Syria Math

هندسة تحليلية

الدكتورة: ميسم جديد

المحاضرة : الرابعة

التاريخ : ٢٠١٦/١٠/٢٣

إعداد : راما + منى

Web: www.syriamath.net group: Improve our mathematics

المحاضرة 4:

23/10/2016

وسطاء التوجيه وجيوب تمام التوجيه

1- **وسطاء التوجيه:** بفرض p, q, r مركبات الشعاع $\vec{v}$ في الفراغ عندئذٍ مجموعة المستقيمات أو المحاور أو الأشعة الموازية لهذا الشعاع يكون لها نفس منحى $\vec{v}$ لذلك نقول إنّ كل شعاع مثل $\vec{v}(p,q,r)$ يعين منحى في الفراغ.

- تدعى المقادير السلمية بوسطاء توجيه هذا المنحى أو أمثال توجيه هذا المنحى ومنه نستنتج أنه إذا كان $\vec{v}, \vec{v'}$ متوازيين فيكون لهما نفس المنحى

$$\vec{v'} = \lambda \vec{v} \iff \vec{v} \parallel \vec{v'} \quad (\lambda \neq 0)$$

وعندما نكتب:

$$(p, q, r) = \lambda (p', q', r')$$

بالإسقاط نجد أن:

$$p = \lambda p', \quad q = \lambda q', \quad r = \lambda r'$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{p}{p'} = \frac{q}{q'} = \frac{r}{r'} = \lambda} \; \cdots\cdots (1)$$

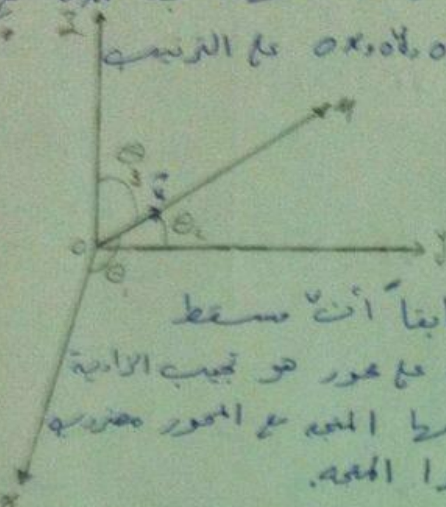
تمثل العلاقة (1) الشرط اللازم والكافي لتوازي التجهين $\vec{v}(p,q,r)$ و $\vec{v'}(p',q',r')$ في الفراغ

وفي العلاقة (1) إذا كان أحد المقامات معدوم فلا بد أن ينعدم البسط مثلاً:

$$q' = 0 \Rightarrow q = 0$$

أمثال التوجيه هي مركبات ...

2- **جيوب تمام التوجيه:** نرمز بـ $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ للزوايا التي يصنعها المتجه $\vec{OM}$ مع المحاور OX, OY, OZ على الترتيب



وذكرنا سابقاً أنّ مسقط أي متجهة على محور هو تجيب الزاوية التي يصنعها المتجه مع المحور مضروب بطويلة هذا المتجه.

- لنأخذ $\vec{u}$ شعاع الواحدة المحمول على $\vec{OM}$ بالتالي:

$$\alpha = |\vec{u}| \cos\theta_1 = \cos\theta_1$$
$$\beta = |\vec{u}| \cdot \cos\theta_2 = \cos\theta_2$$
$$\gamma = |\vec{u}| \cdot \cos\theta_3 = \cos\theta_3$$

حيث $|\vec{u}| = 1$

ندعو الأعداد α, β, γ جيوب تمام توجيه الشعاع $\vec{OM}$ وتحقق $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$

- **العلاقة بين وسطاء توجيه وجيوب تمام توجيه منحى معلوم $\vec{v}(p,q,r)$:**

لدينا الشعاع $\vec{v}(p,q,r)$ وليكن $\vec{u}(\alpha,\beta,\gamma)$ شعاع الواحدة الموازي لـ $\vec{v}$ عندئذٍ نلاحظ ما يلي:

$$\vec{v} = |\vec{v}| \cdot \vec{u} \Rightarrow \vec{u} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

$$\vec{u} = \frac{\vec{v}}{\sqrt{p^2 + q^2 + r^2}}$$

$$\alpha \vec{i} + \beta \vec{j} + \gamma \vec{k} = \frac{p}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}} \vec{i} + \frac{q}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}} \vec{j} + \frac{r}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}} \vec{k}$$

$$\alpha = \frac{p}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}}$$
$$\beta = \frac{q}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}}$$
$$\gamma = \frac{r}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}}$$

جيوب تمام توجيه الشعاع $\vec{v}(p,q,r)$

ومن هنا يمكن التحقق من صحة العلاقة $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=1$

مثال:

عين وسطاء توجيه وجيوب تمام توجيه المنحني $\vec{v}(1, 2, -2)$

الحل:

$$|\vec{v}| = \sqrt{1^2+2^2+(-2)^2} = \sqrt{9}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$$
$$\beta = \frac{2}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$
$$\gamma = \frac{-2}{\sqrt{9}} = -\frac{2}{3}$$

وواضح أن: $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2 = 1$

المستوي

تعريف المستوي وطرق تعيينه:

نعرف المستوي بأنه سطح غير محدود إذا اشترك معه مستقيم بأكثر من نقطة انطبق عليه بجميع حالاته

* يتعين المستوي بإحدى الحالات:

1) مستقيمين متقاطعين
2) 〃 متوازيين
3) ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة
4) مستقيم ونقطة خارجة عنه

نظرية:

من نقطة خارج المستقيم أو واقعة عليه يمر مستوٍ وحيد يعامد هذا المستقيم (وهي ما سنعتمدها)

انتهت المحاضرة

إعداد: راما + مغاني