نحصل على :

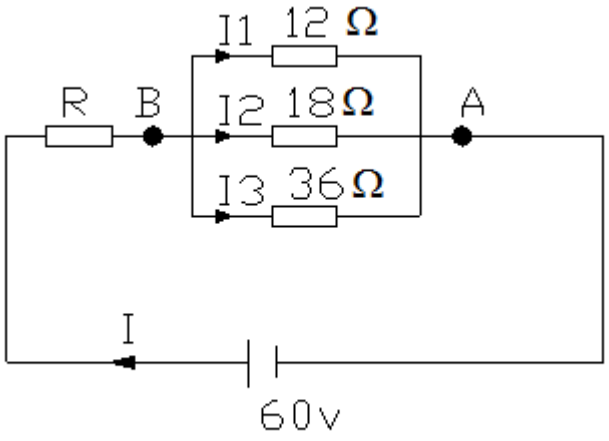
$$I_1 = \frac{80}{4} = 20\ A \qquad I_2 = \frac{80}{8} = 10\ A$$

$$I_3 = \frac{80}{10} = 8\ A \qquad I_4 = \frac{80}{40} = 2\ A$$

4- ثلاث مقاومات قيمتها Ω(36-18-12) على التوالي مربوطة على التفرع ، وصلت معها على التسلسل مقاومة رابعة R . توتر التغذية الكلي 60V فإذا كانت الاستطاعة المبددة بالمقاومة Ω 12 هي 36 W فأوجد قيمة المقاومة الرابعة R والاستطاعة الكلية المبددة في مجموعة المقاومات .

الحل :

الشكل (1-32) يبين الدارة .



الشكل (1-32)

بفرض V تمثل هبوط الجهد بين النقطتين A,B : $P = \frac{V^2}{R}$

$$\frac{V^2}{12} = 35 \Rightarrow V = \sqrt{12 \times 36} = 20{,}78\ v$$

هبوط التوتر عبر المقاومة R هو :

$$V_R = 60 - 20{,}78 = 39{,}22\ v$$

وبالتالي :

$$I_1 = \frac{20{,}78}{12} = 1{,}732\ A$$

$$I_2 = \frac{20{,}78}{18} = 1{,}154\ A$$

$$I_3 = \frac{20{,}78}{36} = 0{,}577\ A$$

التيار الكلي المار في الدارة :

$$I=1,732+1,154+0,577=3,463\ A$$

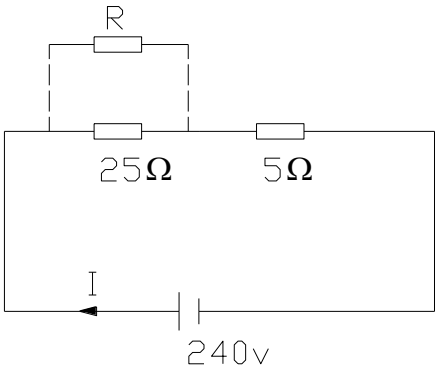
وتكون قيمة المقاومة R هي :

$$R=\frac{39,22}{3,463}=11,33\,\Omega$$

والاستطاعة المبددة في الدارة :

$$P=V.I=207,8\ w$$

4- وصلت مقاومتان إحداهما 25 Ω والأخرى 5 Ω على التسلسل عبر توتر تغذية 240 V . احسب المقاومة الثالثة الواجب وصلها على التفرع مع المقاومة 25 Ω لتتضاعف الاستطاعة المبددة ثلاث مرات .



الشكل (1-33)

الحل : نرسم الدارة كما في الشكل (1-33)

$$P=\frac{V^2}{R}$$

الحالة الأولى :
$$P_1=\frac{(240)^2}{30}=1920\ W$$

الحالة الثانية : بعد وصل R على التفرع مع 25 Ω :

$$P_2=3\times1920=5760\ W$$

حسب الشكل (1-33) بفرض أن المقاومة الثالثة قيمتها R والمقاومة المكافئة للمجموعة هي R_{eq} فيكون :

$$P_2 = \frac{V^2}{R_{eq}} \Rightarrow R_{eq} = \frac{(240)^2}{5760} = 10\ \Omega$$

المقاومة المكافئة للمقاومتين التفرعيتين هي :

R_{eq}=10-5=5 Ω

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{25} = \frac{1}{5} \Rightarrow R = 6,25\,\Omega$$

مسائل غير محلولة :

1 – ناقل مقطعه $15cm^2$ ومقاومته النوعية $7,6\mu\Omega.cm$ في الدرجة صفر مئوية . إذا كان عامل الحرارة لمادة الناقل هو $0.005\ C^o$ ، أوجد مقاومة الناقل لكل كيلومتر في درجة الحرارة $50\ C^o$.

الجواب : $R_{50} = 0,0634\Omega$

2 – مقياس فولت مقاومته $20\ k\Omega$ ، عند ربطه على التسلسل مع مقاومة خارجية عبرتوتر 230 v ، فإنه يشير إلى قراءة 160 v ، ما هي قيمة المقاومة الخارجية . الجواب : $R = 8,750\ \Omega$