

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/261178973>

الفصل + الث

Data · March 2014

CITATIONS

0

READS

417

1 author:



[Maarouf Bassout lellich](#)

Imam Abdul Rahman bin Faisal University

36 PUBLICATIONS 0 CITATIONS

SEE PROFILE

الفصل الثاني

تطور الرياضيات عبر التاريخ

من العصر الحجري إلى القرن العشرين

لقد قطع العلم الرياضي أشواطاً طويلة قبل أن يبلغ نضجه فهو يتطلب نوعاً من النظر العقلي والتجريد يصعب الوصول إليه إلا بعد الكثير من إعمال الفكر وهذا لا يتأتى لكل إنسان ، بل هو من بعض الأفراء الممتازين الذين أوتوا حظاً غير قليل من العقل واستطاعوا أن يتخففوا إلى حد ما من أعباء الحياة ويعيشوا لحظات فذة من الفكر والنظوم منذ أمكن الوصول إلى بعض التصورات والمبادئ العامة في الرياضة .

1- الرياضيات في القرون القديمة

1-1- الرياضيات في العصر الحجري :

من المفترض أن تكون العناصر الأولى في الحساب قد عرفت في زمن مبكر ، لأن الناس احتاجوا باكراً إلى العد : عدد الطرائد أو الأدوات الحجرية . لا التأكيد على ذلك ، إلا أنه عثر منذ العصر الحجري القديم الأعلى على خطوط ، فوق الصخور ثم على قضبان العاج ومنذ العصر الحجري القديم المتوسط ، وجد قضيب من عظم مدرز ، اكتشف سنة 1937 في

تونيس (Vestonice مورافيا) (١)
(Mora vie) من عظم ساق ذئب ، فيه ٥٥ كزاً مصد فوفة ضد من مجموعات من خمسة هنا يجب التذكير أيضاً بصحون غريبة مدهونة من العصر الحجري المتوسط ، في ماس دازيل (Mas d' Azil) وتحمل نقطاً أو خطوطاً مرسومة بـ التراب الأحمر خربتوا الأسد الياب البدائية في لفحة هفتع نم والتجارة في العصر الحجري الجديد ، ولكننا لا نملك الإثبات على ذلك ، غير ما يتحصل من الحضارات المدنية ، التي سوف نستعرضها في الفصول القادمة .

وفي العصر الحجري القديم الأعلى ، عثر على رسومات هندسية متعددة : نقط ، خطوط ، دوائر ودوائر حلزونية ، ومربعات ومثلثات وإيس القصد هندسة خالصة ، بل تزيينات على أثاث أو على وجود الصخور . واكتملت التقنية في العصر الحجري الجديد في عصر النحاس . درجياً أخذت تظهر " الدواليب الشمسية " التي تذكر بكلمة علم الفلك أو علم الهيئة .

1-2 - علم الفلك في العصر الحجري

إنه علم تضيع عناصره الأولى في ليل الأزمنة ما قبل التاريخية . وقد تحسن هذا العلم في العصر الحجري الجديد عندما اقتضت الزراعة تقسيم الوقت ،

والتنبؤ به : الدورة الثانوية ، الفصول ، دورات القمر . وقد لفت الانتباه المجرات ومواقعها منذ زمن طويل .

ودراسة بدايات علم النجوم في الحضارات القديمة تدل على أنه إذا كانت هناك عبادات قمرية وشمسية ، فإن طلوع بعض الكواكب التابعة للشمس هو الذي روقب واستخدم لتقسيم الزمن ولتحديد أيام الأعياد ولكن هذه المعارف انتشرت أيضاً لدى الشعوب التي ليس لها تاريخ .

فشعوب الميغاليتيك (Mégolithique) ومنجموها الأوائل في الصخر رسدوم بعض المجرات التي تسجل معرفتها مثل الأكلبر والأكبر والأصغر والثريات . لوكت كل نجمة تمثل حفرة حفرة محفورة بالصخر . وقد درس الدكتور مارسيل ب. ودوين (Marcel Baudouin) ما للثريات في (صخور بيرفول Pierres- Folles) وفيلوزيير (Filouzière) وفاندي (Vendee) وأشير إلى عدة عشرات منها في فرنسا وخاصة في بريتانيا الفرنسية والفاندي .

فهذه العصر الحجري الجديد وفي زمن الميغاليت وجهت صخور المنهير (Menhirs) وممراتها في معظمها (75%) والشروق (شروق الشمس) ، و15% نحو الغرب (مغرب الشمس) و10% نحو الجنوب . ولم يوجه أي منها نحو الشمال وكذلك كان حال المصاطب في مصر القديمة ، وكذلك الكنائس المسيحية الأولى كلها موجهة نحو الشرق . أما في مصر فكانت المغاور والمقابر في وادي الملوك موجهة نحو الغرب .

وقد لوحظ ودراسة درجات نحدو اليمين ، مما يدل على أن الأقدمين كانوا يظنون أن النجم القطبي ثابت وكانوا يجهلون تتبع الاعتدالين . جهة أخوموئهم المحتمل جداً أن هذه الاتجاهات كانت ترسم في أيام الاعتدالات والمدارات أي انقلب الفصول الشمسية بالارتكاز لا على الشمس المشرقة بل على شروق النجمة المجاورة للشمس والمعلنة لشروقها .

تلك كانت مكتسبات إنسان ما قبل التاريخ وحالة العلم في فجر الحضارات المدنية التي هي في أصل التاريخ مثل حضارة : مصر ، ميبوتاميا ، إيران ، الهند والصين .

3-1- الرياضيات في مصر القديمة (3500 ق.م)

إكان معظم علماء مصر من الكهنة هم الذين وضعو أسس العلوم المصرية رغم ما كان في عقائد دهم من خرافات وأساطير ومع ذلك لفهم المتعذر الآن تفصيل القول في نظرية نشأة العلوم في مصر القديمة .

لكن حسبنا في هذا المقام أن نقول والعلوم والرياضية قد بلغت درجة عالية من التقدم منذ بداية تاريخ مصر الموثقة ذلك ما نرى في تصميم الأهرام وتشبيدها من دقة في القياس لا سبيل إليها إلا وإلام المصربين آنذاك إماماً واسعاً بالعلوم الرياضية . فقد كان لابد لبناء الأهرام منذ أكثر من ثلاثين قرناً

قبل الميلاد أن يقطعوا كل الحجر الجيري بمقايير دقيقة قبل وضعها في مواضعها التي أعدت لها بلغت الدقة التي روعيت في بناء هرم خوفو ()

الأسرة الرابعة) درجة يجد المرء صعوبة في تصديقها ، إذ هي أقرب إلى صنع العدسات البصرية منها إلى أعمال البناء !!
وقد اقتضت الإنشاءات الضخمة التي تمت في عصر الأهرام استخدام
الذين حفظوا وابتكروا تقاليد فن البناء وشدها وصاغوها في نمادج
ووصفات ومسائل وحلتا لوجداول تشبه كثيرًا تصاميم الهندسة الحديثة .
كما أن المسلات الكثيرة في مصر ليست وليدة الصدفة . أنتيجة تجماع
وتطورات معمارية ناشئة عن المحاولة والخطأ انتقلت من كل مهذدس معماري
إلى تلاميذه ومن بلاط إلى بلاط . كما أن الكهنة هم خزنة العلم آنذاك
وأسد لتدوينهم ولتعليمهم حفظ واهذه التقاليد العلمية أو لعلهم سداعدوا على
حفظها .

لقد كان للنيل أكبر الأثر في نشأة الهندسة في مصر ثم إتقأن أعمال البناء فيم
فقد أدبوعا عظماء الحضارة هذا على ارتقاء النيل وانخفاضه إلى العناية
بتسجيل هذا الارتفاع والانخفاض وإلى حسابهما حساباً دقيقاً فكأن المساحون
والكتبة لا يتوقفون عن قياس الأراضي التي ماحا الفيضان معالم حدودها . وهذا
هو بدون شك منشأ الهندسة وشاهد ذلك أن اسمها الأجنبي مشدق من كلمتين
معناها قياس الأرض هناك ما يشبه الإجماع على أن هذ العلم من وضع
المصريين ، ثم ارتقى على أيديهم أيضاً ووصل إلى ما وصده إليه في آثارهم
المعمارية الخارقة وإن كان ذلك لا يمنع أن يكون الحساب وغيره من العلوم
التي تساعد على رقي فن البناء قد جاءت إلى مصر من بابل أو من غيرها من
مراكز آسيا الغربية .

إن الوثائق الخاصة بالرياضات لميلتارية يمتد تاريخها من عام 3500
ق.م . إلى العام 4000 ميلادية ، وهي مكتوبة باللغة المصرية والقبطية واليونانية
، وهي تحتوي على مسائل حسابية شتى في عمليات الجمع والطرح
والضرب والقسمة ولكن المصريين كانوا يجرون عمليات الضرب على أساس
الجمع ، كما كانوا يجرون عمليات القسمة على أساس الطرح ويتبين من هذ
الوثائق أيضاً أنهم عرفوا كثيراً من خواص الأعداد والكسور ومساحة الدائرة .
وليس هناك ما يدعو إلى الاعتقاد بأن الرياضيين المصريين القدماء كانوا أقل
موهبة من علماء الرياضة اليوم وغير أنهم كانوا يشقون طريقهم في الطين
والحجر والشوئل كانوا يحلون المعادلات بلا رموز ولا قواعد ولا نظريات
كالرموز والقواعد والنظريات التي بدأها خلفاءهم وطوروها ، فزادت من ثروة
علماء اليوم وأصبحت أسلحة في أيديهم يشقون بها طرقاً جديدة إلى آفاق جديدة
في العلم والمعرفة .

وقد تمكن قطعاً من وضع بعض المعادلات الجبرية البسيطة وحلها من
غير أن يستعملوا الرموز الحديثة ، ولكنهم بذلوا في ذلك جهوداً مضنية كتلك التي
بذلوها في بناء الأهرام بلا آلات أو أدوات تضاهي تلك التي نستعملها اليوم .

يعرفوا الصفر ، فكان عدم وجود وحدات في مراتب معينة يُعبر عنه بفراغ فاصل ، مع ما في ذلك من غموض والتباس .
والى جانب النظام العشري- أو شبه العشري هذا ، استعمل سد كان مابين
النهرين السلم الستيني الذي ترقى فيه الأعداد كما ترقى وحدات الزمن عندنا من
ثوان إلى دقائق : فالساعة 60 دقيقة ، والدقيقة 60 ثانية . وأيضاً السد لم الذي
نشأت منه فيمابع دال نظم الاثناعشرية ومضاعفاتها . ذلك كانت على ومهم
الرياضية مبنية على تقسيم الدائرة إلى 360 درجة ، والسنة إلى 360 يوماً (أو
ثلاثة عشر شهراً هلالياً) . برهنا النظائري إلى الإغريق والروم البين زنطيين
والفرس . وفي هذا الانتقال طرأ تعديل كبير على نظام الأعداد : فلم يعد يشار إلى
الأعداد بالرموز البابلية السدجة ، بل بالأبجدية الإغريقية وعندما أخذ العرب
بهذا النظام كان طبيعياً أن يسد عملوا الأبجدية الإغريقية رقيمهم كما سد نرى
مفصلاً .

رغم هذا النقص الواضح في نظام الأعداد عند السد ومربين وتذبذبهم بين
الطريقة العشرية والطريقة الاثني عشرية (أو السدتينية) وصدلوا إلى درجة
عظيمة من التجريد الحسابي تتبهر الدهشة حقاً . تحتوي أقدم الألواح السد ومرية
على جملع الجداول العددية ، كجداول الضرب وجداول التربيع والتكعيب
وجداول عكسية للجنور التربيعية ، كما عرفوا نظام الكسور ، ووضعوا جداول لا
تقتصر على ضرب الأعداد الصد حبة وقد متها ، وإنما اتشد مل أيضاً أنصاف
الأعداد الأساسية وأثلاثها وأرباعها الخ

وأحرز البابليون قدماً كبيراً في الجبر ، حتى لا يمكن القول أن عبقريتهم
في الجبر تضاهي عبقرية الإغريق في الهندسة . فقد عرفوا حل معادلات من
الدرجة الأولى والثانية وبعض أنواع معادلات الدرجة الثالثة ، على الرغم من أنه
لم تكن لديهم ولا زمام أي نوع ، بل لم يكن لديهم زللكمية
المجهولة إلى "رغم من انتفاء الرمز الجبرية انتفاء كلياً لهذا دهم" إن
الحاسب السومري كان عارفاً بالمطابقة التي نعبر عنها بالمعادلة (أ + ب) = 2
+ 2 أب . موكان يعرف الواسطة الجبرية لإيجاد القيم التقريبية للمتابعة
لجذر العدد التربيعي . هذه الجهود عجيبة يصعب تصديقها والتفكير الوحيد
الذي أسد تطيع تقديمهم (وتفسير ناقص) أن حسد اباتهم المجررة وجداولهم
الرياضية جعلت فكره ذا صبغة جبرية واتجاه جبري .

وللبابليين أيضاً قدم راسخة في علم الهندسة . فقد عرفوا منذ ألفي سنة قبل
الميلاد كيف يقيس مساحة المسطحات والمثلثات المتساوية الساقين والقائمة
الزاوية وأدركوا أن الزاوية المرسومة في نصف الدائرة هي زاوية قائمة . كما
كان في وسعهم أيضاً أن يقدروا المساحات المعقدة ومساحات الأشكال غير
المنتظمة ، كما عرفوا نظرية فيثاغورس بعض المعرفة وكانوا يقدرون النسبة
التقريبية بين محيط الدائرة وقطرها بالعدد 3 ، وهو عدد تقريبي ، فكانوا بذلك أقل
مرتبة من معاصريهم المصريين الذين جعلوها 3.16 كما أسلفنا .

1-5 - الرياضيات عند اليونان 3000 ق.م

انتقلت الرياضيات المصرية والبابلية إلى اليونان على وجه شدي وتؤيد اليونان كثيراً بعلماء الرياضة المصريين فإن كلاً من أذاتوليوس وذيفونس والذين عاشا في الإسكندرية في النصف الثاني من القرن الثالث للميلاد كتب رسالة في الطريقة المصرية في الحساب كما ورد ذكر اختراع المصربين للعلوم الرياضية والطبيعية في كثير من شذرات النصوص اليونانية التي انتهت إلينا من أقوال الفلاسفة الأيونيين تبعاً مصدر عموم أعزذالم ولفين الإغريق الأولين مهد العلوم ، لذلك عمد كثير منهم إلى زيارة مصر والإقامة بها يسألون الكهان وأهل العلم والعرفان .

لكن هذا في رقب كبير ربين الرياضيات المصرية البابلية والرياضيات اليونانية :

الأولى كانت ذات طابع عملي ، والأخيرة كان طابعها نظرياً بحتاً . فقد كان العلم الخالص في بلاد اليونان فيه العلم الرياضي لا يزال يسير في ركاب الفلسفة ، وذلك في القرن الخامس قبل الميلاد ، وكان الفيثاغورس فلاسفة أكثر منهم علماء . تكون العلوم الرياضية العليا في نظري اليونان أداة عملية ، كما كانت في بلاد الشرق ، بل لقد كانت أداة منطقية تهدف إلى التركيب الذهني للعالم العقلي أكثر منها إلى السيطرة على العالم المادي المحسوس ولا غرو في ذلك ، فإن العقل الإغريقي إنما قام على فلسفة نظرية تؤمنطق رياضياتي (بالمعنى القديم لا الحديث) فقد شغل الإغريق بالرياضيات النظرية لمجرد المتعة الفكرية واهتموا كثيراً بالخيال الرياضي هذا ما حدا بهم إلى وضع كتب في الهندسة النظرية كمؤلفات أرخميدس وأبولونيوس وأقليدس العظيمة التي لم تنفوق عليها مؤلفات متأخرة عنها حتى القرن المنصرم .

ولكن أفلاطون يحب العلوم الرياضية فغمر بها فلسفته إلى أعماق بعيدة وجعلها شغل المجتمع العلمي الشاغل الحسبان كان نظريته نظريات في الأعداد تتصف بالكثير من الغموض ولم تكن الهندسة هي قياسية الأرض ، بل كانت تدريباً عقلياً خالصاً ، وطريقاً يصل به العقل إلى الله .

ويذكرنا أفلاطون وطرخس عن غضب أفلاطون من أوديكسوس Eudoxus وArchytas لأنهما قاما بتجارب في الميكانيكا فأفسدا الشيء الوحيد الذي يجله في الهندسة ، وقضيا عليه قضاءاً مبرماً ، وأقصداياه على نحو مخجل يجللهم العار ، من حين أنفلسفة الخالص غير المجسمة إلى عالم المحسوسات ، واستعانا على عملهما هذا بالمادة " !!

كان نظام العدد عند اليونان خليطاً مشوشاً من النظامين المصري البابلي الخالي من الصفر والنظام الاثني عشري والستيني السومري كما عرف اليونان الكسور ، لكنها كانت تسبب لهم الكثير من العناء . فكانوا إذا أجروا عملية حسابية تحتوي على كسور عادي بسطوا كسور من العدد حولوا هذا الكسر إلى

ع دة كس و ربس طهاكله اواحد فللكس ر الع لمدى ثلاث²³ ان يقس م إلى 32

$$\frac{1}{32} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2}$$

وليس ت هنك معلومات مدونة مبهوثا وحقن الجبر ر عند د اليونان قبل القرن الثالث قبل الميلاد الجبر تراث مصري بابلي أكثر من غيره إغريقي. وإن براعة البابليين خاصة في هذا العلم لم تكد تختفي في عالم النسيان حتى عادت إلى الظهور من جديد عند أرخميدس (منتصف القرن الثالث قبل الميلاد) وهيرون (القرن الأول للميلاد) وديوفنطس الإسكندري (منتصف القرن الثالث للميلاد). ولا يدري أحد كيف وصل الجبر إلى بابلي إلا هي هؤلاء، فإن علم الجبر يدعو إلى الحيرة حقاً لأن أكثر تطوره كان خفياً سرياً.

وأقدم ما بقى من مؤلف وافتنطس حتى الآن كتابه الأرتماطيقا Arithmetica (الحساب) هو رسالة في الجبر ر هك ذا أسد ماه المترجمون العرب بعد عصر الخوارزمي وكتابه (الجبر والمقابلة) وفيه حل لمعادلات خاصة من الدرجة الأولى والمعادلات الرباعية التي تؤدي إلى معرفة المجهول، والمعادلات التي لا يمكن منها واحد م معرفة المجهول وحل حتى الدرجة السادسة تقريباً. داس تخدم سيغما Sigma اليوناني للدلالة على الكمية المجهولة وسمى هذه العلامة (العدد) Arithmos د روف الهجاء اليوناني للدلالة على الأسد سوييد دواثر المصريين والبابليين في الجبر واضحاً عند ده لأنه م تلهم أن يدل كل مسألة تعرض له د لا م رتجلاً ثلاثي ه إلى أي قاع دة أو م نهجاً ذلك لا يمكن الاعتماد على حوله والاستفادة منها في قليل أو كثير كما أنه لم يعرف الأعاد السالبة. وكل ذلك من شأنه أن يقلل من مدى تأثيره في العرب الذين سيتجاوزونه ويتجاوزون كل تراث القدماء في هؤالباب، والذين سيجعلون من الجبر علماً مستقلاً قائماً بذاته بعد أن كان ذيلاً للحساب وبحوثاً م بحوثه وحسب العرب فخراً أن يغزوم الآسني أطلقوه عليه جميع لغات العالم تقريباً ويبقى شهاهداً على الأصل العربي لهذا العلم. إذ أن العرب لم يعرفوا الهيروغليفية المصرية أو المس مارية البابليضة مناه من معلومات أسد فرت عنها أعمال التنقيب والاكتشافات الأثرية الحليمة الجبر اليوناني فقد كان من الهزال والضعف بحيث بقي قابعاً بين أهله وعشيرته يطلاب السلامة والعافية ولا يتطلع إلى أفق جديد.

3- إن دارسي الرياضيات في صورتها الأولى عند الإغريق لئتملكهم الدهشة على الدوام من حقيقتين متعارضتين لديهم وهما إهمال الحساب البسيط (والجبر) والتفوق الهائل العجيب في التفكير الرياضي فالفيلسوفين الأول، وهم الرواد الأفاضل في هذا الطريق، لم يعنوا بالحساب عند أيتهم بالهندسة النظرية. إن هذه الهندسة كانت لدوامات المحبة إلى الفلاسفة، وهي لم تكن أبداً تُدرس لفائدتها العملية العاجلة، بل لما فيها من سحر يفتن عقولهم وإغراء يأخذ

لبابهم ، ولما تثيره فيهم من مشاعر اللذة البرئية والمتعة الروحية المنزهة عن الأغراض والمقاصد أجل ، إنها تستهويهم وتأخذ بزجامع قلبهم من استدلال منطقي جذاب وما تتسم به من دقة ووضوح وتفكير متسلسل ينبني بعضه على بعض ويأخذ ببعضه برقاب بعضه. يكمن النبوغ الإغريقي في تلك كانت حوافره مشكلات منطقية لا يكاد الرجل العادي في أيامنا هذه يستطيع دحضها وعشرين قرناً (يلاحظها أو يتفطن لها في الفرق بين المسموع في الرياضيات عند قدماء المصريين والبابليين وبين اليونان يتلخص في أن أولئك لم يخطر على بالهم حتى بعض المتعالب التي كان هؤلاء قد بدأوا فلأبداً دليلها واقتحام طريقها.

وأقدم من بحث في الرياضيات بحثاً يُعدّ به هو فيثاغورس (497-580) فيثاغورس الذي وضع هجاس الأعظم الرياضيات في بلاد اليونان والصدفة المميزة للتفكير الرياضي الذي بدأ فيثاغورس هذاً واستمر به طويلاً في بلاد اليونان وسرت عدواه إلى القرون الوسطى ، هي امتزاجه بنظريات ميتافيزيقية تزيد على حاجات الرياضيات. وجد في الرياضيات مفتاحاً للغز الكون وأداة لتطهير لقلب نفس الأعاداد هي المادة الحقيقية التي يتكون منها عالم الفيثاغوريين ، إنه ما كل شيء في الوجود فقد أطلقوا على النقطة العدد (1) ، وعلى الخط العدد (2) وعلى المسطح العدد (3) وعلى المجسم العدد (4) ، وذلك تبعاً للحد الأدنى من النقاط الهندسية. كل من هذه الأبعاد إن قُطعت الفيثاغوريين كان لها حجم أو مقدار ، كما أن كل خط وطهم اتساع ولمس طحاتهم في النقطتين. فبعضها إلى بعض فتتكون الخطوط ، والخطوط يضاف بعضها إلى بعضها فتتكون المسطحات ، والمسطحات يضاف بعضها إلى بعضها فتتكون الأجسام من هذه الأعاداد (1) و(2) و(3) و(4) نهم أن يقيموا عالمهم بأكمله .

4 هذاه الأعداد ب أن يضاف في الفيثاغوريين على العدد (10) ه ومجموع الأعداد الأربعة- صفة القداسة والشمول . وهكذا فكل شيء في الوجود إنما هو شكل هندسي . وهذا أن نظرية الأعاداد الفيثاغورية إنما هي في الواقع شيء أكثر من الرياضيات ، أكثر من مجرد نظرية رياضية إنها في حقيقة أمرها نظرية فيزيائية أيضاً .

ويدلنا هذا التصور الميتافيزيقي الرياضي للوجود على مبلغ ما وصل إليه الفكر اليوناني في وقت مبكر جداً من التجريد العقلي الذي أفرغ العالم من مادته ومظاهره المحسوسة ، مستبقياً فقط أشكالاً هندسية وأعداداً إن مثل هذا التجريد لا يتأتى إلا للشعوب التي اكتملت لها وسائل النضج العقلي وأمعنت في حياة الفكر والنظر .

لقد قام حساب فيثاغورس على أساس استعمال النقاط المرسومة في الرمل أو ترتيب الحصى في أشكال هندسية مختلفة ، كذلك الأشكال المرسومة في أوراق إذ من المألوف أن الأعاداد الحرفية لم تكن مسجلة بعد في زمن

وفيلث واغورس نأ أنه كتب الأع داد فأغل ب الظ ن أنه اس تعمل الرم وز
العشرية التي اس عملها المصدريون والبلابليون من قبل ولهايد تعمل ال نقط
المرسومة في الرمل وتوقيا الحصى في أشكال هندسية معينة يكون فيثاغورس
قد رمز للأعداد الحسابية بالأرقام ، بل بالنقط ، ويكون بالتالي قد اخضع العدد
للهندسة عنى هذا أن الهندسة أو علم الأشكال كان هو العلم الرياضي الأول
الذي نضج منذ البداية والذي كان تأسس على بواسطته مشكلات الرياضات اليونانية
جميعاً . أما علم الحساب فقد أخضع له (أي لعلم الأشكال) . وظل الأمر كذلك
حتى في العصر الاسكندراني الذي انتقلت إليه علوم اليونان والشعوب القديمة
فالأخيلز الذي كان تأسس على الرياضيات ، وأصبحت علمه مبداه
وأصوله ، وذلك بظهور كتاب (الأصول) لإقليدس ، وهو أعظم كتاب ظهر في
الأشكال حتى ذلك الحين ، بل حتى مطلع العصر الحديث . ومع ذلك فقد ظل علم
الهندسة أميناً للمنهج الفيثاغوري ، إذ نجد أن هذا العلم هو الموضوع والأساس
لكتاب أقليدس علم الحساب تابع له وفصل من فصله ، بل الفصل الأخير
منه .

لكن تغير ذلك كله منذ القرن السابع عشرياً أن كان علم العدد تابعاً
للهندسة وفصلاً من فصولها انقلب الوضع ، فأصبح علم العدد اليوم مهمثلاً في
الجبر الحديث الذي إنما هو تعميم للحساب - هو العلم الرئيسي ودارت الأشكال
الهندسية شيئاً فشيئاً حتى لم يعد هناك أشكال في الهندسات المعاصرة ، وحلت
محلها الهندسة التحليلية وعلم التحليل الجبري ، وبالتالي علم العدد دبت في لحد
أصبح الاهتمام كله منصوباً الآن على الأع داد والرموز العددية وحدها ، دون
الأشكال .

ومن علماء الرياضة اليونان أيضاً أفلاطون ، ذلك الفيلسوف العظيم الذي
أعطى للرياضيات حقها من التقدير والاعتبار وأعطاهما أبعاداً جديدة فقد اعتاد
تعريف النقطة وقيل لمبدأ الخط ، ووضع قاعدة لإيجاد الأع داد المربعة التي
هي مجموع مربعين ! اخترع التحليل الرياضي وارتقى به بعداً . ونعني
بالتحليل الرياضي البرهنة على صحة قضية أو خطئها بالنظر في النتائج التي
يؤدي إليها الأخذ بالتحليل . وليست طريقة إقامة البرهان بنقض نقيضه إلا صورة
من هذه الطريقة . وكان الاهتمام بالرياضيات في منهاج الأكاديمي شعاراً من أهم
شعاراتها وعنواناً كبيراً من عقولهم . ولم يدرك إلا إلى تدرج تلامذة
مبتكرين على التفكير وإعمال النظر فنهايك به نفعاً .

لقد كان الشغل الشاغل لعلماء الرياضيات القدماء البرهنة على صحة نظريات
متفرقة دون محاولة تنسيقها جميعاً في نسق علمي موحد دوامها هذا التنسيق
فإنما يرجع الفضل فيه إلى عالم الرياضيات في القرن السادس كندري هو
أقليدس (الذي كان قبله فيلادلف) . أدامن تحولات أرسطو الرائعة
للأسس التي تسببتم منها الهندسة براهينها ، وهي التعريفات والأصول
والمسلمات ، فكان هذا التحليل الأرسطائي حجر الزاوية في الصرح الكبير

الذي أسسه اقليدس مستوحياً ذلك التحليل كما أن المسائل التي أثارها لم نهج المشترك بين أرسطو واقلیدس هي نفس المسائل التي أثارها المدثون بشأن الرياضة وأسسها .

إن علماء الرياضيات القدامى ، أولئك الذين ينتسبون إلى فيثاغورس ، قد توصلوا إلى أغلب النتائج التي توصل إليها اقليدس في الكتاب الأول والثاني والسابع والتاسع من موسوعته (الأصول) Elements في اقلیدس إنما يرجع الفضل في تنسيق ما تفرق من نظريات أسلافه واستيعابها في إطار شامل موحد ذلك أن اقليدس بسيطاً في منهجه كما قلنا ، أي في إعطاء الصورة القياسية لبراهينه الهندسية ، ولكنه أخذ بالرياضة وتعلمها من أولئك القدامى . وتمدنهم بعض قضى ، كليهما استمدت من الفينغوريين . ويعتبر اقلیدس في العصر الحاضر أجزاء كتابه كلها مقدمة لجزئه الثالث عشر ، وهو الخاص بالأجسام الهندسية التي عني أفلاطون بدراساتها وجاء ذكرها في (طيمائوس) .

وهكذا ، لا يصح النظر إلى اقلیدس على أنه كان مددع الهندسة أو أبائها . وإذا ما اعتبرنا جهود المصريين والبابليين وجدنا (أصول) اقلیدس نتيجة تأملات لها جذور ترجع إلى أكثر من ألف سنة قبل اقلیدس هو والمختار الوحيد دلعلم الهندسة ، ولكنه خيرهم جميعاً وأقدرهم على الربط والتنسيق وتطبيق المنطق على معلومات عصره .

وقبل أن نختم الكلام على اقلیدس ندب أن نشير إلى كتاب منسوب إليه يسمى Catoptrica مذهب فيه فيثاغورس القائل بأن أشعة الضوء إنما هي خطوط مستقيمة تخرج من العين إلى الجسم المرئي فتحدث الرؤية كما ينتج أول اقلیدس في هذا الكتاب أيضاً المرايا ويضع لها قوانين الانعكاس ، وهو - كما يقول سارتون - فصل قيم في الفيزياء الرياضية يكاد يكون فريداً في نوعه لفترة طويلة . كيف لا وهو إلى جانب عظمتة في الرياضيات مؤسس علم البصريات الهندسية . ومن علماء الرياضيات ان الأفذاذ أيضاً أبولونيوس وأرخميدس (القرن الثالث قبل الميلاد) والأول أصغر من الثاني بنحو 25 سنة . وليس أحدهما بأفضل من الآخر ، فقد كانا عملاقين معاً ، لا بالنسبة إلى القدم فقط ، بل بالنسبة إلى كل العصور يقول أن أحدهما أعظم من الآخر لا يعني شيئاً البتة ، وذلك لأن العبقرية لا تقاس .

كان اهتمام أرخميدس منصرفاً إلى القياس كعمليات التربيعة ، واستطاع أن يحقق تكاملاً في المسئويات أو السطوح ذات الأبعاد الثلاثة المحوطة بمنحنيات بالإضافة إلى المجسمات . ويمكن تسميته بحذر شديد أحد أسلاف حساب التفاضل والاشتقاق . Calcul differential .

أما ميدان أبولونيوس فإنما هو نظرية القطوع المخروطية التي لم يقسها ، بل حاول أن يفهم أشكالها ومواضعها ، فضلاً عن إدراك ما بينها من علاقات من الممكن أن نفرق بين كل نوع منها .

وباختصار يمكن القول إن هندسة أرخميدس هي هندسة القياس ، وهندسة أبولونيوس هي هندسة الأشكال والأوضاع وجدير بالذكر أن هذين الذوعين من الهندسة ليسا متباعدين ، بل هما متداخلان تداخلاً شديداً .
هـ ذا وأسد أبولونيوس كثر رون ذ ذكر م نهم مني ايخوموس (النصف الثاني من القرن الرابع قبل الميلاد) وأريستو (القرن الرابع قبل الميلاد) وأقليدس وأرخميدس .

1-6 – الرياضيات عند الفينيقيين : (بعد الألف الثالث) ق.م

قامت حضارة ، في السداحل المتوسطية طيط ورة عرفت بالحضارة وتاليفها الإله . ازات والنشاطات التي قام بها الفينيقيون على وجه ود معلومات واسعة لديهم فقد صدنعوا أنفسهم عهداً كلاً خاصاً بالسد فن يخلو فء ن صناع المصربين وغيرهم وهذات يطالب فكراً هندسياً وعلمياً معيذاً كمالاً أن سيطرتهم التامة على البحر ووصولهم حتى رأس الرجاء الصالح ، وربما إلى أمريكا الجنوبية ، وأعم الهمة التجارية الفذة لابد من أن يكون وراءها علم الرياضيات الذي يسهل هذه المعاملات الواسعة في التجارة .

وقد كانت أوغاريت (رأس شمرا) مركزاً لحضارة كنعانية (فينيقية) متطورة وهي مدينة على الساحل السوري وفيها وجدت أول أبجدية في التاريخ مكونة من 30 حرفاً (ألفبها) اختراع الفكر البشري وهي من صنع الفينيقيين الذين نقلوها إلى الإغريق ومن الإغريق إلى كل العالم عدا الصين .
وقد أعطى الفينيقيون للحروف قيمة عددية حسب نظام عشري مجزأ غير مكتمل ، يساهل على أي إنسان فهمه ، إنما ينقصه مفهومة المنزل (القيمة الموضعية) واعتمدوا التقابل الآتي :

أ	ب	ج	هـ	و	ز	ح	ط	ي	ك	ل	م	ن
س	ع											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40
60	70											
ف	ص	ق	ر	ش	ت							
80	90	100	200	300	400							

مثلاً 54 = ند وهكذا ...

أوالهني المتعلقة بالرياضيات فلم يدب فيها ما تقدم يتجاوز ما توصل إليه البابليون والمصريون (اليونان) ، فقد دظهر لأول مرة في وثيقة عربية يرجع تاريخها إلى عام 770 ، أي قبل أن يظهر في الهند بثلاثة أعوام . ويرى فريق من العلماء أن العرب اسبقوا في فهمها أيضاً ، لكن كثير من المؤرخين يرجحون أنه من ابتكار العرب ، وهذا هو رأي عدد كبير من مؤرخي العلوم .

1-7 – الرياضيات عند الهنود (2500 – 2000) ق.م

القائلة ان الرياضيات هي الهندسة وأن علم الحساب هو نظرية الأعداد المقدسة ، وأن العلم هو التفكير المقتصد العلم والرياضيات في الغرب طوال قرون ، إلى أن حل عظمهضة في أوروبا وجداء العلماء الكبار أمثال جاليليو ونيوتن في القرنين 16 و 17 إلى الغرب بقرون ، كان لدى الصينيين تراث في المعرفة العلمية بوصفها تكاملاً للتجربة العملية والتحليل النظري وكان العلماء الصينيون مدربين على التفكير المجرد التحليلي ، وابتكاروا قبل الميلاد بـ 400 سنة ، نظاماً عددياً عشرينياً وطرائق حسابات يمكن استعمالها في هذا النظام . اكتشفوا السمات الأساسية للأعداد قبل أوروبا بأكثر من 2000 سنة وحلوا معادلات تربيعية ومعادلات أخرى تصل إلى الدرجة العاشرة وابتكروا واسد عملوا المعداد (abacus) ولوح العتوفي حال كان معظم العلماء الأوروبيين يتعاملون مع السحرة ، أو كانوا يدرسون الوقت والطاقة في بلاطات الملوك والأمراء باعتبارهم من عليّة القوم ، كان العلماء الصينيون منشغلين بالأمور العملية للدولة .

كان لهذا التفوق ثلاثة أسباب رئيسية :

أولهما : وأهمها أن الصينيين ينظروا إلى الحسابات على أنها ماضية مهمارات تصدح لأي كان بل على أنه أمر وريجب أن تكون موضعاً لاهتمام أذكى المفكرين في الدولة .

وثانيهما : برأي جون ماكليش هو أناقة اللغة الصينية وبساطتها . وثالثهما يتعلق بطبيعة الكتابة الصينية لأنه اللغة صدفية يربط بالتعبير عن الأفكار الصديين يسد عملون النظام العدي الخاص بهم دون تغيير طوال ألفي سنة إلى أن جرى التحول عنه في القرن العشرين إلى النظام العدي العربي المنتشر في كل أنحاء المعمورة .

وقد ذكر أن كتاب العلامة شين شيو شاو (Chin Chiu-Shao) (1202-1261م) المسمى (رسالة رياضية في تسعة أقسام) يسطرح تسعة مسائل في الحساب ويعالجها ومنها معادلات ومسائل عملية مختلفة وهو ذا الكتاب يعطي فكرة واضحة عن اتساع الرياضيات الصينية والمهارات التي تستعملها . وكان القرن الثالث عشر هو العصر الذهبي للرياضيات الصينية .

وقد وجد في الصين القديمة خمسة أنماط من الأرقام المكتوبة ، اسد تعمل كل منها لغرض مختلف ، ومنها الأرقام العسوية (المشتقة من العصدي الخشبية التي كانت تمثل الأعداد على ألواح العد والأرقام الأساسية) . أما الأنواع الأخرى فهي مشتقة من الأوليتين .

مثلاً الأرقام العسوية :

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
									—	

□

وكانت بعض التراكيب من الأعداد تؤدي أحياناً إلى وصف شاعري مثير

:

100 شيء = كل شيء

100 مرة فكر = رئيس وزارة

100 عامل = الطبقة العاملة

1000 اتجاه = تعدد الجوانب

100000 شهر = عصر قديم

1-9 – الرياضيات عند الهنود الحمر (أمريكا الشمالية والجنوبية)

كانت لدى شعب عوبالأتزيك (Aztecs) في المكسيك ولمايا (Maya) في اليوكاتان حضارة متطورة وشكل كل من الكتابات بالصد وروكيان لدى شعب الإنكا (Incas) الذي عاش في البيرو تركيب طبقي معقد ، لكن لم يكن لديهم لغة مكتوبة

وقد بُنيت حضارات هذه الشعوب من قبل الغزاة الأسبان والأوروبيين وبقي القليل من الآثار منها الأهرامات عرفت والعديد ولغة الصد وروكيان الأعداد المعقدة لقبائل المايا .

كان بإمكان الهنود الأمريكيين في الشمال ، العد ولكن لم يكن لديهم مفهوم للحسابات المجردة أو الأعداد .

وكان سكان أمريكا الشمالية الأصلية يعدون باستعمال أصابعهم ، كما أنهم يستخدمون أشياء أخرى للعد مثل قطع الخشب والحصى .

ولكن الافتقار إلى الرمز ، وحتى إلى الأعداد ، جعل من المستحيل تهذيب مفهوم العدوثة أربعة نشاطات بوجه خاص كانت حاسمة في تطويع العدد : ابتكار النقود واختراع التقويم وقياس الزمن واستعمال الأوزان والمكاييل .

قبائل الإنكا :

وصدلت قبائل إلى أمريكا الوسطى والجنوبية في القرن 13 ميلادي وأسسوا إمبراطورية .

وقد اخترعوا نظام الكيبو (Quippo) كلمة في لغة الإنكا تعني "عقدة" من حبال ذات أطوال مختلفة موصولة ببعضها أو بقطعة خشبية مثبتة . وبين العقد توجد مسافات قد استخدمت فكرة الحبال في الصين القديمة وفي إفريقيا وفي مصر القديمة .

وظل يستخدم الكيبو حتى العقد الرابع من القرن 18 م .

كان النظام العددي لشعب الإنكا هو العشري ، وربما استخدموا النظام الخماسي .

وكانت الميزة الرئيسية للكيبو وهي أنه استخدم النظام العشري . والكيبو مثال على الانتشار الواسع للنظام العشري في المجتمعات التي لم تعرف القراءة

والكتابة في العالم . وربما انتشرت ظاهرة الكيبو في مناطق مختلفة من العالم قبل
المعداد في الصين واستعمال القلم في اليونان وروما القديمتين .
المايا :

إن حضارة المايا نموذج للحضارات الهندية في القارة الأمريكية . وكانت
لهذه الحضارة لغة مكتوبة (الهيروغليفية المائيلية) بها اكتت بهم ما فيها
الأع داد التي نقشوها على الأحجار التذكارية بقوا العلماء الأوربيين الذين
عاصروهم في ماقدموه في التقويم والعلماء كانوا في الحسبان متقديمين على
أوروبا ألف سنة . استخدم المايانيون في الحساب النظام العشري أي النظام الذي
أساسه 20 والمنازل هي كالآتي :

1, 20, 400, 8000, 160000,...

على غرار النظام العشري 1, 10, 100, 1000,....

وكانت الأعداد تكتب من الأسفل للأعلى باللغة المايانية فالعدد 1, 10, 2, 3,
14, يعني مايلي : 3 مرات 1 و 4 مرة عشرتين ومرتتان 400 و 10 مرات
8000 و 1 مرة 1600 .

وقد ظهر رت الحاجة للملد للأعداد المتخذة من غرض التقويم وبزرت
أيضاً الحاجة للصفر الذي يملأ أي مرتبة فارغة .

وبعد وددت تاريخ أول دليل على نظم الأعداد المايانية إلى القرن الرابع
للميلاد ، أي قبل تنظييم الأع داد الهندية بسـ 400 وقد أن يصدل الصدفر إلى
أوروبا بأكثر من ألف سنة .

وللصفر الماياني شكلان :

صدفة الحلزون أو رأس بوجه كامل أو بشكل جانبي . (يعتبر اكتشف
الصفر من المكاسب الهامة في تاريخ الإنسان) .

وكان العقديون لى المايانيين فهو عدد الآلهة الكلي وهو أساس
التقويم المقدس ، ويتكون العالم والسماء عند المايانيين من 13 طبقة . وكذلك أن
العدد 52 مقدساً لديهم فهو يشبه القرن (100) سنة حالياً وهناك أعداد أخرى مقدسة
(400 عدد آلهة الليل) .

ويعتبر التقويم بتركيبته المعقدة مؤشراً على الإنجاز الرياضي للمجتمع
ما قبل المعاصر ونشير إلى أن الحسابات في المجتمع الماياني والأوروبي (في
العصور الوسطى) كانت حكرًا على الكهنة (رجال الدين) .

يقول د. شوقي ضيف حول الجزيرة العربية قبل الإسلام : " لم يكن هناك حضارة واضحة ، إنما كان عذهم علم بالزراعة وهندسة إقامة المند وإرواء الأراضي..." .

هذا بالنسبة لعرب الجذوب ، أما عرب الشمال فقد احتكوا بالحضارات المجاورة وتعاطوا التجارة ، ورأوا ما تطلبه من معرفة بالحساب وغيرها ... إلا أن هذه العلوم كانت بدائية محددة .

ومهم ما يكمن من أمر ، فقد ذكر أن العرب على علم ببعض العلوم التي يحتاجون إليها من طب وفلك ورياضيات وغيرها...

تميزت معارف العرب في الجاهلية بكونها بنيت على الملاحظة والتجربة المباشرة كما أنها لم تكن ذات مستوى علمي مهم لأنها تفتقر إلى الدقة والتجريب . واستخدم العرب في حساباتهم التجارية وحساباتهم العادية ، في عصر الجاهلية الأعداد المعبر عنها بالأحرف فقد أكملوا السلم الفينيقي السابق وأضفوا إليه حروفهم العربية مع إعطائها قيمة عددية كما يدل الجدول التالي :

أ	ب	ت	ج	د	هـ	و	ز	ح	ط	ي	ك
1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	20
ل	م	ن	س	ع	ف	ص	ق	ر	ش	ت	ث
30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400	500
ع	ذ	ض	ظ	غ							
600	700	800	900	1000							

2- الرياضيات في القرون الوسطى (800-1500) م

2-1- الرياضيات عند العرب والمسلمين (900-1450) م

1- كانت بغداد أول مركز علميهم في الخلافة العربية ، حيث جرت في حدود القرنين الثامن والتاسع ، أعمال في الرياضيات ، وفي علم الفلك وفي غيرهما من العلوم المحضة ، وبوتيرة كبيرة من الطبيعي أن تحتل ، في المنطق ، دراسة المطولات الفلكية الهندية ودراسة الأعمال الكلاسيكية اليونانية مكانة مهمة . وخلال مئة سنة إلى 150 سنة تمت ترجمة " أصول " فيلبيس ، وقدم

من مذكرات أرخميدس Archimeds ومخطوطات البتولونيوس وأبولونيوس Apollonius ، ونلاوس ، وتيودوز ، وهيرون ، وبطليموس ، وديوفانتوس وغيرهم من المؤلفين ، إلى اللغة العربية وكان أرسطو أيضاً مصدر مهم بوصف محطة اتصال جيدة مع إنجازات العلم اليوناني . وعلى موازاة هذا ، توجب إعطاء دور ضخم للعمليات المحلية ، التي تشكلت عبر القرون فوق أراضيه مصري بلاد الرافدين في وارسم وإيران ، وكذلك أيضاً للعلاقات التي أقيمت مع الصين البعيدة . ولعب تمثل هذا التراث في دور الكبرياء في تكوين الرياضيات العربية ، دون أن يهمل من الأصالة .

وم ن ب ين التي ارات الأخ رى في الفك ر الرياض في الش رقي ، تميزت الرياضيات العربية ب المزج العميق بين الأمم اني الهادفة إلى حل المسائل التي تطرحها الحياة العملية أو العلم السائد في الحقب التي أقيم الفلك ، وكذلك الجغرافيا وعلم البصريات (الفكر النظري ، المتكرونداً لأفضل الأمثلة عند اليونان . وقد أتاح هذا إمكانية رفع مستوى تشكيل أساليب العد ، واللوغاريتمات الحسابية والجبرية والتريغونومتريية (حساب المثلثات) ، كما كانت قد طورت في الهند والصين ، إلبوسائل أقل قوة وأقل صرامة . هذا الميل إلى التركيب ، الذي هو ميزة الرياضيات العربية ، منذ بداية القرن التاسع ، تأكد مع الوقت وقد أتاح تطويراً ضخماً للحساب ، بمعناه الواسع للكلمة ، ابتداءً لوغاريتمات العد الحسباني حتى نظرية النسب بابل والأد الحقيقي ، وحتى الجيومتري ، وخاصة نظرية المتوازيات ، المهمة جداً لتقدم العلم المعاصر وبخاصة الجبر والمثلثات ، المتكونة لأول مرة هنا كعلم ومسئولة . إن الأساليب اللامتناهية الصغر قد أصابها أيضاً نوع من التطوير .

لقد حظت المدرسة الرياضية البغدادية بـ إلبه التي ينتمى محمد بن موسى الخوارزمي والفلكي الفرغاني ، وحش الحاسب ، وابن ترك ، ثم الأخوة بنو موسى ، وثابت بن قرة ، وأبو الوفا ، (Wafa) ، والكوهي (Al- Kuhi) ، والكرجي (Al- Karji) وغيرهم ناشطة جداً طيلة قرنين تقريبا وقامت أيضاً أعمال علمية في دمشق وفي بلاد الشام السياسية والاجتماعية المختلفة ، قامت مراكز ثقافية جديدة مهمة وازدهرت لفترة من الزمن في بخارى ، وخوارزم ، وغزنة (Ghazna) عهدهم الخيام في بخارى وفي أصفهان ، وأبو كامل ، وابن يونس ، وابن الهيثم في القاهره والهرم يدس قوط بـ داديد المغول سنة 1258 من تطور الرياضيات في بلاد الشام . فقد أمر هولاكو خان (Khan) ببناء مرصد في مراغة (Maragha) التي تغلت فيه مجموعة مهمة من العلماء بتوجيه وإشراف نصير الدين الطوسي . وتتابع البحوث في العراق وفي آسيا الوسطى طيلة النصف الأول من القرن 15 ، زدهرت آخر مدرسة كبرى للرياضيات والفلك في القاهره يدس قوط بـ داديد في سدقوت رعاية أولوغ بك (Ulugh- Beg) ابن الكاشي والقاضي زاده الرومي ، وآخرين ينتمون إلى هذه المدرسة توفي إلى دول المتمردين في الشاطئ الشمالي الغربي من إفريقيا ، وفي الأندلس ، قامت بدوثة أصيلة . وكان علم هذه البلاد (بما فيها صقلية) أهمية من حيث أهمية اكتشافاته ، إلا أنه لعب دوراً خاصاً مهماً في نشر المعارف الرياضية والفلكية نحو أوروبا الوسيطية .

مآثر المسلمين في الرياضيات

الأعداد :

بـ ر علم المسالمون في العلم والرياضية وأجادوا فيه طوحوا نظريات القديمة من الإغريق ولقد اطلع المسالمون على حساب الهندود فأخذوا عنه نظام

الذرقيم وأخذوا م نهم سلسل لتين وه ذبوهما ، إدى ه ذه السلسل لتين ه ي م اتس مى
ب الحروف الهندية وه ي : (1,2,3,4,5,6,7,8,9) انتشرت رت في المشد رق
الإسلامي والشام ومصر ، والسلسلة الأخري في ماسميت ب الحروف العربية
وهي (1,2,3,4,5,6,7,8,9) وقد انتشرت في الأندلس ومنها انتقلت إلى الغرب .
وأهم تطور حدث هنا هو : "طريقة الخانات" تحسب قيمة عدد ما
بحسب شكله وبحسب موقعه من الرقم كك لوأخذ العرب من الهند (دونيا)
بمعنى الفراغ أي الصفر وكانت ترسم عند الهنود بهذا الشكل (5) أخذوا الدائرة
لسلسلة الأعداد العربية ، والنقطة للسلسلة الهندية ومن مزاياها هذا النظام تسجل
جميع عمليات الحاسب ويعتقد أن المسلمين عرفوا شيئاً عن (كسر العشري)
فقد وجد " الكاشي " النسبة التقريبية (ط) .

الحساب :

لقد قسّم المسلمون الأعداد إلى قسمين هما :

- 1- غباري " وهو الذي يحتاج إلى التخت أو قلم وورقة "
- 2- هوائي "يحسب في الذهن وهو مفيد للعوام ومن لم يحضر معه أدوات الكتابة
في السوق أو غيره " .

وقد اكتشف المسلمون طرقاً مختلفة لإجراء عمليات الضرب والقسمة مما
أفادهم في كثير من الأمور خاصة علم الفرائض ومن هذه الطرق ما هو "خاص
بالمبتدئين" ويصلح للتعليم في المدرسة إذ استخدم رجال التربية في الشرق
والغرب هذه الطرق لتعليم الأطفال وقد بحثوا في "النسبة والتناسب" . وقد
تعاملوا مع "الكسور العادية" بنفس الطرق السائدة حالياً واس تطاعوا إيجاد
المجاهيل "المعادلات بنفس الطرق الحالية ويطرق أذكرى لا داعي للتوسع
في ذكرها . وقسّموا الأعداد إلى زوجي وفردى . وعرفوا " المتواليات " الحسابية
والهندسية" وذكروا قوانينها . " وأبدعوا " في "المربعات السحرية" .

الجبر :

" قال كاجوري : " إن العقل ليدهش عندما يرى ما عمله العرب في الجبر
"Algebra" وهم أول من أطلق لفظة " جبر " ومنها أتت . " وأول من ألف فيه
الذي وفريزيه " ن المأمون وأشد مهر كته كتبه الجبر والمقابلة " وقد
أشد تغل الأقدمون به ذا "الفأين الجبر" ولكن لم يصدح أحتى أشد تغل
المسلمون به . "وقسّم الخوارزمي " الأعداد إلى " جذر " وهو الشيء أو المجهول
الذي اختصر فيما بعد إلى "ش" ثم "س" . و"المال" هو مربع الشيء أي : s^2
و"العدد" وهو الذي لا يرتبط بمجهول . وعرف الخوارزمي "ل المعادلة من
الدرجة الثانية بنفس الطريقة الحالية . وابتكروا طرقاً هندسية لحل بعض معادلات
الدرجة الثانية . وعرفوا كيف يمكن ضرب الكميات الصماء في بعضها .
وبحثوا في نظرية " ذات الحدين " . إذ يقول "الخيام" إنه وجد قانوناً لفك
أي حدين مرفوعين إلى أس صحيح . موجهة ديكون القانون في أحد كتبه
المفقودة وما اكتتبه أمالسوء تخزينها أو للكارث التي مرت بالمنطقة .

واستطاع " الكاشليج "اد قانون لمجموع الأع داد الطبيعية المرفوعة إلى القوة الرابعة . ووجدوا قانوناً للقيم التقريبية للجذور الصم كما مهد ثابت بن قرة لحساب التفاضل والتكامل وحلّ الخيام معادلات الدرجة الثالثة بتقاطع المخروطات .

الهندسة :

حينما نهض المسلمون نهضتهم العلمية أخذوا كتاب اقليدس في الهندسة وترجموه وشروحوه وأضافوا عليه ، كما أسدّوه "الأصول" وقد وضع "ابن الهيثم" كتاباً في الحساب على نمط كتاب اقليدس في الهندسة .

او "ن الهيثم ثم" نعلم راع المس لمين ال ذين اشد تغلوا في البصر ريات وه ذا لا ينف في عنه براعة في سائر العلوم والفنون الأخري ، فقد ذكر ان أسلافنا موسوعات متحرّكات العلم عندهم أن تعرف كل ما يمكن معرفته عن كل شيء كان يسود مؤلفات المسلمين مسحة علمية تجاه تطبيق النظريات العلمية فيما يحتاجونه من أمور دينهم ودنياهم ، فقد وضع " ابن الهيثم "مثلاً مقالة في : " استخراج سمت القبلة " ، ومقالة فيما تدعوا إليه حاجة الأمور الشرعية من " الأمور الهندسية " .

نوالمسد بلموّن كي ف يمكن إيجاد النسبة التقريبية . دأوج د "البيروني" برهاناً جديداً لصلاح المثلث بدلالة أضلاعه مبني على نظرية "أبو نصر محمد بن موسى الخوارزمي" في الرياضيات وقد درس خروا الهندسة بنوعيهما المسد توية والمجسمة في بحوث الضوئية امتاز المسد لمون في بعض البحوث الهندسية وتفوقوا فيها ، ولا سيما فيما يتعلق بالمتوازيات . فقد تنبّه "الطوسي" إلى نقص اقليدس في مسلمة المتوازيات وحاول البرهنة عليها في كتابه : "تحريروصول اقليدس" ، " الرسالة الشافية للطوسي ومعلوم الآن أن البحث في هذه المسئلة أدى إلى اكتشاف الهندسات اللاقليدية على يد "زيم والدي" سيهاهمت إلى حد كبير في نظرية النسبية لاينشتاين .

قد اشد تغل المسد لمون بعد مئتين طيح الكرة ومن الكتب المصدفة فيه : " الكامل " للفرغاني ، " الاستيعاب " للبيروني .

المثلثات :

وضع المسد لمون علم المثلثات بشكل علمي منظم مسد تقل عن الفلك ، وأيضاً فيها إشارات كثيرة جداً جعلته يعد علماً عربياً كما تعد الهندسة علماً يونانياً .

وقد استعمل المسلمون " الجيب " دلاً من واد رضع القوس " . وهم أول من أدخل "المماس" في النسب المثلثية وأسدتاعوا أن يحلوا كل المسائل المختصة بالمثلثات الكروية القائمة الزاوية وتوصلوا إلى قواعد وقوانين يصعب ذكرها في هذا الحديث وهناك أموراً كثيرة منسوبة إلى "زيج ومونتاس" وقد اعترف " كاجوري " أن هناك أموراً كثيرة منسوبة إلى "زيج ومونتاس" وغيره في علم المثلثات ثم ظهر ربع البحث أن علماء المسد لمين هم أسد حاب الفضل فيها وهم أول من أوجد ظل التمام ، وجيب التمام . وبرهنوا على أن نسبة

جيد وبالأضلاع بعضه يهزل كنيسة جيدة وب الزوايا الم وتره بتلك الأضلاع بعضها إلى بعض في أي مثلث كروي عمل والجدول الرياضي للماس وتمامه والقاطع وتمامه أول من أدخل هذه العلوم إلى أوروبا هو : ريجو مونتانوس" الذي ألف كتباً كثيرة منها كتاب يسمى : "المثلثات" وينقسم إلى خمسة فصول ، وهذ الكتب تبيع مقتبس كتب كثيرة والدليل على ذلك أن الفصل الخامس منه منظم تماماً على طريقة أبو الوفاء في بعض مؤلفاته . ومن ذا الذي ينكر فضل العالم المشهور الكندي في علم الحساب والهندسة والطب والفلسفة والفلك وقد قدرت مؤلفاته حول هذه الفنون وغيرها بأكثر من 240 كتاباً ، كما أوساهم في إحياء دين الطوسي في تطهير المثلثات كما نرى في الفصل الثامن .

2-2 - الرياضيات عند الهنود (800-1200 م)

بدأت القرون الوسطى في الهند مع الفتح الإسلامي الذي زرع وأوقف في مناطق الغرب والشمال التفتح الطبيعي في ثقافة الهندي فتحوّل فيها العناصر الجديدة . ورغم أن مناطق الهند كلها لم تستشعر بسرعة التيار الجديد . ولم يتوقف الدأب العلمي ، ابتداءً من القرن 8 و هو النم و ، مكوناً من الشروح على الكتب القديمة أو الكتب الجديدة ، مسدّداً المعلومات مع قليل من حلتغيث (الوفاة) في بلاد الهند أن توسعت الحريات التجارية التي راث الكلاسيكي .

1- الرياضيات وعلم الفلك

شريباتي- لقد استمر العلم الفلكي القديم أو استعيد في القرن 8 من قبل لالا الذي أدخل تصحيحات على أريابهاتا Aryabhata ، وفي القرن 10 من قبل مونجالا Munjala ، وفي القرن 11 من قبل شريباتي Bripati الذي ضاع كتابه لمدة طويلة ثم عثر عليه في جنوبي الهند ذاك الكتاب يعود إلى سنة 1039 وعنوانه سيدهنتاشيكهارا Siddhantcekhara و"زرة الحل" وليتبع مع شريباتي cripati عموماً براهماغوبتا Brahmagupta ولكن مع محاولة تشبيّه . وتختلف استنتاجاته قليلاً عن استنتاجات الأخفروم ثلاثاً يعتمد حساباته من أجل تقدير عدد الدورات الكوكبية ، خلال الحقبة الكونية ، ولم يختلّف عنه إلا فيما يخص عطارد Mercure كما أن شريباتي Bripati أيضاً أبشجراهماغوبتا Brahmagupta في القرن 14 و برتوداك Prthudaka شريباتي إذاً هو مؤلف قليل الأصالة ولكن مؤلفه ضد خم ويدل على جهده في المحافظة على التراث في أوسع تفاصيله .

بهاسكارا- (Bhaskara) أما المؤلف الأكثر أهمية كرياضي وفلكي فكان بهاسكارا المؤل ود سنة 1144 الذي أنهى سنة 1150 ألف كتابه سيدهنتاشي يروماني (Siddhantaciromani) أوج" وهرة رأس الحل ولولها ذاك الكتاب

مقدس وم إلهي بلقسط الملقب مان الأولان رياضد يوانغوانهم ا على الت والي :
ليلاف اتلي (Lilavati) أو "اللاعب المهي" (الرياضد يات وأذ ت تتسد لئ) م ببجاغانيتا
(Bijaganita) أو " حساب التصحيحات " . والكت الأول يعطي قواء د الحساب
أما الثاني فيعالج الجبر . أما القسمان الآخران فيبحثان في علم الفلك : غراهاغانيتا
(Grahaganita) أو "حساب الكواكب" ثم غولا (Gola) أو الكرة .

ويع ود بهاس كارا (Bhaskara) بقينه ولكن ه ينتق دهم بم ا ف يهم
براهماغوبتا (Brahmagupta) م تقي د ه ب ه غالوفاً ي مج ال تمثيل الكون
يرتكز نظامه على نظام سد ورياضد يد هننتا (Suryasiddhanta) . ويقط د ه ذا
النص الأخير فيشبه بالرياح قوة تجاذب الكواكب ، مميزاً ه ذه الريح في الفضاء
عن تنقلاتها من الناحية الرياضية ، يشرح الحركات بموجب نظرية متطورة
حول أفلاك الدوير والأفلاك ذات المراكز المتخارجة وم ن أه م خصوصيات
تعاليمه أنه يحلل الحركة كحركة الشمس مثلاً فلا يكتفي فقط ب الفرق بين خطوط
الطول والخط العرضي بل وأيضاً بتجزئة اليوم إلى فترات متعديدة حتى يسد تطيع
اعتبار الحركة في كل فترة وكأنها متجانسة .

مخطوط بهاكشالي (Bhaskhali) م على مخطوط في الحساب ، في
كشمير ، واعتبر في بادئ الأمر قديماً جداً ، وهذا المخطوط قد اشتهر في تاريخ
الرياضيات الهندية فهو بالفعل مفيد من حيث الأمثلة التي يقدمها حول ممارسة
الحساب ممارسة أغفلتها الكتب . وهو يقدم حلولاً عمومية مألوف ، عن طريق
الحساب فقط ، كما يقدّم مسائل متنوعة . تخدم المعادلات اللامتناهية من
الدرجة الثانية كما يستخدم التصاعديت الحسابية وقاعدة الافتراض الخاطئ .
أما تاريخه بالضبط فغير معروف ، وأما نمط كتابته فقديم دون أن يتجاوز
حتماً القرن العاشر .

العلاقات مع الرياضيات الأجنبية- اتصلت الرياضيات وعلم الفلك الهندي
في القرون الوسطى بالرياضيات العالم الإسلامي والصين والاتصال بالصددين قد
تم في الوقت ذاته انتشرت فيه البوذية في الصين مع بدايات القرون الأولى
للعصر المسيحي ؛ ويبدو أن هذا الاتصال لم يتغير كثيراً في القرون الوسطى .
أما الاتصالات بين العلمين الهندي والعربي ، فكانت أكثر أهمية في تلك الحقبة .
ومن المقبول عموماً أن الترقيم العشري ذا الأرقام التسعة والصفر قد أخذ ههذه
عن العرب كما أشار إلى ذلك مختلف المؤلفين العرب مع ذلك يعطي بعض
العلماء " الأرقام العربية " أصلاً يونانياً عن طريق الأقباط (بداً كان مصدر) . فهم
يفترضون أن عناصر من هذا النظام كانت معروفة عند فلاطونيين الجدد ، ثم
احتفظ بها قليلاً ههذه الأنداء كما أن النظام مطبقاً بشكل واسع في الهند ، في
أزمة العلاقات الأولى مع العلم العربي ، وليس مشهوداً من الجهة اليونانية .
وفي الجبر ، بدأ التأثير الهندي الممكن على الجبر العربي قليل البروز .
بالمقابل كان تأثير التريغونومتريا الهندية (علم المثلثات) رزاً من خلال البتاني
(ت 929) .

2-3 - الرياضيات عند الصينيين (317-1584) م

1- الرياضيات

الحسابات- نجد، في كتاب غير واضح التاريخ "أثر المعلومات حول فن الأرقام" لمؤلفه (شوشو وي كي يي Chou Choud Ki- Yi من سيويو (Siu-yo) شرحه تشن لوان (Tchen Louan) بين القرنين 4، نجد وصفاً لترقيم جديد للأعداد وللدعداد وبرز هذا الترقيم بشكليين. الأول ويقيم على لوح يتضمن عدة أوتار متوازية يمر كل منها خمس مرات، آخر كرة منها يختلف لونها عن الأخيرة هذه الكرة الخامسة تمثل خمس وحدات، وهكذا يمكن ترقيم عدد من صفر إلى تسعة فوق كل وتر.

والشكل الثاني هو لوح، يتخذ من تسعة خطوط متوازية، ومزود بثلاث مؤشرات مؤدية على هذه الخطوط. كل وتر كرة واحدة يكون موقعها فوق الخط المعين يدل على الرقم الذي تمثله.

والى الحقيقة نفسها يعود تاريخ "كلاسك الحسبات ذات الإدارات الخمس" "يوتساو (Wou Tsao) سوان كنغ (Souan- King) وهو كتاب بسيط عملي لا يتجاوز مستوى العمليات الأربع.

وفي حوالي السنة 500، وجد الكلاسك في الحسبات الواضحة تشانغ كيوتسيان (Tchang Kieou tsen) الذي دل لأول مرة على أسلوب قسمة الكسور عن طريق الضرب بعكس الكسر المقسوم عليه. ونجد فيه أيضاً حل المسائل ذات السلاسل الحسابية والجيومترية الموضوعة من أجل عمل النساجين.

وهذه الحسابات، وإن طبقت على مسائل أخرى، فإنها لا تفتقر بتعابيرها الهندسية الجذرية وعادة أي نام الهندس، والمتواليات الحسابية إلزادة اليومية، والحد الأول: هو العدد المنسوج في اليوم الأول، الخ.

وحوالي سنة 625، وفي "كليك الحسبات عند الأقدمين، المنتالي"، عاد المؤلف ونغ هياو تونغ (Wang Hiao- Tong) إلى معادلات الدرجة الثانية، وبادر لأول مرة، المعادلة من الدرجة الثالثة، بمناسبة مسألة مشابهاة لحساب أضلاع المثلث القائم المعروف مجموع ضلعي الزاوية القائمة فيه، والفرق بين وتره وأحد ضلعي الزاوية القائمة.

وتدل طرفة وضعت سنة 855 على أن الحسابات في تلك الحقبة كانت تتم كما في الزمن القديم: وتحكي كيف كان يانغ سون (Yang Souen) يختار الموظفين:

ذات مرة حاز كاتبان نفس المرتبة ولهما نفس الأعمال، وفي ملفهما، نفس التوصيات ونفي الملاحظات، وكانا يتنافسان على المنصب بذاته. وأشد كل الأمر على المسؤول أيهما لا يختار باس تعان بيدان سون (Yang- souen) الذي استدعى المرشحين وقال: إن قيمة الموظفين الصغار تقوم على سرعة الحساب:

. وعلى المرشحين أن يستمعا إلى سؤالي ، والذي يحله أولاً تكون له الترقية وهذه هي المسألة : "كان أحدهم ينتزه في الغابة فسمع لصوصاً يتناقشون حول بك رات القماش التي سرقوها . فقالوا إذا كان لكل واحد 6 بكرات يبقى منها خمس ، ولكن إذا أعطى لكل واحد سبعة ، ينقص 8 . ما هو عدد اللصوص وعدد البكرات ؟..." وطلب يانغ سون (Yang Souen) من المرشحين حل المسألة بواسطة الأعداد فوق بلاطوالمعشدة في مرة ، أعطى أحد المرشدين حين الجواب الصدح في أعطي الترقية ، وذهب الموظفان دون أن يتذمرا أو ينتقدا القرار . ترجمة (ج . نيدهام) (I.Needham) .

وفي أواخر القرنين 13 و 14 تعامل المعاد الكراتي ؛ وجعل لترك الحساب ، عن طريق الأعداد ، كُتب الرياضيات في العصور السابقة ، غامضة . تقادم الجبر وكبار الرياضيين - اعتمدت كتب الرياضيات الكبار تسوتشونغ تشي (Tschoung-tche (501- 430) Tsou ولعُرف عنها شيء إلا من خلال إشارات واردة في كتب التاريخ ، لأن كتبه ما تزال الموضوعة تدارس في القوسونج . قيمته بين متقاربين لـ - بي (TT) جذد زائد 3,1415927 والثانية ناقصة 3,1415926 .

وبهذا الشأن نذكر أنه في سنة 635 . كانت أعشار العدد (TT) رقم كل واحدة منها باسم صفها أو مرتبتها المقابلة لودات عشرية طويلة : 3 أقدام ، 1 بوصة 4 خطوط 1 فن 5 لي 9 هاو 2 مياو 7 هو (1 fen 5li 9hao 2miao 7hou) وبالمقابل ، وفي سنة 660 بساب روزنامي ، لم يشترسوا شيء في (Ts,ao Che- wei) إلا إلى الوحدات وإلى المئويات : 365 يو 24yu كي ki؛ وفي آخر القرن 7 ، اكتفى هان ين (Han yen) بكتابة كلمة "قطعة" توان (tuan) بين الودات والكسور العشرية . لم يلاحظ في القرفق 8 في الكتب التنجيمية لـ كيوتان سيتا (Kiu-tan si- Ta) الذي أبرز وسائل الحساب الهندي . وكان هذا الرمز الأخير قد تعمم بسرعة في القرن 9 بشكل دائري . في عصر السلاله آل سونغ (song) عاش ثلاث قضاة بين كبار ما تزال لدينا كتبهم:

تسين كيو شاو (Ts,in, Kieou- chao) إن يعيش في الجذب ، ونشر سنة 1247 "عدة فصول من كتاب الحساب" (تشوشو وكيو تشوانغ) (chou chou kien tse tang) الجداول الفلكية ، وحسابات معقدة وحول المساحات والأجسام كانت حسابات الجبرية ، على حسابات العصر القديم ، مشروحة بجداول أرقام مكتوبة على الورق : وكان أول من كتب بالأسود الأعاد السلبية ، في حين أن الأعاد الايجابية كانت مدونة بالأحمر . الج طريقة المعادلات غير المدددة وحل حتى بعض المسائل التي تتضمن معادلات من الدرجة الثانية .

وعاش لي يي (li- yei) (1178- 1265) في شمال الصين الذي انتقل ، في تلك الحقبة ، من سيطرة عائلة تونغوز من آل كين (kin) إلى السلاله المغولية ،

ونشر سنة 1248 "المرآة البحرية الدوائر المقيسة" وفيه حساب للدوائر المحبوسة ضمن المثلثات. ودونت المعادلات ذات المجهولات الأربعة المتعلقة بهذه المسائل داخل تربية على الشكل التالي:

في مركز التربيعة كتبت كلمة "أعلى" المختصار للذروة العليا، وهي نجمة قطبية، هي مركز الكواكب (صف الخانات إلى اليمين مباشرة فكان مخصصاً لمعاملات الوتر (hypothénuse) المسمى "رجل". والخانة الأقرب إلى المركز معاملها الحد ذو الدرجة 1، والخانة الثانية هي خانة الحد ذي الدرجة 2، الخ. والصف العمودي تحت المركز مخصص لمعاملات الدائرة المحبوسة؛ أما الاتجاهان الآخران الأفقي إلى الشمال والعمودي نحو الأسفل فكانا مخصصين لمعاملات ضلعي الزاوية. والكائنات الثلاث إذن من عدد من الرقعات بعدد المعادلات.

ويرى أن ترقيم المعاملات السلبية يتم بقطع الخانة؛ بدلاً من تغيير اللاون وعندها لا يوجد إلا مجهول، يسد تعمل لي يي Li Ye بخانات نفس الصف إنما موضوعة على يسار المركز لكتابة المقادير أي الأسات السلبية وهكذا كتب المعادلة التالية:

$$X^2 + 2X + 3X^{-1} - 6X^{-2}$$

ونشر لي يي Li Ye سنة 1258 ثم مارين جديدة "يي كوين تان" Yi Kou yen Touan وفيها أورد معادلات تتضمن تعابير عديدة موضوعة إلى جانب الخانة المركزية.

أشار يانغ هوي (Yang Houei) في قواعد الحساب ضد من تسعة فصول مفسرة بالتفصيل "لنغ كي يي، كي وتشانغ سوان فا" (Siang Kiai Kieou) (Tchang souen Fa) [ظهر هذا الكتاب سنة 1261] وفي مؤلفاته الكاملة أشد إلى مجموع مختلف السلاسل ثلاً مجموع مربعات الأعداد الصديحة؛ وحل أنظمة معادلات ذات خمسة مجاهيل، واختزل كل الكسور إلى أعشار. وقدم نقداً مهماً عندما قال:

الأقدمون غيروا اسم المناهج من مسألة إلى مسألة، بحيث أن التفسير لذلك لم يعط. ثم قدم، وهذا أمر نادر في الصين، تبييناً جيومترياً، مبيحاً بأن المسد تطيلين PD بين سد نداء للمعدن رصف AC في المسد تطيل ABCD مساحتاهما متساويتان.

وفي الحقبة المغولية عاش أيضاً رياضي شهير تشوشي كي (Tchou Che- Kie) في كتابه بخل إلى علم الحسب "وان هيو تشي مونغ" (Séuan hien tsi mong) الذي صدر سنة 1299 في عهد الحسب الجبري، وجدول قسمة ضرورياً لاستعمال المعداد. وهذا الكتاب كان مصدر الجبر الياباني.

وفي الكتاب "المرآة الثمينة للعناصر الأربعة" (سديوان يوكي ان) (Sseu yuan gu Kien) الذي صدر سنة 1303 نجد مثلث باسكال (معامل أسات الثنائي)

، المسمى من قبل المؤلف " دياغرام (رسم بياني) الطريقة القديمة للعثور على الأسات. والعناصر الأربعة " في عنوان الكتاب هي "المجهولات الكيفية" التي استخدمها لحل أنظمة المعادلات غير المحددة أيضاً في تجميع السلاسل الكاملة المتناهية المعقدة نوعاً ما .

ويبدو أن تقدم الرياضيات في الصين قد توقف عند هذا الحد . وأنه فقط في آخر الحقبة ندرس ، عثر على اكتشاف مهم يسد ثغرة ذكر جساب الم درجات

(game temperee) القرن الخامس أول هوثند نغ تيان ووانغ فو Ho Tch,eng- Tien et Wang pho هاه دين الحاصل على سد لم ملطف ، أو بصورة أوضح العثر في المتن على النوتة هان السد لم الثابت ، وذلك توزيع الفرق بين المسافات الاثنتي عشرة . ولكنه في نهاية القرن 16 فقط ، سنة 1584 ، نشر أمير من المذبح تشوس يي و Ming, Tchou Tsai- Yu حل المسألة :يكفي أن نأخذ كمسافة الجذر الثاني عشر لـ 2 للحصول على المدرج الملون الملطف .

2- علم الفلك

علم الفلك- في القرن الخامس ظهر تقدم في التقنية الآلاتية فقد وصفت سد اعافت مائضة اسدي أعمالها وزن الوعاء أو وزن واحد من الخزانات الوسطة وتحسن بناء الكرات المعلقة ذات حلقات تمثل مواقع الدوائر الرئيسية في الكرة السماوية] :فأصبح بالإمكان تحريك هذه بواسطة دولاب مائي يتحرك مع حركة النهار ، وفي المسوق مع النسب لمختل الكواكب ، دون الاضطرار إلى الالتفات لتقلباتها أثبت الفيلسوف هينغ (Hing) والذي اخترع سنة 725 أولى هذه الساعات ، فوضع أساس كل علم الساعاتية الميكانيكية وفي دم سوسونغ SouSong سنة 1092 الوصف التقليدي لآلة كبيرة رقاصة فلكية تدبر كرة سماوية وكرة ذات حلقات (محلقة) .

وتعداد آلات كووشيو كنج Kouo Cheou- King الحاصل 1276 ، حفظ لنا ضمن تاريخ السلالة المغولية ، سلالة آل يوان Yuan ، وبعض هذه الآلات بالذات ما يزال محفوظاً في نانكين فوق التلة القرمزية .

ونجد بينها آلة محرفة عن التوركتوم Torquetum في علم الفلك العربي ، وهي مكيفة من أجل القياسات الاستوائية إحدى الشهادات الذائفة على التأثيرات الأجنبية في علم الفلك الصيني ، ورغم أن كتباً عديدة من علم الفلك والتنجيم الهنديين قد ترجما منذ القرن السابع فأتراجم عن كتب عربية قد تمت أيام المغول ، فإن الصفة الخاصة للتقسيمات إلى درجات ، وللإحالات إلى القطب تتعارض مع الاندماج بباقي علوم الفلك الوسيطية .

3- الرياضيات في أوروبا من القرن الخامس عشر إلى القرن العشرين

3-1- الرياضيات في القرن الخامس عشر :

اسد تيعاب كامم ل للعلم العربى والوس بطي م ن قبل علماء أوروبا حتى
نهاية القرن 15 كما بدأت في أوروبا الطباعة وانتقل العلم إلى إيطاليا بعد
سقوط القسطنطينية ، وبدأت تظهر كتب علمية مؤسسية مثل كتاب (Summa-
سوما) لـ "لوكاباسيولي- Luca Pacioli" من البندقية سنة 1494 وهو "جامع"
لكل المعارف الرياضية في عصره .

ثم ظهر رنق ولا دي كوي Nicolas De Cues (1401-1464) الذي حاول
التأكيد على أن الرياضيات وحدها تتيح للفكر البشري الوصول إلى اليقين .

وقد ألف بورباخ Peurbach (1423-1461) م كتباً مفيدة في الحساب مثل
"الأورثموس- Algorithmus" م التراكاتوس- Tractatus في كتاب في
الحساب والمثلثات وضمنها جداول مثلثية للجيب- Sinus تكمل ما وضعه العرب .

أم أريجيو مونتاس Regiomontanus (1436-1476) م إن إنتاجه العلمي
غزيراً جداً ولكنه أقل أصالة مما كان يعتقد لأنه اعتمد على العمل وم العربية ونسب
جزءاً منها لنفسه وخاصة من الطوسي نصير الدين (في المثلثات) .

وظهرت كتب في الرياضيات التطبيقية في باد ترافيز Treviso
(1478) مرة وفيه طرقت كثير من المسائل العلمية منها ما هو معروف
عند العرب ومنها ما هو جديد ، وقد ذكر أن الأوروبيون الجبر رب الكوس
Coos وهي بالألمانية تعني الجبر ثم تخلوا عنها أمام كلمة الجبر العربية Algebra
التي وضعها الخوارزمي لأول مرة .

وجاء كتاب ميمم لشيوكي N.Chuquet "أم الثلاثية في علم
الأعداد" سنة 1484 ويشمل الأعداد ذات الجذور والأعداد غير المجذورة ونظريات
المعادلات .

وأعطى شيوكي معجمية تقنية متقدمة الصنع (استبدل مثلاً ألف بمليون
وهكذا ...) .

أم أليو دافنشي (1452-1519) جد ديق لـ - لوكاباسيولي صاحب
الكتاب الموسوعي الشامل "الجامع في الرياضيات" .

ويقال عن دافنشي إنه رجل غير مثقف وغير مؤهل في جامعة ولكنه تميز
بالمهارات الفنية والحرفية والهندسية ولا شك أنه احتاج إلى الرياضيات في
ممارسة كل هذه الفنون التطبيقية البحتة ولم يهتم بالجبر على الإطلاق ربما لأن
الجبر مجرد . ولكنه مهندس بالولادة وساعدته موهبته العجيبة في الرؤية والتخيل
الهندسي الصحيح ، مثلاً اكتشف مركز نقل الهرم بالدس والإلهام فكأن اكتشافه
جميلاً وعلمياً وقد حل مسألة ابن الهيثم البصرية بشك كل ميكانيكي مذهش ولكن
الحل الهندسي جاء بعد 150 سنة من قبل هويجنس (Huygens) .

2-3- الرياضيات في القرن السادس عشر

تميزت نهاية القرن الخامس عشر وبداية القرن السادس عشر للميلاد بانتشار تعليم الرياضيات العالمية في الجامعات التي ازداد عددها في أوروبا وقد اشتهر الكاهن الألماني جان ورنر (1468-1528) Werner (1528-1468) بالاهتمام به بالرياضيات بابتداء حياته العلمية كجغرافي ورسام ثم خاض رائد فاحش الجدل على علم المثلثات ، ونشر أول دراساته وأصلية حول القطوع الزائدة والمقدمة أما الناقصة فلم يدرسها .

و ألف ورنر كتاباً في "المثلثات الكروية" وذكر فيها قوانين التحويل المثلثي من جداء إلى مجموع مثل :

$$\sin Q \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(a - \beta) - \cos(a + \beta)]$$

والتي كانت معروفة عند ابن يونس .

وظهر ركنر ككتاب هندسي جيد لتعليم يانفكنغيس بالبركار والمسطرة" للألماني دورر Durer وهو موجه للتقنيين والرسامين والمهندسين المعماريين . لم يقدم الإنتاج الرياضي الغزير في القرن السادس عشر اكتشافات مهمة ولكنه لعب دوراً في تنظيم المعرفة المكتسبة وفي وضع الترميز الجبري ، وخاصة في ألمانيا وكارل فريد توفوودولف (Carl Rudolff) الذي لفت نظراً في الترميز من ثلاث استخدم للجزء التربيعي الرمز $\sqrt{\quad}$ للجزء التكعيبي الرمز $\sqrt[3]{\quad}$ والرمز $\sqrt[n]{\quad}$ للجزء الرباعي الرمز $\sqrt[n]{\quad}$ وألف كتباً في الحساب والجبر .

كما أن بيتروس أبينانوس (P. Apianus) في كتابه الحساب أبينانوس (P. Apianus) مع أملا مفاكثوثن (المثلثات) مي م وخرامث باس كال ولد ذلك اكتسب أهمية في تاريخ الرياضيات .

بينما أصدر ركنر كتاب الحساب ألفريزيوس (G. Frisius) في القرن السادس عشر أشهر الكتب الرياضية الجامعية في القرن السادس عشر لسهولة قراءته أما ستيفل Stifel (1487-1567) فيعتبر مع ورنر أكثر علماء الألمان نبوغاً في عصرهما وكان يميل إلى التبسيط وإلى المنهجية في النظرية وفي الترميز وقد دأبوا على كثير من المتواليات الحسابية والهندسية واعتبرهم أمقتاح الحساب وكال الجبر "الحساب" وطرح فكرة حول الأعداد النسبية وغير النسبية وحول العدد اللانهائي واعتب ولا يمتدداً حقاً وهكذا... ذلك اعتبر الأعداد السالبة كجزء من المعادلات (معددة الخلية لأنها أصدر غرم من الصدوق قد استخدم ستيفل رمز الجذر التربيعي $\sqrt{\quad}$ وانتشرت في أوروبا ومع أنه قام ببعض الخطوات في الترميز إلا أن فيبيت وديكارت هما من أعطى الترميز الجبري الحقيقي .

أما المدرسة الإيطالية في الجبر : فظهر فيها علماء في الرياضيات منهم :

Bombelli - ومبلي وفي راري - Ferrari كاردان Cardan وتارتغلي Tartaglia - وفيررو - Ferro .

هؤلاء العلماء قاموا بنقلة نوعية في الجبر فحولوا الجبر من "مجتزأ" إلى جبر رمزي .

وعن هؤلاء العلماء يقال جسد تارتغلي (تارتغلي) أن رجلاً صعلوكاً وأدعى لنفسه حل المعادلة التكعيبية ، أما كاردان فكأن شخصاً بارعاً ، إذ كان طبيباً وفيلسوفاً ومنجماً رياضياً ورسمياً واحراً وكاتباً غزيراً وأوكد أن بدق ابنه لعصر النهضة الإيطالية .

وفيراري هو تلميذ كاردان وهو عبقرى في الرياضيات . وجد في سن 23 حلاً للمعادلة من الدرجة الرابعة .

وقد أعطى كاردان كتاب الحساب بالعمل *Practica Arithmetica* عرض فيه مواضيع حسابية وجبرية ومنها حل المعادلة من الدرجة الثالثة ، ويقال أن تارتغلي أنه اكتشفه وأعطاه لكاردان علماً أن الدلالة عرف باسم "علاقة كاريوليني" من أجل المعادلة $Px = 9$ ويقتضي الدلالة على إدخال مجهولين إضافيين هما u, v حيث:

$uv = (p/3)^3$ و $u - v = q$ وينتج عن ذلك :

$$x = \sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v} = \sqrt[3]{\frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}} - \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

وقد ألف كتاباً مهماً "آرماغنا- الفن الأسى" عرض فيه بالتفصيل طرق حل المعادلات التكعيبية مع الأمثلة العددية وذكر أن فيرو وتارتغلي اكتشفاً الدلالة التكعيبية وعرضوا الدلالات العددية بصورة تقريبية واستخدموا الدلائل الاحتمالات لكونه لاعب قمار .

وبلغ الجبر الإيطالي مع بمبلي أوجهاً أعلى ، فقد دشر كتابه "الجبر" الشهير وقبل فيه وجود جذور تخيلية ، وعرض فيه الأسس والجذور .

واعتبر جذور العدد السالب مثل حاصل ضرب جذر قيمته المطلقة بجذر العدد -1 أي :

$$\sqrt{-5} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{-1}$$

(فيما بعد رمز له $\sqrt{-1}$ بـ i) وظهر عالم رياضيات إيطالي كبير هو موروليكو (Maurolico) في القرن 16 الذي اعتبر رمزاً للرياضيات بين علماء عصره وكان ميكانيكياً وعالم بصريات ومؤرخاً وكتب كثيراً ولكن لم تنتشر كتبه وأبحاثه إلا بعد مماته .

أما ابن ديتي (Benedetti) فليس وفاءً ورياضياً ومهندساً وكوناً عالمياً بالهندسة. أما كوماندينو (Commandino) فيعتبر من أكبر المترجمين للرياضيات اليونانية وهكذا أصبح الإنتاج الرياضي الإغريقي باستثناء القليل منه بين يدي الغرب في أواخر القرن 16 ويعتبر كلافيوس (Clavius) أفضل أساتذة الرياضيات في أوروبا وسموه سيد الرياضيات لأسلوبه وكتبه التعليمية.

خارج ألمانيا وإيطاليا كان التقدم الرياضي في القرن 16 مختصراً جداً حتى مجيء فيت (Viète) قد اعتمد العلماء الفرنسيون على الرياضيات الألمانية والإيطالية في تلك الفترة.

ويعتبر راموس (Ramus 1515-1572) منظر الكتاب الفرنسي بين الذين نشرلرياضيات وامتدحوها وكان مؤرخاً للرياضيات ونشر كتاباً في الحساب واهتم بالكتب التدريسية ورأى أن يدرس الحساب قبل الهندسة

أما إنجلترا فكانت أكثر تأخرًا يومئذ من فرنسا. قد اشتهر الرياضي الإنجليزي ريكورد (R. Recorde 1510-...) بالكتاليجية وخاصة المختصر في الحساب بين الذين جاءوا بعده بمبلي الإيطالي وأصبح خليفة له ستيفن (Steven 1481-1620) في الرياضيات وممن مؤلفاته "الحساب" و"مسائل هندسية" شرح ستيفن الذي تأثر كثيراً بحساب ديوفانتوس اليوناني، طريقة منهجية وتبسيطاً للحساب والجبر وكوناً له دورهم وظفي عرض الكسور العشرية وتصوره الجديد للعدد الذي ساعد في استقلال الجبر عن الهندسة وفي الوقت تلتجهم بين هذين العلمين عرفها في القرن 15 والسؤال قبلهم جميعاً وقد اعتبر ستيفن لأداءه بالصدفة وليس بالواحد كما اعتبر ذلك معظم الرياضيين واعتبر أي جذر كدذلك عارض وصف الأعداد $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ بأنها مستحيلة أو غير جذرية إن هذا لأد غير قابلة للقياس فقط وهذا لا يعني أنها مستحيلة.

وضح توحيد فكرة العدد عند ستيفن الطريق إلى تطوّر الجبر والهندسة التحليلية وكانت ترميزاته الجبرية غير مريحة مثلثاً معظم رياضيين عصره، ومن أهم إنجازاته اختصار توحيد قواعد حل المعادلات الجبرية أي أنه توصل إلى صياغة قاعدة وحيدة لحل تلك المعادلات مهما كان ترتيبها:

$$ax^2 + bx = c \quad \text{أو} \quad ax^2 = bx + c \quad \text{أو} \quad ax^2 + c = bx \quad \text{.. وهكذا}$$

وقبل لأول مرة في تاريخ الجبر بمعادلة طرح عدد موجب من جمع عدد سالب وطبق نفس الطريقة على معادلات الدرجة الثالثة والرابعة ومع ستيفن بلغ الجبر في عصر النهضة ذروة تطوره.

وأهم شيء أن جبري في هذا العصر ليتخصصوا إلى الترميز الحديث بل حدث ذلك على يد فيت وديكارت اللذين دشنا مرحلة حاسمة في التاريخ الرياضي.

3-3- الرياضيات في القرن السابع عشر

كانت الرياضيات مجالاً في أوج غليانه ، فشهدت ولادة أو تجديد الجبر ، ونظرية الأعداد وحساب الاحتمالات والهندسة الإسقاطية وحساب التفاضل . وبدا استخدام الرياضيات بقوة وفعالية في الفيزياء (نيوتن-جاليليو-كبلر-كوبرنيك..). وتأتي عظمة القرن السابع عشر -حسب تاتون) التي لا مثيل لها ليس في أنه رأى أشد ياء أكثر من سده لنقيضه تمثله تكمن في أنه رأى العلم لم يعي ون جديد وبواسطة مبادئ ما تزال معتمدة ل ذلك نس مي القرن هزائد العلم الحديث ومن أبرز علماء ه ذا القرن الإنجليزي نيوتن I.Newton (1643-1727) الذي يعتبر رائد الميكانيكا ومكتشف حساب التفاضل والتكامل .

وفي فرنسا : فيرما (Fermat) وباسكال (Pascal) وغيرهم .

ولعب الكاهن مرسين P.M.Mersenne (1588-1648) الفرنسي دوراً في تشجيعه ودعوته للتبادل العلمي والعمل الجماعي بين العلماء وقد كرس حياته للعلم .

ولكن ديكارت Descartes (1596-1650) وباسكال (1663-1662) يع دان من ألمع علماء فرنسا والعالم في القرن 17 .

وقد كانت أوروبا الوسطى تعيش ظروفها صعبة ناتجة عن القفز ومثال العلم كبلر J.Kepler (1571-1630) ردم ن كرسه في غراز (Graz) قتل في براغ وغيره إنما أجريه دوال ذبها طر إلى الدفاع عن أمه بجرم الشهيرة والى الركض باس تمرار وراء المعونات الموءودة إنما غير المحققة أبداً ، كل هذا يدل على الظروف القاسية التي كان يعيشها يومئذ في تلك البلدان عالم سيئ الحظ .

أما ظهور ليبنيز G.W.Leibniz (1646-1716) هو مفكر كبير ورجالة سياسي وعالم رياضيات كبير وساهم بتأثيره الواسع من أجل نشر العلم وأسس أكاديمية للعلوم في برلين .

وأما العالم الفلكي جاليليو (الإيطالي) فقد قال عبارة ثورية في ذلك العصر وهي "الطبيعة كتبت بلغة الرياضيات "

وكان كليلكاوت من نفس رأي جاليليو في وصف العلوم والطبيعة بلغة الرياضيات وكأنهم أحبوا المدرسة الأفلاطونية والفيثاغورية في أن كل شيء في هذا العلم هو عدد ورياضيات .

وأصبح سمة العلم الحديث واهتمام العالم من نمط جديد وهو ربط العلم النظري بالتطبيقي (فأنشؤوا المخابر والآلات والمصانع ..لتحقيق النظريات) .

لقد غير العلم اتجاهه لأن فكر الإنسان قد تغير. لم تعد هناك مقولات خالدة في العلم فكل شيء يعيش حركة مستمرة فتغيرت مفاهيم العلم وأدواتهم من الظواهر وحتى أخلاقياتهم .

✽ أشهر علماء القرن السابع عشر

في الهندسة

1- **جولدن - بول** وضع العالم السويسري (1577-1643) نظرية عرفت باسمه (تحتسب حجم الجسم المتكون من دوران شكل مسطح حول محور).

2- **جيرارد ديزارك** (1593-1662) عالم هندسة ورياضيات فرنسي ، درس في مدينة ليون والتقى مع ديكارت وأعجب به بأسكال من أعماله :

- يعتبر ديزارك مؤسس الهندسة الحديثة .

- كتب دراسات حول المنظور والقطاعات المخروطية .

- وضع نظرية في الهندسة، عرفت باسمه .

3- **بيير فيرما** (1601-1665) عالم رياضيات فرنسي ، ولد في يوم وندى لوماتيه وتوفي في كاستر . من أعماله :

- اهتم بمفاهيم المكنات الهندسية (نقاط لها الخاصية نفسها).

- توصل قبل ديكارت إلى مفاهيم الهندسة التحليلية .

- أوجد معادلات المنحنيات والمساحات .

- أوجد قاعدة لتحليل الحد الأقصى والحد الأدنى للتوابع الجبرية .

- ساهم في وضع أسس علم الاحتمالات مع بأسكال .

- وضع بعض النظريات في نظرية الأعداد .

هنري نيزوفيف (1622-1703) عالم رياضيات إيطالي ولد في فلورنس . من أعماله :

- اكتشف نافذة فيفاني بمنحنى إحداثيات معادلته كروية ، وهو يحصل من تقاطع كرة وأسطوانة .

4- ماتيوس ادرياتز (1571-1635) : عالم هندسة هولندي من أعماله :

- أعطى قيمة جديدة للعدد $\pi = \frac{335}{113}$ (نسبة محيط الدائرة إلى قطرها) .

في اللوغاريتمات

وجد العالم الرياضي هنري بريجس (1561-1631) وهو إنجليزي توفي

في أوكسفورد في اللوغاريتمات ووضع جدولاً من اللوغاريتمات حيث احتسب حتى المنزل (14) بعد الفاصلة لأول (31000) عدد طبيعي .

3-4- الرياضيات في القرن الثامن عشر

تح القرن الثامن عشر ر ضد من مذاخ من التف أولأصد بح العلم ع املأ قوياً في تحرير الفكر وكذلك في التقدم الاجتماعي .

إن المهمة الأساسية للرياضة بين في القرن الثامن عشر رسد وف تك ون التوضيح والتوسيع والتنسيق والتطبيق للاكتشافات الحديثة وتقوت وحساب اللامتناهيات في الصغر واسد تعامل أدوات جديد للقياس ادلات التفاضلية العادية والجزئية ، حساب التغيرات الخ. كل ذلك أتاح اسد تكمال البناء ، بناء الميكانيك السد ماوي النيوتن ، كما أتاح ت ريبض الميكانيك ث م القيد ام بت ريبض السد معيات والهيدروديناميك .

لقد اكتشفت أوروبا الكرة الأرضية تقريداً أخذ لال القرن السد اسد عشر والسابع عشر ، والآن تريد اكتشاف العمق وهذاس يؤدي إلى نتائج مذهشة في مجال المعرفة وأصبح العلم يطمح إلى معرفة شاملة أثار اكتشافات نيوتن الفلكية والرياضية بقيت الثقة بإمكانات العقل البشري لاد دوله وادأت أوروبا تشهد عصر الرفاهية والرخاء مما أدى إلى تقدم علمي أكيد أدى بدوره إلى تقدم في الحرف والفنون والأدب والصناعة وظهرت نظريات اقتصادية تهدف لتطويع المجتمع .

وفي القرن الثامن عشر أصبح العلم مهنة وأصبح العلم قادراً أن يعيش من فكره وقلمه. كل هذا التحديث في العصر المذكور سيقوم على الحساب والعدد (كما حلم بذلك فوبان سابقاً) من المستحيل إنكار الدور الضخم الذي لعبته القارة الآسيوية في تطوير أوروبا ونموها قبل الميلاد وفي فترة القرون الوسطى .

فتأثير عوب العربية والإسلامية في أوروبا جعلها مهية للهندسة العلمية والاقتصادية الهائلة وهي بذلك اسد تقادت من العبقريات التي أنجبتها أقدم الحضارات في العالم ، وبذلك سيطرت أوروبا على العالم وملك كل مقومات التقدم الفكري وتقدم متطلبات الرفاهية وكذلك تقدم العقل .

✳ أشهر علماء القرن الثامن عشر

في الهندسة

اسد تيورات يُحدد علماء الرياضيات (1717-1785) في قدم أبحاثاً في الهندسة، وقد برهن صحة العلاقة :

$$AB^2.CD + AC^2.DB + AD^2.BC + BC.CD.DB = 0$$

والتي تكون صحيحة من أجل أربع نقاط من سطح إقليدي وعلى خط واحد.

ومن علماء الهندسة سيفاجيوفاني (1648-1734)

2- **غاسبار - مونج** (1746-1818) : عالم هندسة فرنسي ، رافق نابليون بونابرت في رحلته إلى مصر وإلى الشرق حيث تأسس الأبدان العلمية ومن الشرق حصل على وثائق عدة، من أعماله :

- مكتشف الهندسة الوصفية .
- صاحب رسالة حول كيفية حل معادلات المشتقات الجزئية .
- يعود له الفضل في إيجاد نظرية الغلافات ونظرية خطوط الانحناء .
- وضع معادلة مونج ودائرة مونج

في التحليل

4- **روك تاييلور** (1685-1734م) رياضيات إنجليزي صديق لنيتون من أعماله :

وضع صيغة تستخدم في الحساب المتناهي في الصغر ، وتستخدم في كل مرة نحتاج فيها التوسيع تابع بالنسبة لأس تزايد متغيراته ، وصيغة تاييلور ثلاث أشكال : شكل يونغ - شكل لاغرانج - شكل كوشي .

3-5- الرياضيات في القرن التاسع عشر

إن القرن التاسع عشر الرياضي هو حلقة انتقالية بين الحركة الموسوعية في القرن الثامن عشر، والتخصص الدقيق الذي هو عنوان عصرنا . وقد تطورت العلوم الرياضية وتيقن القرن التاسع عشر كنسبة مباشرة لتزايد عدد الباحثين ولاتساع كمية الأبحاث العلمية المنشورة .

حظيت الهندسة باهتمام كبير وظهرت فروع متخصصة في الهندسة :

البحت **القليدي** (مؤلف لجه ودونسليلي (1788-1867)

(J.V.Poncelet) تكونت الهندسة الإسقاطية فرع مستقل من الهندسة كما أدخل

موبيلوس المفهوم العام للتدوير والهوموغرافي في التحليل (ولموبيلوس) وظهرت

الهندسة التعدادية وهي تعتمد على أفكار مأخوذة من الهندسة الجبرية ومن

التبولوجيا ومن الجبر الحديث أهم المكتشفات الرياضية في القرن التاسع

عشر الهندسات **القياسية** التي قدمها العالم الروسي لوباتشيفسكي (1826) وهي

الهندسة الزائدية والتي اشترط فيها أنه من نقطة خارج مستقيم يمر عدد لا نهائي

من المستقيمات الموازية للمستقيم المعلوم . وأثبت أن مجموع زوايا المثلث أقل من

80° أم **أريمان** (العالم الألماني) هـن هندسة أخذت من إقليدس (1824) اتخذ

سطح الكرة كمستوى هندسته وفرض أنه من نقطة خارج مستقيم (دائرة) لا يوجد

أي مستقيم يوازي المستقيم المعلوم ومنه أن مجموع زوايا المثلث أكبر من

أما **أوغوست** **أوليفر** **أبي** فتوصل أيضاً إلى هندسات زائدية ولكن بعد

لوباتشيفسكي ولأسف لم يعترف بفضلهم إلا بعد مماتهم كما أثبت كل من أن

البنية الإجمالية للبناء الهندسي تتوافق مع بنية زمرة التحويلات الهندسية

الإقليدية **اللامتناهية** رأت في الزمرة المترية والهندسة الإسقاطية هي

دراسة اللامتغيرات في الزمرة الخطية (الذي رابط الخطي) .. إلخ والتبولوجيا هي دراسة اللامتغيرات في زمرة التدويلات الدقيقة المسدرة النقطية، وتمت إعادة النظر على ضوء الهندسات الإقليدية في الهندسة الإقليدية وحاول بعض العلماء إعطاء مسلمات مثل مسلمة الاستمرار لكانتور وديديكند ومسلمة أرخميدس التي أثبتتها ستولز (Stolz) ومسلمات أخرى. وقام العالم الألماني هيلبرت (1862-1943) (Hilbert) بوضع هندسة بديهياتية مكونة من واحد وعشرين مسلمة واسخدم قواعد المنطق وللحسبذا اعتبر هيلبرت معلم المدرسة المسدرة لماتية (الأكسيوماتية) في القرن العشرين. باددت الهندسة التحليلية وأدخلت فيها ترميزات جديدة. وقد عمم بلوكر (1801-1868) وم الإحداثيات ليعطيها معنى شديد العمومية. كما لعب دوراً مهماً لاستخدامه المحددات ودراسة المنحنيات والسطوح الجبرية وكذلك في الهندسة المنتظمة التي تعتبر هندسة المستقيمات ولها تطبيقات هامة في البصريات والميكانيك.. وقد أدخل بشكل معمق كل من غراسمان وكييلي مفهوم المتنوعة في الفضاء والفضاء ذي n بعد. ونشأت الهندسة الجبرية المرتبطة آنفواج بالهندسة التركيبية والتحليلية وبالجبر الخطي وبنظرية التحويلات الهندسية اللامتناهية في الصدغ تطورها إلى الهندسة التفاضلية وهنا نذكر دور مونج وغاوص وريمان. فدرس ريمان، الذي يعتبر واضح الأسس الحديث للهندسة التفاضلية، خصائص المتنوعات التبولوجية ذات الأبعاد اللانهائية. وساهم كريستوفل (Christoffel) مهم في النظرية المتعلقة بالأشكال التفاضلية التربيعية.

وقد لعب مؤلف الهندسة النروجي لي (Sophus Lie) (1842-1899) الذي ركز فيه على دراسة وتصنيف الزمرة المستمرة، زمر التحويل وتحولات التماس. وكانت أفكاره مهمة في نظرية المعادلات التفاضلية العادية والجزئية. تعدد دابات التبولوجيا إلى لي لينينج (هندسة الوضع) وأويلر وواوص وغيرهم. ولكن التبولوجيا ظهرت كعلم مع كييلي (1846) ومع موبوس (1858 - شريط موبوس).

وأدخل ريمان بفضل "سطوح ريمان" أفكار تبولوجية في نظرية الدوال في المتغيرات المركبة وفي كل التحليل (1857) أثر التطور اللاحق للتبولوجيا بنظرية المجموعات.

3-6- الرياضيات في القرن العشرين

إن الحياة العصرية مطبوعة بالرياضيات بكل الأعمال وكل الأبنية التي قام بها الإنسان تحمّل أثر الرياضيات، فحتى أفرادنا الجمالية وحياتنا الأخلاقية تبدو متأثرة بها.

فالقرن العشرون هو عصر التخصص الدقيق، وقد انتهت عصر العلم الموسوعيين لمثال العلماء العرب والمس لمين الإذ وارزمي، البيروني، والبتياني، وثابت بن قهقش والعلماء اليونانيين مثل أرسطو، فيثاغورث، إقليدس، رخميا دس والعلماء الأوروبيين أمثال أويلر: رولاغ رانج وغلوص وبوانكاريه وليوناردو دافنشي لم يعد أحد يستطيع، بواسطة ثقافة العلم العامة بلوغ معرفة معمقة بغير إضيق لأم الملك نوح زعلي التي إرات الكبري في رياضيات القرن العشرين.

فقد اتسم القرن التاسع عشر بتوضيح المفاهيم الأساسية والتعاريف والبداهيات كما أنه تم التأكد من أن البديهيات هي أساس النظريات التي تتكون هياكلها من تشابه بالرغم من أنها تبدو بعيدة عن بعضها في الظاهر. وهذه الدراسة للبنيات قادت إلى مزيد من التجريد وإلى مزيد من الوحدة داخل الرياضيات وفي النهاية إلى فلسفة في الفكر.

إن التبولوجيا تلعب الدور الأساسي في الجبر، فنظرية الدوال في متغير حقيقي تتفتح باهراً حيث تدو التوسعات الجديدة لفكرة التكامل التي كان منشؤها في ملاحظة حول إيجاد المساحة، عظمة الفائدة أمثال دوال فجمعت ضمن عائلات متقاربة جداً ودوال العديد من المتغيرات درست درساً كافياً.

وأُتاحت الداليات (Functionals) الوصول إلى تعميمات كبيرة وهو أقصى ما يصل إليه علم البديهيات.

وسيطرت فكرة الزمرة على الجبر والهندسة وأثرت في التبولوجيا.

وتطورت الهندسات فجماعات النسبية والمتنوعات الخطية والهندسة المتناهية والتحليل اللامتناهي في الصغر والهندسة التقاضلية الشاملة وتعمقت نظرية الاحتمالات والتوزيعات الإحصائية.

وبينما يسود التجريد سيادة مطلقة مجال نمو الرياضيات الحديثة ويتأسس بنيانه، فإن تطبيق هذه التجريدات على الواقع لا يعترضه تنقض عميق وربما لا يتوجب أن نرى في هذا الواقع إلا نتيجة للمنشأ التجريدي للرياضيات أو نتيجة التكون البطيء للفكر البشري عند ملازمة الواقع.

✽ أشهر علماء القرن العشرين

في الهندسة :

قدم ديدكند ريتشارد (1831-1916) الذي عمل في مجال الهندسة الجبرية شاكلها الدفالي بالاشتراك مع هـ. ووبردول دراسة المنحنيات الجبرية في مجال الهندسة وساهم في وضع اكسيوماتية الأعداد الحقيقية وفي تحضير نظرية المجموعات بالاشتراك مع كانتور، كما تأثر بالعالم الكبير ديرخلية.

وعم ل دارب و غاس تون (1842-1947) ج الط رق التحليلية والتركيبية
ليعطي لنظرية الحل للمعادلات ذات المشتقات الجزئية شاكلها ال راهن وعرف
بحساب مجموعة داربو الصغيرة والكبيرة وبثلاثي السطوح المعروف باسمه.

أم ما بي اتكي ل ويجي (1856-1928) ودله الفضله اكتشف تعبير
الهندسة التفاضلية عام 1894 وساهمت أبحاثه في ولادة النظرية النسبية. وس يغير
ي - فرانسيسكو (1879-1961) الذي يعتبر مؤسس الهندسة الجبرية .
في الفلك :

شهد هذا القرن تقدماً عظيماً في أيدي كثير من العلماء أمثال :هنري
نوريس رسل (1877-1957) عالم الرياضيات الأمريكي الذي وضع تصنيفاً للنجوم
ووضع قياساً لمسافات بعض النجوم بطرق التوازي وغيرها، كما وضع جدولاً
مفصلاً عن الكواكب، والرياضيات الفرنسي جان كلود دوفاي (1896-1967)
والمعروف بأبحاثه حول ضوء السماء الليلي وكذلك عن كيفية تركيب المجرة .

ماغاستوفايات (1874-1967)

فلكي ورياضي، له أبحاث في قياس النجوم. دّم دراسات حول
مدارات بعض المذنبات .
في التحليل الرياضي

هناك أعمال كثيرة في مختلف فروع التحليل نذكر منها :

رينيه ل ويس ب ايز (1874-1932) اكتشف فراغ ب ايف (راغ طبول وجي)
وقد دم أبحاثاً أساسية عن الأعداد الحقيقية أدت إلى ظهور مفهوم المجموعة
الهزلية ومفهوم التابع النصف مستمر .

إد طفان باناخ (1892-1945) المبول وني ارت بطلس مفعالات المتجهة
الكاملة والتي عرفت باسم فزاغ لوبله كتاب في نظرية الفضاءات التي
بواسطتها حسن بعض الفجوات المنطقية التي ظهرت في نظرية المجموعات .

3- ادوار جان بابتيسست جورسات (1858-1963) ألف أعمالاً عن التوابع الجبرية
وتكاملاتها وعن التحليل المتناهي في الصغر وهناك العديد من العلماء العاملين
في مجال التحليل الرياضي في هذا القرن نذكر منهم :

قيصر أرزيلا (1847-1912) ص موئل في تش أورب زون (1942-
1898) وسرجي ناتافتش برنش تاين (1880-1968) ميشال بلنكريل (1885-1967)
وشارل ايميل بيكرارد (1856-1941) ايفيد د هيلبرت (1862-1943) غي رهم
كثيرون .

في الميكانيك

عمل في مجال الميكانيك من العلماء الأوروبيين في القرن العش رين كثر ر
من العلماء والباحثين أمثال :

جول اندراي د (1837-1906) الفرنسي الذي عمل في الميكانيك
المتجهي والميكانيك الفيزيائي وتناول بشكل خاص الحركات الاهتزازية المتجانسة
وأسس مدرسة الضبط الدقيق في بيزنسون بفرنسا .

وهناك العديد من العلماء أمثال : **جان دانيال فيير و ماندل وغيرهم** .

في المعادلات التفاضلية

وفي المعادلات التفاضلية شهد القرن العش روتظ ورأ على أي دي كوكبة
من العلماء أمثال:

جورج دافيد هيرك وف (1884-1944) وعالم رياضيات أمريكي
تناول نظرية المعادلات التفاضلية كما طوّر النظرية العامة للأنظمة
الديناميكية ، كما برهن آخر نظرية من نظريات بوانكاريه .

لرنود دينج وا (1884-1974) وعالم رياضيات فرنسي ، قدّم أبحاثاً
هامة في المعادلات التفاضلية الجزئية وأخذ رون أمثال رينيه توم (1923-...) ،
وسيرج لوفيتش سوبوليف (1908-...) ، **ورودولف ليبنز (1832-1903)** وسد نأتي
على ذلك بالتفصيل في الفصل العاشر .

في الاحتمالات

قدم **أندريه ماركوف (1856-1922)** ، وهو عالم رياضيات روسي ، وضع
سلسلة ماركوف وساهم في إيجاد نظرية الاحتمالات في الجبر .

في الجبر

عملت نظرية العوامل في الجبر في القرن العش رين العديد من
العلماء منهم:

1- **ماري اينموي كميل جوردان (1838-1922)** العالم الفرنسي الذي عمل واكتشف
الزمر القاسمة والزمر اللامتناهية والزمر الكلاسيكية، وقام بأعمال في التحليل
والهندسة التفاضلية واكتشف قوس جوردان ومصفوفة جوردان-هوليمس نو
ايد

(1842-1927) مع النظرية الكلاسيكية للتمثيلات الخطية للزمرة مع
فروبنيو وشور.

2- **ارنست زيرملو (1871-1953)** عالم ألماني لعب دوراً مهماً في وضع مسلمات
نظرية المجموعات وتوسيعها وأوجد نظرية زيرملو لكل مجموعة E توجد
علاقة ترتيب تجعل من E مجموعة مرتبة) وهي تكافئ مسلمة الاختيار .

3- **بول اسحاق برنايز (1888-1977)** عالم رياضيات سويسري قدّم أبحاثاً ساهمت
في نظرية المجموعات حيث وضع مسلماتها الأولى وبصورة خاصة مفهوم
الصف والصفوف المتكافئة وكثر هم علماء الجبر نذكر منهم :

- * أحيـل جوستن بوريل (1956-1871)
 - * كورباسترو ريكي (1925-1853)
 - * مارشال هارفي ستون (0000-1903)
 - * ارنست سينز (1929-1871)
 - * بيتر لودويغ (1918-1832)
 - * إسحاق شور (1941-1875)
 - * ألفريد هار (1933-1885)
- في التبولوجيا

يمكن اعتبار هوكما ورد معنا سابقاً أن علم القرن العشرين وعملاً فيها وطور مفاهيمها كثير من العلماء نذكر منهم :

- * أوتو شراير (1929-1901)
 - * جون مليور (0000-1931)
 - * رينيه لويس باير (1932-1874)
 - * رينيه موريس فريشيه (1973-1878)
 - * ليونز جبريس جان بروور (1966-1881)
- وغيرهم

* بورباكي، نقولاً

مجموعة من العلماء الرياضيين الفرنسيين (وهو اسم مستعار)، وقد تألفت من خريجي دار المعلمين العليا (بدأت العمل في حقول الرياضيات في عام 1933) ومن أهم العلماء الذين ساهموا في تأسيس هذه المجموعة :

(هـ ، كارتان)، (شيفالي)، (دلسارت)، (ديودونة)، (وايل) وتضم أكثر من (20) عضواً يوجد منهم أعضاء فرنسيين، كانت قراراتهم تتخذ من قبل الأعضاء الذين لم يبلغوا سن 40 من العمر، ويتم تجديد المجموعة تباعاً بالأسد تقالة بعد بلوغ الخمسين.

من أعمالهم :

- أطلق بورباكي الرياضيات المعاصرة فقد تم نشر موسوعة ضخمة عرفت تدعى (نلسبغنام) الرياضيات فيلظتها) رمنها (1988) أدوف ي المداولات اللاحقة كذلك أن الاتجاه عند دبورباكي ندرهذه وحدة الرياضيات .

وقد تناولت هذه الموسوعة المواضيع التالية :

- نظرية المجموعات .
- الجبر .
- توابع المتغيرة الحقيقية .
- الطبولوجيا العامة .
- التكامل .

- فراغ المنتجه الطوبولوجي .
 - زُمْرَلي
- ومن المنتظر تُلْطَهر الأجزاء المتعلقة بتوابع المتغيره المركبة وحساب متغيرات الحساب العددي .