الفصل الثالث
تطور علم الهندسة

تمهيد :

إذا أردنا أن نتذكر كيف تكونت مفهوماتنا حول الحجم والسطوح والخطوط والنقط إن هذه المفاهيم ليست سوى تجريدات الأجسام المادية كنا نسميها الأشكال، والهندسة هي العلم الذي يتناول دراسة خواص هذه الأشكال وقياس أبعادها بغض النظر عن بنيتها المادية وطبيعتها الفيزيائية وقد نشأ هذا العلم من الملاحظات التي تحملها إلينا حواسنا عن أشكال الأشياء المحيطة بنا وعن أوضاعها النسبية في الفراغ .

فعلم الهندسة إذاً هو في بادئ الأمر علم الملاحظة وإذا كان الفكر البشري قد أقام هذا العلم على بديهيات ومسلمات فيما بعد فإن هذه البديهيات والمسلمات ليست في الحقيقة سوى وقائع تجريبية لامناص للعقل البشري من قبولها واعتماد صحتها .

ولاشك أن الإنسان القديم قد شاهد في حياته اليومية كثيراً من المناسبات التي تعرض عليه ومسائل هندسية متنوعة وعلى الرغم من أن بعض هذه المسائل تبدو بسيطة لأول وهلة إلاّ أنها بقيت مدة طويلة مستعصية على الحل ولم يتم حلها إلاّ بعد قرون عديدة وجهود ضائعة ويمكن القول إن المفاهيم والحقائق الهندسية الأولى كانت نابعة من وقائع الحياة اليومية وضروراتها وظلّت هذه الحقائق والمفاهيم تزداد وتنمو عندما كان الإنسان يرقى سلم الحضارة البشرية .

1- الهندسة في وادي النيل

يقول أكثر المؤرخين " أن الهندسة هبة النيل " وعلى الرغم من عدم توافر المعلومات التي تدل على عدد القرون التي مرت قبل أن ترتقي المسائل الهندسية إلى مستوى القضايا العلمية . فإن هناك أكثر من دليل على أن الهندسة نشأت في ربوع النيل ويشهد على ذلك ما خلفه قدماء المصريين من قصور ومعابد وأهرام تنطق بقدرتهم الفائقة في الهندسة المعمارية والزخرفية والفنون كافة .

عوامل نشوء الهندسة المصرية

هناك عاملان رئيسيان ساعدا على تطور الهندسة في بلاد النيل العامل الأول هو عامل طبيعي فمناخ هذه البلاد جعل خصب أراضيها وجودتها لان بظاهرة واحدة هي فيضان النيل فتغير ارتفاع النيل وبالتالي تغير مساحة المناطق

المعمرة من سنة إلى أخرى يضطر المواطنين المصريين كل عام إلى مسح هذه المناطق وإعادة تنظيمها من جديد واضطرار المصريين إلى مسح أراضيهم دورياً على هذا الشكل جعلهم مهرة في مسح الأراضي. أما العامل الثاني فهو عامل ديني فقد وجه المهندسون المصريون كل عبقريتهم الهندسية الى تشييد المعابد والمقابر وما الأهرامات إلا مقابر وجدت لتحفظ أجساد الملوك من التلف .

فإيمان المصري القديم بالحياة الآخرة وجّه العلم إلى تلك الناحية وهذا هو السر في تفوق المصريين القدماء في علمي الهندسة والكيمياء .

قواعد الهندسة المصرية

كان أمام قدماء المصريين إذن مشكلة المباني، ومشكلة المساحة ومشكلة الزخرفة ومشكلة توجيه المعابد وقد استطاع العلماء والمفكرون جهودهم لحل هذه المشكلات فقادتهم إلى البحث في قضايا هندسية واهتدوا من خلال ذلك إلى كثير من القواعد العلمية والنظرية للهندسة :

ففي الرسم والإنشاء الهندسي رسموا المستقيمات ورسموا المضلعات المنتظمة وقد وجدت في المعابد والأهرامات مضلعات منتظمة مثل المخمس والمسدس مرسومة بدرجة جيدة من الدقة والإتقان ورسموا الدائرة بواسطة وتد يوضع في مركزها وحبل يمثل نصف قطرها ورسموا الزاوية القائمة باستعمال عُقَّة إلى ثلاث أقسام أطوالها بنسبة 3 , 4 , 5 واضح أن المثلث المكون من هذه الأطوال قائم الزاوية حيث : $3^2 + 4^2 = 5^2$ وكان المهندسون المصريون الذين يقومون بهذا العمل يسمون " باسطي الحبال" .

وفي المساحات نجد في بردية رايند أن المصريين القدماء يعتبرون مساحة الشكل الرباعي تساوي جداء نصف مجموع ضلعين متقابلين من أضلاعه في نصف مجموع الضلعين الآخرين. وهذا حيث فقط بالنسبة للمساحة المستطيل والمربع اعتماداً على ذلك أوجدوا مساحة شبه المنحرف المتساوي الساقين بضرب طول أحد الساقين المتصلين في نصف مجموع قاعدتيه وهو دستور غير صحيح أما المثلث فلم يوضح دستور خاص بمساحته وإنما اعتبر شكلاً رباعياً أحد أضلاعه صفراً لذلك تكون مساحة المثلث تساوي جداء نصف القاعدة في أحد الساقين واعتبروا مساحة الدائرة مساوية :

$$\left(r - \frac{1}{9} r \right)^2 = \frac{46 r^2}{81}$$

حيث R قطر الدائرة وهذا يؤدي إلى اعتبار أن : $\pi = 3.16$ بدلاً من 3.14

.

وإلى جانب هذه الدساتير التقريبية التي تستخدم في حساب المساحات الخاصة بالأراضي وفي المسائل العملية دت دساتير مضبوطة في المساحات الأخرى .

وفي الحجوم نجد في برديةٍ رايند أنهم اعتبروا حجم الأسطوانة مساوياً حاصل ضرب قاعدتها في ارتفاعها ونجد في برديةٍ "مولينشتفلنه" معروفاً كيفية حدون حجم جذع هرم قاعدتاه مربعتان الشويتكا به حلهم من نفس حلنا المعطى بالقانون :

$$V = \frac{\ell}{3}\left(a^2 + ab + b^2\right)$$

حيث ℓ ارتفاع جذع الهرم و a , b طولا ضلعي قاعدتيه العليا والسفلى .

ويستدل بعض البا احثين من تشييد المصريين للأهرامات الضخمة على إحاطتهم بثقافة هندسية خاصة تدعى الهندسة الوصفيةوذلك أن قطع الأحجار الكبيرة التي تُشاد بها الأبنية كان يستدعي المهندس المصري الذي يشرف على البناء ويضع تصميمه أن يرشد قاطع الحجر إلى الشكل الذي يجب أن تكون عليه هذه الأحجار وهذا لايتم إلاّ بمعرفة أولية لمبادئ الهندسة الوصفية .

2- الهندسة في بلاد الرافدين

تدلّ الدراسات التاريخية أنّ الهندسة العملية انتشرت في بابل منذ زمن مبكر قد عرف البابليون أن ضلع المسدس المنتظم يساوي نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه واستعملوا هذه المعرفة في تقسيم محيط الدائرة إلى ستة أقسام متساوية بواسطة نصف قطرها ولاشك أن معرفة هذا الأمر كان نتيجة للملاحظة البسيطة ولم يكن أبداً نتيجة البرهان النظري وقسموا أيضاً محيط الدائرة إلى 360 قسماً متساوياً ولعلّ أصل هذه القسمة يكمن في تقسيم السنة إلى 360 يوماً .

وعرف البابليون منذ 3000 ق.م كيف يقسِّمون مساحة المستطيلات والمثلثات المتساوية الساقين والقائمة الزاوية، كما عرفوا نظرية فيثاغورث بعضة وأدركوا أنّ الزاوية المرسومة في نصف دائرة هي زاوية قائمة واستطاعوا أن يقيسوا حجم متوازي المستطيلات القائم وحجم الأسطوانة القائمة وحجم المخروط وحجم جذع الهرم واختلف حلهم لمسألة حجم جذع الهرم اختلافاً قليلاً عن حل المصريين ويمكن تمثيل الحل البابلي بالدستور :

$$V = \ell\left\{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{a-b}{2}\right)^2\right\}$$

واختصر البابليون مساحة الدائرة $\frac{1}{12}m^2$ حيث يمثل محيط الدائرة وهذا يؤول إلى اعتبار 3 ويلاحظ من هذه النتيجة أن قطر قاعدة البابليين في قياسات الدائرة أقل من معاصريهم المصريين . ويلاحظ مما تقدم أن هندسة مصر وبابل كانت عملية ، ومن المرجح أن القواعد الهندسية المستعملة لم تكن مبنية على أساس من البرهان النظري مما أدى إلى أخطاء كثيرة في هذه القواعد .

3- الهندسة الإغريقية

إن العلم مدين لعلماء اليونان بالهندسة المستوية وسنرى أن كتاب الهندسة الذي وضعه العالم اليوناني إقليدس من أهم الكتب التي وضعت في هذا العلم وهو المرجع الوحيد الذي استقى منه علماء الغرب والشرق على السواء ولايزال منهلاً لعلماء الرياضيات والمشتغلين بهذا الفرع من فروع المعرفة الرياضية .

وأول قبس للعلم الهندسي ظهر في القرن السادس قبل الميلاد حيث ظهرت المدرسة الأيونية التي أنشأها تالس الذي استقى معلوماته من قدماء المصريين وكان له شرف إدخال دراسة الهندسة إلى بلاد اليونان .

3-1- المدرسة الأيونية

أنشأ هذه المدرسة اليوناني تالس والجدير بالذكر أن تالس كان قد رحل إلى بلاد مصر حيث اجتذب اهتمامه الأفكار الرياضية والفلكية الموجودة فيها فوقف بذلك على ما وصل إليه المصريون في علم الهندسة والفلك ثم عاد إلى بلاده مزوداً بمجموعة من الحقائق الهندسية ثم حورها ذه الحقائق الهندسية التي جلبها من بلاد مصر إلى تعبيرات صريحة مجردة خاضعة للبرهان وتالس هو أول من أدخل دراسة الهندسة إلى بلاد اليونان حيث قام بنقل هذا العلم من مرتبة العلم التطبيقي إلى علم مجرد يخضع للبرهان العلمي الدقيق .

وقد استفاد تالس من الحقائق في حل بعض المشكلات ومنها قياس ارتفاع بالواء بعد سفينة عن الشاطئ فيقال أنه قام بقياس ارتفاع الهرم إما على اعتبار أن نسبة ظل عصا شاقولية إلى ظل الهرم كنسبة طول العصا إلى ارتفاع الهرم حينما يكون ظل العصا مساوياً لطولها .

وبالإضافة إلى ذلك وضع عدة نظريات هندسية أهمها :

1- قطر الدائرة يقسمها إلى قسمين متساويين .

2- زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين متساويتان .

3- إذا تقاطع مستقيمان فالزاويتان المتقابلتان بالرأس متساويتان .

4- الزاوية المرسومة في نصف دائرة تكون قائمة .

5-تساوي المثلثين اللذين تساوى ضلع وزاويتان مجاورتان له في أحدهما مع نظائرهما في الثاني.

6- تناسب الأضلاع المتناظرة لمثلثين متشابهين .

والطرق التي اتبعها تالس في برهان هذه النظريات هي طرق عملية فقد كان يستعمل المحسوسات جنباً إلى جنب مع الأفكار النظرية ولذا فإن هندسة المدرسة الأيونية ليست هندسة نظرية وإنما هي مرحلة متوسطة بين الهندسة العملية والهندسة النظرية .

2-3- المدرسة الفيثاغورثية

أسسها العالم اليوناني فيثاغورث في 572 ق.م جنوب إيطاليا وكان فيثاغورث قد ذهب إلى مالطة حيث عرفه تالس وأدرك عبقريته وعلمه كل ما يعرفه ثم زار بعد ذلك فينيقيا وبعدها رحل إلى مصر التي تعد مهد العلوم وبقي فيها مدة اثني عشر عاماً يدرس الفلك والهندسة، وبعد أن غزا قمبيز مصر سنة 525 ق.م ذهب فيثاغورث مع قمبيز إلى بابل وأمضى هناك اثني عشر سنة أخرى يَدْرُسُ الحساب والموسيقى ثم عاد إلى بلاده وهو في الخامسة والستين من عمره حيث أسس المدرسة الفيثاغورثية وجعل أعضائها مرتبطين بها مدى الحياة وكانوا ينسبون كل كشف إلى مؤسس مدرستهم .

ويُعد فيثاغورث أول من جمع بين الحساب والهندسة تحت اسم واحد وقد اعتنت هذه المدرسة بالحساب عنايتها بالهندسة وكان لهذه المدرسة فضل كبير على الهندسة في الأمور التالية :

1- لم يكن واضحاً قبل هذه المدرسة أن البرهان يجب أن يُبنى على المسلمات وكان الفيثاغورثيون أول من أصرّ على ضرورة وضع البديهيات والمسلمات لأثم ترتيب البرهان بخطوات اسنتاجية مسببة عن طريق البديهيات والمسلمات .

2- إن ظهور نظرية فيثاغورث القائلة : إن مساحة المربع المنشأ على الوتر في المثلث القائم تساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين .

3- معرفة خواص المستقيمات المتوازية والاعتماد على هذه المعرفة في إثبات أن مجموع زوايا المثلث تساوي قائمتين ولذا استنتاج مجموع الزوايا الداخلية والخارجية لأي مضلع كثير الأضلاع أول المساتوي الحادث حول نقطة يمكن ملؤه تماماً بستة مثلثات متساوية الأضلاع أو أربعة مثلثات أو ثلاثة مسدسات منتظمة .

4-الاشتغال بهندسة المساحات كالبحث عن مساحة تكافئ مساحة معلومة كإيجاد مساحة مربع مساحته تكافئ مساحة متوازي أضلاع معلوم أو بشكل عام رسم شكل يكافئ شكلاً معلوماً أو يزيد عنه أو ينقص عنه بمقدار معلوم .

5-معرفة المجسمات المنتظمة حيث نجم عن المثلث المتساوي الأضلاع والمربع مجسمات منتظمة هي الهرم الثلاثي والمكعب .

6- معرفة الكميات الصم وخاصة حساب قطر المربع بدلالة ضلعه التي نشأت من دراسة المثلث القائم المتساوي الساقين وتوصلوا من ذلك إلى أنه لايمكن إيجاد عددين صحيحين مربع أحدهما ضعف مربع العدد الآخر أي أن $\sqrt{2}$ لايمكن أن يساوي ناتج قسمة عدد صحيح على عدد صحيح آخر .

7- استعمال الحروف للدلالة على النقاط الداخلة في الأشكال .

هذا ومن الفيثاغوريين الفيثاغوريين أرخيتاس وكان مهندساً مشهوراً بين قومه وهو أول من طبق الهندسة على الميكانيك وأول من عالج الموضوع الأخير بطريقة منظمة وقد برهن نظريات هندسية أهمها :

الضلع القائم في المثلث القائم وسط هندسي ما بين الوتر ومرتسمه على الوتر .

الارتفاع النازل على الوتر في المثلث القائم وسط هندسي ما بين الجزأين اللذين يحددهما على الوتر .

وواضح مما سبق كيف تقدمت الهندسة على أيدي الفيثاغورثيين في مستويين مستوى المعلومات الهندسية من حيث زيادتها وتنوعها ومستوى التفكير الهندسي حيث الاعتماد على المحسوسات في البرهان وأصبحت خطوات البرهان الهندسي نظرية بحتة .

3-3- المدرسة السفسطائية

كانت أثينا في سنة 480 ق.م مركزاً للتجارة والعلم وانتشرت بين المشتغلين بالعلم فيها المبادئ الفيثاغورثية وأطلق على المعلمين فيها اسم السفسطائيين أي الحكم على مدرستهم اسم المدرسة السفسطائية ومن أشهر علماء هذه المدرسة :

1) هيباس الأيلي : لسقراط المختار منحنياً يسمى المنحني التربيعي لاستخدامه في تقسيم الزاوية إلى أي عدد من الأقسام المتساوية .

2) أبقراط الخيوسي : الذي سبق إقليدس في كتابه الأصول والذي أثبت أن النسبة بين سطحي دائرتين كالنسبة بين مربعي قطريهما وقد توصل إلى طريقة لرسم دائرة تمر من رؤوس المثلث وعرف خواص المسدس .

3) ديموقريطس : الذي كتب عن تماس الدائرة والكرة ذكر أن :

$$\text{حجم الهرم أو المخروط} = \frac{1}{3} \text{ حجم الموشور (الأسطوانة)}$$

وذلك عندما تكون قاعدة الموشور تساوي قاعدة الهرم ويكون الارتفاع ان متساويين كما كتب عن المشكلات الهندسية الثلاث والجدير بالذكر أن المدرسة السفسطائية بذلت كثيراً من الجهود في حل ثلاث مسائل هندسية هي :

1- مسألة تثليث الزاوية : وغايتها تقسيم الزاوية إلى ثلاث أقسام متساوية بواسطة المسطرة غير المدرجة والفرجار ولاشك أن هذه المسألة تفرض نفسها بعد عملية تنصيف زاوية وقد حاول السفسطائيون حلها وأورثوها لمن بعدهم ومن أشهر هؤلاء هيباس الذي اخترع المنحني التربيعي لحل هذه المشكلة .

2- مسألة تضعيف المكعب ويطلق بالسفير تعمال المسطرة والفرجار لإنشاء ضلع مكعب حجمه ضعف حجم مكعب معلوم أو بعبارة أخرى البحث هندسياً عوقد نيقع ترّ[illegible] لهذه المسألة أبقراط الخيوسي وحاول حلها رياضيون كثيرون بعده ولكن جميع الحلول كانت مرفوضة لأنها لاتعتمد على استعمال المسطرة والفرجار .

3- مسألة تربيع الدائرة : ويطلب فيها رسم مربع يكافئ دائرة معلومة ومن تعرض لها من السفسطائيين أبقراط الخيوسي ولكنه لم يصل إلى نتيجة دقيقة وبقيت هذه المسألة حتى يومنا هذا دون حل صحيح .

3-4- المدرسة الأفلاطونية

ظهرت هذه المدرسة خلال القرن الرابع قبل الميلاد على يد الفيلسوف اليوناني أفلاطون الذي كان له فضل كبير في تقدم الرياضيات بما أظهره من حماسة شديدة لها .

وقد جعل أفلاطون دراسة الهندسة إعداداً ضرورياً لدراسة الفلسفة واهتم بالهندسة لا لاستخدامها في الحياة كما فعل قدماء المصريين بل لاعتبارها وسيلة ناجعة لتدريب العقل على التفكير الصحيح وقد تخرّج من المدرسة الأفلاطونية كثير من العلماء أشهرهم سبيناخس الذي كشف القطوع المخروطية وأرسطو .

ومن أهم أعمال هذه المدرسة اختراع التحليل كطريقة للبرهان وعنايتها بدراسة علم الحجوم وقد سميت المجسمات المنتظمة الأشكال الأفلاطونية والجدير بالذكر أن المدرسة الأفلاطونية لم تضف معلومات كثيرة إلى الرياضيات إلاّ أنها أدخلت تحسينات قيّمة على المنطق الرياضي وقد البرُهان الهندسي والسائد في عصرها فقد ألحّ أرسطو على ضرورة التمييز بين البديهية والمسلمة وبيّن أن البديهية هي قضية كلية بين جميع العلوم وهي واضحة من نفسها وضوحاً لايدع في النفس أي مجال لشكّ أما المسلمة كمسلمة إقليدس القائلة :" ن نقطة خارج عن مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد موازٍ لهذا المستقيم " .

فهي ليست نفسواضحة بيهة ليست عامة من أجل جميع العلوم بل خاصة بالهندسة وحدها وفرع من فروع الرياضيات ومثل هذه المسلمة

يضعها الرياضي ويفترض صحتها حتى يستطيع أن يبني عليها علماً متماسكاً يبدأ من المسلمات وينتهي بإحدى النظريات .

3-5- المدرسة الإسكندرية

عقب وفاة الإسكندر الكبير سنة 323 ق.م أسس بطليموس مدينة الإسكندرية واتخذها عاصمة لملكه واهتماماً منه بالعلوم والفلسفة والفنون بنى جامعة على قطعة ملاصقة لقصره وألحق بها مكتبة عظيمة وجمع لها العلماء من كل الأنحاء وافتتحها حوالي 300 ق.م. وسميت الجامعة الإسكندرية إلى مصر مكانتها المرموقة وجعلتها من جديد مركزاً رئيسياً للثقافة العالمية. وقد أسدت هذه الجامعة خدمة كبيرة لعلم الهندسة بإسنادها كرسي الهندسة إلى إقليدس الذي أشرف على تدريس هذه المادة فقد جمع إقليدس الحقائق الهندسية والبراهين المنطقيةالمعروفة في وقته في كتاب أسماه " **الأصول** "أوله وهو كتاب كامل من نوعه وقد ترجم إلى عدة لغات وانتشر في العالم كله وظل لعشرات القرون وإلى الآن المرجع الرئيسي لكتب الهندسة، وما الهندسة التي تدرّس الآن في المدارس الإعدادية والثانوية في مختلف مدارس العالم إلا هندسة إقليدس مع تعديل بسيط في الرموز وترتيب النظريات ونظام التمارين.

كتاب الأصول

يتألف هذا الكتاب من ثلاثة عشر باباً وقد بدأت بتعاريف للنقطة والمستقيم والمستوي ثم قسم المثلثات بالنسبة لزواياها وأضلاعها ثم عرّف قطر الدائرة وعقب ذلك مسلمات إقليدس ويلي هذه المسلمات البديهيات ثم المواضيع المختلفة الموزعة على أبواب الكتاب كما يلي :

1- تطابق المثلثات ، والمتوازيات ونظرية فيثاغورث .

2- بعض المتطابقات الشهيرة والبرهنة عليها والمساحات .

3 و 4- الدائرة والأشكال المرسومة داخل الدائرة وخارجها .

5- التناسب هندسياً .

6 و 7 و 8 و 9- تشابه المضلعات والحساب ونظرية الأعداد .

10و 11 و 12 و 13 – الكميات التي ليس لها مقياس مشترك والهندسة المجسمة .

وبرهان النظرية في كتاب الأصول كان يعتمد على ستة مراحل هي :

1- الفرض .

2- الإعداد للحل وذلك بذكر المعطيات مثل المستقيمات الخاصة والأشكال المعلومة معبراً عنها بالحروف للانتفاع بها في الحل .

3- بيان الشيء المطلوب إثباته أو عمله بدلالة المعلومات الخاصة .

4- العمل وهو الإضافات التي تزداد على الشكل الأصلي لتسهيل البرهان .
5- البرهان
6- النتيجة .

ومن أشهر علماء مدرسة الإسكندرية :

إقليدس عالم رياضيات عربي لجأ إلى مصر في القرن الثاني عشر إقليدس بن ناوقراطوس بن زينار كوس، المعروف باسم العالم في الهندسة، هو من علماء قديم الزمان يوناني الأصل ، ولد في صور وعاش في سوريا .."

أرخميدس يُعد من أعلام رياضيي عصره اشتهر باختراعاته الآلية فهو صاحب القاعدة المشهورة على الأجسام المغمورة والطافية في سائل والمعروفة بـ " قاعدة أرخميدس" ولكن كشوفه في الرياضيات المجردة فاقت اختراعاته الآلية ، ألّف كتاباً عن قياس مساحة الدائرة ووضع فيه ثلاث نظريات هامة :

1- مساحة الدائرة مساحة مثلث قائم الزاوية فيه المحيط ونصف القطر.

2- نسبة مساحة الدائرة إلى مربع قطرها = $\frac{11}{14}$ تقريباً .

3- النسبة التقريبية π تنحصر بين $3\frac{1}{7}$ و $3\frac{10}{71}$ وقد وصل إلى هذه الحقيقة الأخيرة بحساب طول محيط مضلع داخلي وآخر خارجي به 96ضلعاً متساوياً واعتبار المحيط الدائرة محصوراً بين محيطي هذين المضلعين وألّف كتاباً عن الكرة والأسطوانة وله كتاب يسمى "الطريقة "يبحث فيه بالقطوع الدورانية وكشف منحنياً يسمى الآن حلزون أرخميدس .

أبولونيوس ألّف كتاباً في القطوع المخروطية وعالج مسائل مختلفة في الهندسة المستوية وكتب في المجالات الهندسية كتاباً في ثلاثة أجزاء وينسب إليه مسألة تضعيف المكعب .

هيرون عاش في الاسكندرية في القرن الثالث الميلادي وأحاط بكل علوم زمانه من رياضيات وفيزياء وأشهر ما وصل إلينا من اكتشافاته الرياضية القانون الذي نحسب به مساحة مثلث علمت أطوال أضلاعه وهو :

مساحة المثلث $= \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$

حيث P نصف المحيط ، أما a,b,c أضلاعه الثلاث .

بابوس :من رياضي القرن الثالث الميلادي، ألّف كتاباً سمّاه المجموعة اسد تعرض فيه المؤلفات التي وضعها إقليدس وأبولونيوس وأرخميدس وكتابه هذا يعتبر أعظم مرجع لتاريخ الرياضيات .

هيباتيا :عالمة رياضيات مدنسة الاسكندرية واشتهرت بكتابها في القطوع المخروطية ويقال أنها قتلت بسبب اضطهادات دينية وسياسية قضت على جامعة الاسكندرية .

4- مبادئ علم الهندسة الإقليدية

يمكن الاعتقاد بأن إقليدس كان من أتباع أفلاطون وأرسطو .وأفلاطون، كما ذكر، كان يطالب ببناء علم الرياضيات اعتماداً على الاستنتاجات في الأساس تقوم البديهيات ، وهي الحالات الأساسية التي لاتحتاج إلى برهان، وما يتبع ذلك يجب أن يستنتج منطقياً من هذه البديهيات ، ودون حرج . وهذا هو المثل الذي حاول إقليدس تطبيقه حاول لأن جميع بديهياته تعتبر غير مرضية من وجهة النظر المعاصرة .

لكن من السهل قول ذلك الآن بعد مرور قرناً من الأبحاث ، بينما كان منطق إقليدس – قد ترك أثراً كبيراً في زمانه .

بدأت محاولات وصف علم الهندسة على أساس طريقة البديهيات قبل إقليدس،كانت محاولات لابأس بها إلا أنه يمكن القول بثقة إن عمل إقليدس كان أكثر تلك المحاولات توفيقاً والشاهد على ذلك اتساع شهرة كتابه في العالم القديم ووصوله إلى أيامنا هذه .

تشمل بديهيات الهندسة المستوية لإقليدس على ستة مفاهيم أساسية هي الصور الأساسية الثلاث (النقطة والمستقيم والمستوي) والعلاقات الأساسية الثلاث (التبعية "الوقوع" و "تقع بين" (للنقاط) والحركة أو الموضع" .

أ – بديهيات الاتصال (الاقتران) :

1- لايمكن أن يوصّل بين نقطتين سوى مستقيم واحد فقط .
2- يحتوي كل مستقيم على نقطتين على الأقل .
3- توجد ثلاث نقاط على الأقل غير موجودة على مستقيم واحد .

ب – بديهيات الانتظام (الترتيب) :

هناك نقطة واحدة فقط من بين ثلاث نقاط لمستقيم واحد تقع بين النقطتين الأخريين .

2- إذا كانت A و B نقطتين مختلفتين من مستقيم ، فإنه توجد نقطة واحدة C على الأقل تقع بين A و B .

3- إذا قطع مستقيم أحد أضلاع مثلث (أي إحدى نقاطه تقع بين رأسين ، فإنه) إما أن يمر عبر رأس الزاوية المقابلة، وإما أن يقطع ضلعاً آخر من أضلاع المثلث.

وباستخدام بديهيات الانتظام يمكن تحديد مفاهيم هامة جداً بالنسبة للمستقبل. وهي مفاهيم "جزء المستقيم" و "نصف المستقيم" (أو الشعاع) و "الزاوية" .

ج – بديهيات الحركة :

في أي تحويل لمعلوم للحركة (زلة به تد) ر أي نقطة A ، للمستوي المحوّل، إلى نقطة محددة 'A .

عند 2د التحويل لمعلوم للحركة Dتنتقل نقطة 'A ما من المستوي المذكور إلى أي نقطة A .

3عند التحويل المعلوم للحركة Dتنتقل النقطتان المختلفتان A و B إلى نقطتين مختلفتين 'A و 'B .

إن التنفيذ الصارم لأي تحويلين للحركة D_2 به D_1 أيضاً تغيّر في الحركة. وسنرمز له بـ $D_2 . D_1$.

5يكون لكل حركة D حركة معاكسة لها D^{-1} بحيث تكون المحصلة حركة D تترك جميع نقاط المستوي في مكانها، أي ما يسمى بالتحويل المتطابق .

ويتضح من البديهية (أ) التحويل المتطابق (الذي يمكن) أن يعتبر حالة خاصة من تحويل الحركة .

6- إذا ما كانت الحركة تحول طرفي جزء المستقيم AB إلى طرفي جزء المستقيم 'A'B، فإن أي نقطة داخلية في جزء المستقيم AB تنتقل عندئذ إلى نقطة داخلية من جزء المستقيم 'A'B .

7- إذا كانت ثلاث نقاط A , B , C في شكل ما ، لاتقع على مستقيم واحد ، فيمكننا نقل هذا الشكل بحيث يكون :

أ – النقطة A تنطبق على أي نقطة 'A معطاة مسبقاً في المستوي .

ب – الشعاع AB ينطبق على أي شعاع آخر رمه 'A'B على مسبقاً وممتداً من النقطة 'A.

ج – النقطة C تنطبق على نقطة ما في أي شبه مستوي يُشار إليه مسبقاً ويستند على الشعاع 'A'B (أشباه المستويات هذه هو بالطبع 2) .بعد ذلك تستحيل مواصلة حركة الشكل .

8-توجد حركات تنقل جزء المستقيم AB إلى BA، والزاوية AOB إلى الزاوية BOA .

فهذه البديهيات الثماني تحدد جميع صفات الحركة . أما مفهوم المساواة، أو بتعبير علمي دقيق تطابق الأشكال، فإنه يكمن في التالي :

" يسمى الشكل S مساوياً للشكل 'S إذا أمكن بواسطة الحركة مطابقته مع الشكل 'S " . وبذلك يمكننا بسهولة إثبات النظريات التالية :

1- الشكل S يساوي نفسه .

2- إذا كان S يساوي 'S ، فإن 'S يساوي S .

3- إذا كان S يساوي 'S و 'S يساوي "S ، فإن S يساوي "S . وبذلك ، فإن بديهيات الهندسة المستوية تكون منتهية تماماً .

د – بديهية الاستمرارية :

إذا ما جرى تقسيم جميع نقاط المستقيم إلى مرتبتين أولى وثانية ،بحيث أن أي نقطة من المرتبة الثانية تقع إلى يمين أي نقطة من المرتبة الأولى، فإما أنه توجد في المرتبة الأولى النقطة الواقعة إلى أقصى اليمين، وعندئذ لاتوجد في المرتبة الثانية نقطة واقعة في أقصى اليسار ، أو على العكس من ذلك ، تقع في المرتبة الثانية النقطة الموجودة في أقصى اليسار ، وعندئذ لاتوجد في المرتبة الأولى نقطة واقعة في أقصى اليمين .

فهذه البديهية تعنى أنه لاتوجد في المستقيم فجوات أو "مناطق فراغ" .

هـ - بديهية المتوازيات :

يمكن رسم مستقيم واحد ، وفقط واحد ، لايتقاطع مع المستقيم A ويمر عبر أي نقطة غير واقعة على هذا المستقيم .

لم يتمكن مؤرخو الرياضيات حتى الآن من الاتفاق نهائياً حول كيفية تفريق إقليدس بين البديهيات والمسلمات . فالبديهيات كانت بالنسبة لإقليدس حقائق تتعلق بجميع الأشياء (وليس الهندسية فقط) بالمسلمات فهي بديهيات هندسية بحتة وعددها خمس مسلّمات :

" يجب المطالبة " :

1- بأن يُمدّ خط مستقيم من كل نقطة إلى أي نقطة أخرى .

2- أنه يمكن مدّ أي مستقيم محدد إلى ما لانهاية .

3- أنه يمكن أن تُرسم من أي نقطة، كمركز ، دائرة لها نصف قطر .

4- أن تكون جميع الزوايا القائمة متساوية فيما بينها .

فالفيهمالوقت الحاضر أن المسلمات الأربع بسيطة للغاية من حيث المحتوىوقد افترض إقليدس فيها حقائق طبيعية ومفهومة لاتنفصل عن إدراكنا وحدسنا... بعد ذلك تأتي المسلّمة الخامسة .

المسلّمة الخامسة :

تنص المسلّمة الخامسة على ما يلي :

إذا "ما قطع مستقيم مستقيمين في مستوى واحد، وكان مجموع الزاويتين الداخليتين في جانب واحد أقل من 180، فإن هذين المستقيمين يلتقيان، منهما لما فيه الكفاية، من الجانب الذي يكون فيه هذا المجموع أقل من 180 " .

إن هذه المسلّمة تختلف عن غيرها بشكل جذري. فهي تبدو وكأنها نظرية ، وليست نظرية بسيطة للغاية، لكنها غريبة جداً بالمقارنة مع الأدلة، فإن صياغة المسلّمة الخامسة جرت عن قصد بصورة معقدة للغاية وفي ذلك تكمن العبقرية العظيمة لإقليدس. إقليدس صيغ أكثر تعقيداً من بين جميع الصيغ الممكنة للمسلّمة الخامسة فما هو السبب الذي دفعه إلى ذلك لنبحث في كيفية بناء إقليدس لعلم الهندسة .

لقد برهن إقليدس النظريات بعد البديهيات والمسلّمات ، وبرهن النظريات الثماني والعشرين الأولى دون أن يتعرض للمسلّمة الخامسة . فهي غير ضرورية لها، ولاعلاقة لهذه النظريات الـ 28 بالمسلّمة الخامسة، لأنها – كما يقال –تتعلق بالهندسة المطلقة. النظرية الثامنة والعشرين نظرية واحدة تتعلق بالزاوية الخارجية للمثلث، وقد أعطاها إقليدس الرقم 16أما النظرية الـ 27و الـ 28 فإنهما تتضمنان ما يسمى بـ "النظرية المباشرة" للخطوط المتوازية .

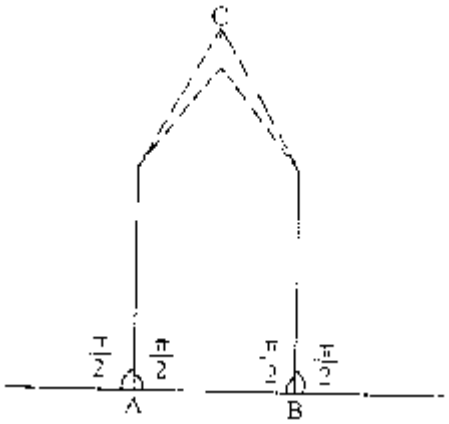
ثمة نهج كثير الانتشار في علم الهندسة وهو طريقة " الإثبات من النقيض" أو ما يسمى بطريقة الإثبات غير المباشر . ولذلك نورد المثال التالي ونقوم بإثباته :

لنفرض أنه أقيم على مستقيم خطان متعامدان فهذا يحتم الآن اثنان فقط هما إما أن يتقاطع المستقيمان في نقطة مثل النقطة C وإما ألا يلتقيا أبداً . فلنبرهن على أن النظرية الثانية صحيحة، ونقوم بالبرهان في إثبات العكس .

لنفرض ، أنه على سبيل التنفيذ الاقتراح الأول : أي أن المستقيمين المتعامدين يتقاطعان عند نقطة ما C ولتكن النقطة C هي رأس المثلث ABC وبما أن زاوية B الخارجية تساوي زاوية A الداخلية. وبالطبع فإن زاوية A الخارجية تساوي زاوية B الداخلية .

ولكن ثمة نظريتان (نفترض الآن أنهما صحيحتان) تقول : إن الزاوية الخارجية للمثلث تكون دائماً أكبر من أي زاوية داخلية، غير مجاورة لها " .

فالمثلث المذكور يحقق النظريتين، وبالتالي لايمكن أن يوجد مثل هذا المثلث . إذن، فقد أخطأنا في أحد الأمور .



وإذا اختبرنا صحة هذا الاستنتاج فإننا نجد كل شيء صحيحاً ، أي أننا ارتكبنا الخطأ منذ البداية عندما افترضنا بأن المستقيمين المتعامدين يتقاطعان – وقد سمّى إقليدس المستقيمات غير المتقاطعة بالمتوازية وسنستخدم هذا التعبير .

لقد اعتمدنا في إيجاد البرهان على نظرية الزاوية الخارجية للمثلث ، وهي مهمة للقصة المتعلقة بالمسلّمة الخامسة .

وقد أخذ إقليدس عكس النظرية حول الخطوط المتوازية باعتبارها المسلّمة الخامسة، وإذا وحّدنا النظرية المباشرة عن الخطوط المتوازية والمسلّمة الخامسة بشكلها الذي وضعه إقليدس ، فنحصل فوراً على ما يلي :

الصيغة الجديدة للمسلّمة الخامسة : لايمكن أن نمد عبر النقطة C، الواقعة خارج المستقيم AB في المستوي ABC، إلاّ مستقيماً واحداً لايتقاطع مع المستقيم AB .

تنسب هذه الصيغة إلى العالم الرياضي الإنكليزي بليفير ، وهي تبدو أكثر طبيعية وجاذبية من مسلّمة إقليدس .

ويمكن القول عموماً إن هذه النظرية (المسلّمة الخامسة) عديمة الفائدة وغير عملية، ولايبرر وجودها سوى كونها تفترض نظرية أخرى هي هامة حقاً : تكون المسلّمة الخامسة صحيحة إذا كان مجموع زوايا المثلث يساوي π .

لقد حاول إقليدس ، وأسلافه بلا شك ، وضع المسلّمة الخامسة في إطار النظرية –أي إثباتها ، دون إيراد أي افتراضات أخرى، ويمكن القول باعتبار الوضع المتميز جداً، الذي تحتله المسلّمة الخامسة في "المبادئ"، وكذلك النظريات اللاحقة الصعبة التي سبقتها ، القول بثقة إن هذه المشكلة كانت تقلق إقليدس وقد أولاها اهتماماً خاصاً.

فإذا ما تذكرنا أن المسلّمة الخامسة، بالشكل الذي يوردها فيه إقليدس ، هي تحدٍ يقارب الاستهانة بكل مطالب أفلاطون وأرسطو .

وإذا ما تذكرنا أن إقليدس كان عالم هندسة حاذق ...

فإنه يبدو أن إقليدس كان قد وجد عدة صيغ مكافئة أثناء محاولاته الدؤوبة لإثبات المسلمة الخامسة – صيغ بسيطة وواضحة .

كان إقليدس يدرك بوضوح أنه لايمكن إثبات المسلمة دون استخدام افتراض مكافئ من جهة ، ومن جهة أخرى لم يوجد شكل مكافئ للمسلّمة الخامسة يستجيب، حسب ذوقه، لمطلب الوضوح.وبدا كما لو أن إقليدس يدفع زملاءه عن قصد ، قائلاً : لاتعذّبوا أنفسكم بالآمال، ولاتبحثوا عن متنفس في مكافئات مسلّمتي الأكثر تقبلاً ، ولاتحاولوا إخفاء العيوب ، فإنكم لن تبلغوا ، رغم كل شيء، ذلك الوضوح المرجو من البديهيات . وليست هذه المسلّمة إلاّ "عكس نظرية الخطوط المستقيمة المتوازية"لكن إثباتها بمساعدة المسلّمات الأخرى، وإلاّ فسيتم القضاء على جمال علم الهندسة وانسجامه. لقد عجزت عن وضع هذه المسلّمة في إطار النظرية. فحاولوا أنتم ذلك .

كان تأثير إقليدس كبيراً عبر القرون.فأبرز علماء الرياضيات في عصر النهضة كاردانو Cardano (1506-1567) كتب حول كتاب "مبادئ علم الهندسة " يقول :

" إن قوة أحكامه لاتقبل الجدل، وكمالها ثابت إلى درجة أنه ما من مؤلّف آخر يمكن مقارنته ، بحق ، مع هذا الكتاب .ونتيجة لذلك ، ينعكس في "**الأصول**" ضوء من الحقيقة لايمكن فيه ، كما يبدو ، أن يدرك الحق من الباطل في مشاكل الهندسة المعقدة، إلاّ من استوعب إقليدس " .

5- الهندسة عند العرب :

بعد أن أصبحت الاسكندرية مسرحاً للخلافات الدينية نزح منها العلماء وتوجه عدد كبير منهم إلى الشرق الذي نعم بعزلة ن قليحضارة جديدة بعثها العرب عندما خرجوا من جزيرتهم يصدعون بتعاليم الإسلام وقد احتفظ العرب بما أمكن إنقاذه من كتاب إقليس وبطليموس وأبولونيوس وأرخميدس وهيرون وغيرهم وبدؤوا بترجمتها منذ عهد هارون الرشيد واتصلوا بالهنود أيام عثمان بن عفان وأثناء فتح الحجاج للسند وكان الهنود على علم ببعض القضايا الهندسية مثل رسم مضلع منتظم داخل دائرة وكيفية ينتقلون من هذا المضلع إلى رسم مضلع آخر داخل الدائرة أضلاعه ضعف عدد أضلاع المضلع الأول وبحثوا في العلاقة بين طولي المضلع الأول والأخير فعرفوا المسدس ووصلوا منه إلى ذي الاثني عشر ضلعاً واستمروا في تضعيف الأضلاع حتى وصلوا إلى المضلع ذي 384 ضلعاً وكانوا ينسبون في كل مرة طول المحيط إلى قطر الدائرة.وتوصلوا من ذلك إلى قيمة تقريبية أعطى بها هذه النسبة القيمة 3.1416 وبحركة الترجمة إلى العربية التي تناولت التراثين الهندي واليوناني في الهندسة بدأ العرب يؤلفون بالعربية مؤلفات جديدة تتضمن بعض ما ترجموه مضافاً إليه كثير من الأبحاث التي ابتكرتها قرائحهم المبدعة .

2-لقد لعب علماء الحقبة العربية دوراً مهماً في بلورة ودراسة مجالات عديدة من علم الهندسة، يقول بوريس روزنفيلد وأدولف يوشكيفيتش في هذا المجال : " تعود الآثار الهندسية الأولى المكتوبة بالعربية إلى أواخر القرن الثامن وأوائل القرن التاسع، وهي العربية التي اعتمدها، بشكل عام، علماء البلاد الإسلامية منذ انطلاقتهم، كانت أداة التعبير في علم الهندسة وهذه الكتابات تؤكد بشكل واضح أن التقاليد القديمة الإغريقية والهلينستي والتقليد الهندي الذي اتبع أيضاً وجزئياً التقليد الإغريقي أثرت بشكل مهم في الهندسة وفي فروع رياضية أخرى كما في العلوم الدقيقة بشكل عام.وعلى الرغم من أهمية هذا التأثير فإن الهندسة العربية اكتسبت، ومنذ المراحل الأولى لنموها، خصائصها المميزة التي تتعلق بموقعها في منظومة العلوم الرياضية، وبترابطها مع سائر فروع الرياضيات على الأخص مع الجبر وبتفسيرها للمسائل المعروفة وبطرحها للمسائل الجديدة كلياً . فبدمجهم لعناصر الإرث الإغريقي وباستيعابهم لمعارف أمم أخرى أرسى العلماء العرب أسس توجهات جديدة للأفكار الهندسية وأغنوا، بفكرهم الخاص، المفاهيم التي اعتمدوها، فإذا بهم يخلقون نوعاً جديداً من الهندسة ومن الرياضيات عامة " .

تناولت نشاطات الرياضيين العرب في علم الهندسة جميع مجالات هذا العلم، التي يمكن تقسيمها إلى فصول التاليأسة بس الهندسة ، نظرية المتوازيات ، الطرق الجبرية في علم الهندسة الهندسة الجبرية) الحسابات الهندسيالبناءات الهندسية، التحويلات الهندسية، الإسقاطات الهندسية، الهندسة الكروية.وذلك عدا مجالي علم المثلثات وحساب اللامتناهية في الصغر ، حيث تستعمل الطرق الهندسية أيضاً.شهد هذان العلمان تطوراً كبيراً في الفترة العربية .

اعتمد العرب في الهندسة الأقليدسية على الأصول التي وضعها فيثاغورس وإقليدس وأبولونيوس، فتدارسوها واستوعبوها بعد أن نقلوها إلى لغتهم وتوسعوا في بعض نواحيها وابتكروا التمارين العويصة وتفننوا في إيجاد الحلول لها .

وللإنصاف نقول العرب لم يبلغوا في الهندسة ذلك المستوى العظيم الذي وصلوا إليه في الحساب والجبر والطب والكيمياء وعلم المثلثات مثلاً .لقد خرجت الهندسة من أيدي اليونان علماً ناضجاً مكتملاً لايترك زيادة لمستزيد فقد اكتشفوا مبادئ الهندسة ذات الأبعاد الثلاثة، واستوفوا نظرياتها ، ووضعوا أصولها، ووصلوا بها إلى تمام غايتها . كيف لا وتلك الهندسة هي أحد أمجاد اليونان ووجه واحد فقط من وجوه عبقريتهم الفذة. لم يكن مجال الابتكار أمام الشعوب التي عقبتهم فسيحاً واسعاً بالقياس إلى الحقول الأخرى التي لم يرتدها اليونان ، فكانوا دون المستوى المطلوب فيها.

ولئن وقف العرب كغيرهم من سائر خلق الله عاجزين عن تطوير الهندسة اليونانية للأسباب التي ذكرنا ، فقد استعاضوا عن ذلك بالشروح المستفيضة والإضافية والتحليلات الجمة ورسم المضلعات المنتظمة وربطها بمعادلات جبرية، وتطبيق الهندسة على المنطق و ..إلخ ولعل أعظم خدمة أدّاها العرب للهندسة اليونانية أنهم حفظوها من الضياع ، واهتموا بها حينما أهملها غيرهم بأخذ الأوروبيون الهندسة اليونانية عن العرب أولاً لا عن اليونان فنقلوها إلى اللاتينية وظلوا يتدارسونها كما عرفوها من العرب حتى أواخر القرن السادس عشر .

4ولما كان العرب شعباً عملياً دون أن يفقدوا مواهبهم النظرية فقد أبدوا اهتماماً شديداً بالنواحي العملية والتطبيقية من الهندسة فقسموا الهندسة قسمين : عقلية وحسية.

أ - **الهندسة العقلية**: أحد أغراض الحكماء الراسخين في العلوم الإلهية المرتاضين بالرياضيات لقلوبهم فيه المثابة فهي فرع من فروع الفلسفة النظرية ومحراب من محاريبها ، من تجرّد لها بالعلم والفطانة نقلته من المحسوسات إلى المعقولات، وارتقت به من الأمور الجسمانية إلى البرازخ الروحانية . من اشتغل بها عزّ ، ومن انصرف عنها ذلّ .

ب - **الهندسة الحسية**: فيؤدي النظر فيها إلى الحذق في الصنائع كلها وخاصة في المساحة والبنوا إذا كان إنجاز العرب ضئيلاً محدوداً في الهندسة النظرية فقد كان كبيراً جداً في الهندسة العقلية أو الحسية فقد طبقوا النظريات الهندسية اليونانية على أعمال مفيدة ، فأخرجوها من نطاقها العقلي البحت إلى النطاق الحسي العملي وإن كل من يلقي نظرة على المساجد والقصور وعلى غيرها من الآثار العربية الباقية يجد أنها إنما نُسجت على غير مثال، وإن الإبداع فيها ظاهر محسوس لاينكره إلاّ مكابر وهاهي ذي المباني الأندلسية التي لايزال بعضها قائماً حتى الآن، إنها قمة الهندسة المعمارية ومعجزة من معجزات البناء وأهم سماتها الروعة والدقة والضخامة لقد قُدَّ العرب من معدن الشعر ، وأيُّ شاعر لاينطوي على فنان وإلاّ فكيف نفسر رائعتك القصور البديعة التي تأخذ بالأبصار كأنما هي تضاريس من الرخام المرصع بالذهب والأحجار الثمينة؟ وقد أفرغ ذلك كله في قالب متجانس متناسب بحيث ينطق بقوة الإبداع العربي، ويشهد بعظمة الذوق العربي، وأعجوبة الفكر العربي .

وإذا رأيت ثَمَّ رأيت نعيماً وملكاً كبيراً (*) فكأنك من يزور قرطبة واشبيلية وغرناطة والقيروان والقاهرة ودمشق وبغداد وإسطنبول وأصفهان وأغرا ودلهي

(*) سورة الإنسان (20)

وغيرها من الحواضر التي وصل إليها العرب ويطلع على ما تبقى من كنوزها ، لايسعه إلاّ أن يقف مشدوهاً أمام هذه الآثار رغم ما تناوشها من أحداث ، وما عبث بها من أيدٍ ، وما عانت من تعصب وإهمال ومرور السنين الطوال. هناك يدرك إدراكاً وقيقاً كل وصف عظمة القوم وأصالتهم ورسوخ قدمهم ، ومن إيماناً وطيداً أن الذين صنعوا هذه المعجزات كانوا أفذاذاً في عقولهم وقلوبهم ومشاعرهم .

لقد تلقى الفنان بالهندسة عند العرب ، وامتزج المعماري بريشة المصور، فأخرجوا لنا روائع البناء. وقد تجلّى في شمنآتهم العمرانية حبهم للزخرف والنقوش واللطف والزينة، وتفننهم في هندسة القباب والسقوف ، والمعرشات من الأشجار والأزهار، مما أضفى على مساجدهم وقصورهم بهجة لايبلى على الدهر عبيره ا، ولايزيدها الزمان إلاّ تجدداً ، كأن أبنيتهم ومصانعهم ثياب من ثياب الشرق تفنن حائكها في نقشها ورقشها كما قال أحد العارفين من الفرنجة. لهم بذلك النقوش والزخرفات البديعة، التي ما نزال نراها في آثارهم الحجرية والرخامية والخشبية والمعدنية وغيرها، وكذلك الرسوم الرائعة فيما تبقى من الفسيفساء التي زينوا بها جدران الجوامع الكبرى ومحاريبها وأسقفها ومبانيها ونوافذها ، والعدد الكبير من الأعمدة التي تنصب فيها.

أجل لقد استطاع العرب أن يُبدعوا إبداعات رائعة في هندسة البناء . إن الإبداع الحقيقي في أمة من الأمم إنما يُقاس بالسرعة التي بها تُحوِّل ما بين يديها من مواد وأشياء فتجعلها وفق حاجاتها نسقاً جديداً بما من شعب فاق العرب في هذا الباب فقد كانت سواري المعابد القديمة التي وصلت إلى أيديهم ، من القِصر بحيث لاتتناسب مع عظمة الأبنية واتساعها، فقاموا هم ينشئون القواعد في أسفلها ويغطونها بقناطر وُضِعت على غاية من الحذق والمهارة، وكان أمرهم ذلك في كثير من المنشآت التي انتقلت إليهم من الشعوب الأخرى، وبذلك استحالت المواد الأصلية التي بين أيديهم إلى أشكال وأنماط بلغ من جدتها أنه يتعذر في كثير من الأحيان تعرف مصدرها، خلافاً لما كان من أمر الشعوب التي ورثت مُلك العرب من بعدهم فقد رأت هذه الشعوب –أو أكثرها –إنجازات قديمة سبقت العرب ، فما استطاعوا تكييفها من جديد والتصرف فيها، وظل التقليد بادياً في أصولها وفروعها .

هذا، ولايزال علماء الغرب إلى اليوم يدرسون أصول البناء عند العرب ويعجبون بما نقشوه فيها من النقوش وماعمدوا إليه من الزينة المشفوعة بالمتانة والروعة والخلود ..وإن قصر الحمراء وجنة العريف في غرناطة هي من آخر ما خلّفه العرب من ذلك المجد والقوة تلي أثر عدد من مباني أوروبا بفن العمارة الأندلسي، وأخذ الأوروبيون من العرب تفاصيل الزينة والنقوش والرسوم

، كما وُجدت على بعض الزخارف العربية منحوتة في الحجر ، وأكاليل على بعض الحصون تشبه الطراز العربي. وإن كثيراً من كنائس فرنسا قد تأثرت بالهندسة العربية، ولاسيما في المدن التي كانت لها علائق كثيرة مع الشرق. في ذلك ، حتى إن كنيسة نوتردام دي باري المشهورة في باريس عمل فيها مهندسون من العرب.

نظرية المتوازيات

1- من بين المسائل العامة في الهندسة تركّز العلماء العرب اهتمامهم الخاص على نظرية المتوازيات . وكانت بديهية المتوازيات ، عند إقليدس ومفادها إذا سقط مستقيم فوق مستقيمين آخرين على نفس السطح وشكل معها زوايا داخلية واقعة من نفس الجهة، وكان مجموعها أقل من زاويتين قائمتين ، فإن هذين الخطين ، بعد تطويلهما بشكل كافٍ ، يتلاقيان من الجهة حيث يكون هذا المجموع أقل من زاويتين قائمتين. هذه البديهية كانت موضوع دراسات خاصة عند اليونانيين. وكان العديد من هؤلاء العلماء يفترضون بأن التأكيد المستمر على هذه البديهية هو قاعدة يمكن تبنّيها بواسطة بديهيات أخرى وبواسطة مسلمات من كتاب **"الأصول"** لإقليدس .

2- أول مؤلف عربي يتعلق به هذه المسألة قد كتب من قبل الجوهري ، وهو مساعد للخوارزمي تكلم الجوهري على فرضية منية، معادلة للبديهية التي يجب إثباتها: أعطى تقاطع خطين مستقيمين مع مستقيم ثالث زوايا متتالية داخلية متساوية، فإن الحال يكون كذلك عندما يُقطع هذان الخطان بخط ثالث مطلق. وبيّن الجوهري ، أثناء تحليله ، الطرح التالي: عبر مطلق نقطة داخلية في زاويةٍ ما معينة، يمكن جرّ خط يقطع ضلعي الزاوية. وارتكز أحد التبيينات لبديهية المتوازيين التي قال بها آ . م .لجندر (A..M.Legendre) على القبول الضمني بهذا الحكم .

وأدخل ابن الهيثم في نظريته حول المتوازيات ، فكرة " الحركة البسيطة " أي حركة الانتقال المتجانس على طول خط مستقيم ، لقاطع عمودي وقد حاول بين أنه عندما ينزلق أحد طرفي هذا القاطع على طول مستقيم معين فإن طرف القاطع ، الآخر يرسم عندها مستقيماً. من البديهي أن التأكيد ، (الواقع القبول) أن التباعد الثابت المرسوم شبيه ومساوٍ للمستقيم المعين ، يساوي أيضاً بديهية إقليدس . وعلى كل بدت بعض تحليلات العالم المصري رائعة . فابن الهيثم يرسم ، بهذا الشأن رباعي أضلاع ذا 3 زوايا قائمة ، ثم طرح 3فرضيات متعلقة بالزاوية الـ 4 ، التي يمكن أن تفترض حادة أو منفرجة أو مستقيمة وبعد دحض الحالتين الأوليين ، بيّن وجود المستطيل، ومن هنا نستنتج بسهولة بديهية إقليدس .

ومثل هذا المضلع الرباعي، ونفس الفرضيات قد درست بشكل مختلف في القرن 18 من قبل ج.هـ. لمبير (J.H.Lambert) .

انتقد عمر الخيام تبيين ابن الهيثم الذي يرى ، مثل أرسطو أن إدخال الحركة في الهندسة كان غير مقبول ويقوم تبيينه هو على مبدأ يراه أبسط من بديهية إقليدس المتوجهان إلى نقطة واحدة يلتقيان، ومن المستحيل أن ينفرج هذان الخطان باتجاه تلاقيهما.وفي تبيينات الخيام يعطى الدور الأساسي إلى مضلع رباعي فيه ضلعان متساويان متعامدان على قاعدته وتكون الزوايا المتجاورة عند الضلع الرابع متساوية فيما بينها ، وعلى غرار ابن الهيثم ، يناقش الخيام فيما بعد الفرضيات الثلاث الممكنة والمتعلقة بقيمة هذه الزوايا بعد دحض فرضيات الزاويتين الحادة والمنفرجة، انتهى أيضاً إلى القول بوجود مستطيل ، ..الخ .

"وقد أثر كتاب الخيام وعنوانه "شروحات على الصعوبات في مداخيل كتاب إقليدس الأعمدس المتعلقة بنظرية المتوازيات عند نصير الدين الطوسي" .

وفي عرضه لإقليدس اقترح الطوسي تبييناً مرتكزاً على البديهية التالية : إذا كان مستقيمان فوق نفس السطح يتفارقان في اتجاه ما فإنهما لايلتقيان في هذا الاتجاه إذا لم يقطع أحدهما الآخر وأيضاً ينظر في المضلع الرباعي الخيامي وفي الفرضيات الثلاثة المتوافقة . وبدون أن نتوقف عند شكل آخر من تبيين الطوسي، نشير إلى أنه في النصف الأول من القرن 18 قام هذا الرباعي الرياضي الإيطالي جاندي ري (G.Saccheri) باعتباره أسلوباً حول نظرية المتوازيات .

وإنه بعيد دون تمام أن نذكر كل الرياضيين الذين اهتموا بنظرية المتوازيات خلال الحقبة الممتدة من القرن 9 وحتى القرن 14 ومن البديهي أن الرياضيين العرب قلّما فكّروا بابتكار هندسة غير إقليدية بل كانوا يهدفون فقط إلى استخراج بديهية إقليدس حول المتوازيات من مبادئ كانوا يعتبرونها أكثر ثباتاً ولكنهم بعملهم هذا توصلوا إلى عدة اكتشافات رائعة فلقد أثبتوا التبعية المزدوجة التماثل (Biunivoque) الوحيدة بين هذه البديهية ومجموع الزوايا داخل الرباعي، وبالتالي داخل المثلث. وقد أثبتوا المساواة المنطقية بين عدة أحكام في نظرية المتوازيات والتكافؤ. يدحضوا فرضية الزاويتين الحادة والمنفرجة، أسلوب الرد إلى المحال أو البطلان .. الخ .والواقع أن بعض قواعد الخيام تدخل في نطاق الأحكام الأولى من الهندسة غير الإقليدية .

وعرفت البحوث حول نظرية المتوازيات التي قال بها الطوسي في أوروبا خلال القرن السابع عشر ، وبخاصة من قبل "والليس" (Wallis) وقد لعبت هذه

لبحـ وث دوراً مهمـ اً فـ ي إعـ داد أحـ د أهـ م الاكتشـ افات فـ ي الرياضـ يات فـ ي الأزمنـ ة الحديثة وهو اكتشاف الأنظمة الهندسة الإقليدية .

ومن أهم الأعمال التي قدّمها العرب:

ترجمة كتاب إقليدس: سمّي كتاب الأصول أو كتاب الأركـ ان ولـ ه عـ دةترجمـ ات مختلفـ ة بـ اختلاف المتـ رجمين ينهـ لنقـ حق وثابـ ت بـ ن قـ رة ويوسـ ف بـ ن الحجاج وبعد ترجمة كتـ اب إقليـ دس قـ ام العـ رب بتـ دارس هـ ذا الكتـ اب ووضـ عوا لـ ه صـ ات متنوعـ ة كمـ ا فعـ ل ابـ ن سـ ينا فـ ي تعـ اليم الشـ فاء وابـ ن الصـ لت فـ ي كتـ اب صـ ار كمـ ا ألّـ الع العـ رب كتبـ اً كثيـ رة علـ ى نسـ قه أدخلـ وا فيهـ ا قضـ ايا جديـ دة لـ م يعرفها القدماء ومن هذه الكتب :

كتاب ابن الهيثم : وضع ابن الهيثم كتابـ اً ن اعتبـ اره واسـ طة بـ ين كتـ اب إقليـ دس وكتاب ابولونيوس "في المحلات الهندسية"ويعترف ابن القفطي بفضل ابن الهيـ ثم في الهندسة فيقول:إنه صاحب التصانيف والتأليف في علم الهندسة كان عالماً فـ ي هذا الشـ أن متفننـ اً بـ ه قيمـ اً بغوامضـ ه ومعانيـ ه مشـ اركاً فـ ي علـ وم الأوائـ ل أخـ ذ عنـ ه الناس واستفادوا .

كتاب البوزجاني: وكتـ اب مخطـ وط فـ ي دار الكتـ ب المصـ رية بعنـ وان "كتـ اب التجارة في عمل المسطرة والبركار والكونيا"يقصـ د بالكونيـ ا المثلـ ث القـ ائم وهـ و مؤلف كامل في الرسم الهندسي يعطي طرقاً متعددة لرسم المضلعات المنتظمة .

كتاب البيروني: هو كتاب توجـ د لـ ه نسـ خة فوتوغرافيـ ة فـ ي دار الكتـ ب المصـ رية اسمه "كتاب استخراج الأوتار في الدائرة بخواص الخط المنحني الواقع فيها" .

رسالة البغدادي : ألّفها محمد البغدادي الذي ظهر في القرنالثالـ ث عشـ ر المـ يلادي وموضـ وعها تقسـ يم أي مسـ تقيم إلـ ى أجـ زاء متناسـ بة مـ ع أعـ داد مفروضـ ة برسـ م مستقيم .

التطبيقات العملية والعلمية للهندسة العربية

لـ م تقتصـ ر المؤلفـ ات العربيـ ة علـ ى الدراسـ ة النظريـ ة للهندسـ بة لـ حاولـ ت تسخير الهندسةقضايا الحياة العلمية والعملية ، فقد وضع ابن الهيـ ثم مـ ثلاً "مقالـ ة في اسـ تخراج سـ مت القبلـ ة"وأعطـ ى الخـ وارزمي فـ ي كتابـ ه "الجبـ ر والمقابلـ ة " عـ دة قواعـ د عمليـ ة لحسـ اب مسـ احة المربـ ع والمعـ ين والـ دائرة ويقـ ول فـ ي حسـ اب الدائرة " وكل مدورة (يقصد الدائرة)قطرها مضـ روباً فـ ي مثلـ ه منقوصـ اً منـ ه سُبعه ونصف سُبعه هو تكسيرها ويقصد مساحتها" ومعنى ذلك أن :

$$\text{مساحة الدائرة} = r^2 - r^2\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{14}\right)=\frac{11}{14}r^2$$

وهذه تعادل $\frac{22}{7}\left(\frac{1}{2}r\right)^2$ حيث r قطر الدائرة وهذا يؤول إلى اعتبار النسبة التقريبية $\frac{22}{7}$ أو $\sqrt{10}$ وارزمي قيماً أخرى للنسبة التقريبية هي :

$\frac{62834}{20000}$ أي 3.1416 .

وسخّر ابن الهيثم الهندسة لدراسة الحوادث الضوئية فعين بواسطتها نقطة الانعكاس في المرايا الكروية والأسطوانية والمخروطية والمحدبة والمقعرة وكان ابن الهيثم من أنبغ علماء العرب والمسلمين في علم البصريات .

وقد شارك العرب جدياً في حل جميع المعضلات الهندسية كمسألة تربيع الدائرة ومسألة تضعيف المكعب ومسألة تثليث الزاوية وقد وقفت الأفكار حائرة في إيجاد حل صحيح لهذه المسائل وقد حاول عمر الخيام إثبات مسلمة إقليدس في المتوازيات أنه نجح في محاولته ولكن المتأمّل في حله يلاحظ أن إخفاقه يعود إلى اعتماده على المسلّمة نفسها أثناء إثبات صحتها ، الأمر الذي لايقبل في منطق البرهان الدقيق كما ساهم في إثبات نفس المسلمة نصير الدين الطوسي .

نلاحظ مما تقدم أن أجدادنا لم يقتصروا على اقتباس الهندسة من غيرهم من الأمم بل قاموا بدراسة ما اقتبسوه وشرحوه ونقحوه وأضافوا إليه وألّفوا فيه وكانت مؤلفاتهم المصدر الوحيد الذي عرفت أوروبا عن طريقه الهندسة فلم يكن كتاب إقليدس معروفاً إلاّ بترجمته العربية وبقيت أوروبا تتناول هذه الترجمة في جميع مدارسها حتى اكتشفت الأصل اليوناني لهندسة إقليدس سنة 1583 م .

6-الهندسة عند الأوربيين

لم يكن العرب وحدهم دون اليونان في ميدان الهندسة، بل لقد كانت جميع الشعوب في هذا التقصير سيكوا في الدلالة على قوة التحدي اليوناني أن جميع الأمم والشعوب وقعت صرعى أمام الهندسة اليونانية فقد ظلت الإنسانية جميعاً تجترّ هذه الهندسة وتعيش على مائدتها حتى القرن التاسع عشر عندما بدأت الهندسات اللاإقليدية Geomertries non enclidiennes في الظهور كهندسة الرياضي المجري بولياي Bolyai المتوفى سنة (1860) هندسة الرياضي الروسي لوباتشفسكي Lobatchevsky المتوفى سنة 1856) هندسة الرياضي الألماني ريمان Riemann المتوفى سنة 1866) هندسة العالم الفلكي الفيزيائي والرياضي الألماني غاوص Gauss (المتوفى سنة 1855) فكل هذه الهندسات تضاهي الهندسة اليونانية في قوتها وأصالتها ولكنها تناقضها في

مقدماتها ونتائجها كل واحدة منها نظام كامل مترابط منسجم مع ذاته لا يسع فيه أي تناقض داخلي، وكلها تعكس الواقع عكساً أعمق وأشمل وأكمل من الهندسة اليونانية، وكلها قد قامت على أنقاض الهندسة، وما ذلك إلا لأنها نتيجة تبدلات جذرية عميقة طرأت على الواقع الجديد وعلى الأطر والأسس التي أخذت تعصف بها رياح التغيير بعد عصر النهضة في أوروبا والحركة العلمية الجديدة.

فإذا كان إقليدس يقول بثلاثة أبعاد للمكان مثلاً ، فإن علماء الرياضة المحدثين الذين جاؤوا في القرن التاسع عشر يقولون بإمكان وجود مكان غير إقليدي (ونظرية النسبية لأينشتين أكبر شاهد على ذلك) ، وإن المكان الإقليدي ليس سوى حالة خاصة من المكان بوجه عام ، أي أنه يمكن تصور أبعاد عديدة للمكان ، وإن أبعاد المكان الإقليدي ما هي إلا وجه من وجوه المكانية في صورتها الكاملة.

فإقليدس لم يخطر له على بال قيام هندسة تختلف عن هندسة الحدس العام وبادي الرأي المشترك التقدم العلمي كان أسبق من كل خيال راود عقول اليونان وطاف في أذهانهم ففتح الباب على مصراعيه أمام كل جديد ومتجدد ولم يضع حداً لأي تصور أو خيال.

7- الهندسة اللاإقليدية أو هندسة لوباتشيفسكي

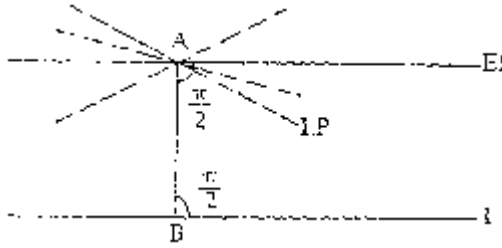
أسس نيقولاي لوباتشيفسكي في عام 1826 نظرية هندسية ترتكز على تلك المقدمات الأساسية نفسها كما في هندسة إقليدس باستثناء المسلمات عن المتوازيات فالمسلمة الإقليدية يمكننا أولاً : نن خلال نقطة موجودة في مستوى، وليست موجودة على المستقيم المعطى، أن نمدّ خطاً مستقيماً واحداً فقط موازياً للمستقيم المعطى أي لايتلاقى معه أبداً في هندسة لوباتشيفسكي، فإن هذه المسلّمة تغيرت بالآتي :يمكننا من خلال نقطة موجودة في مستوى ، وليست موجودة على المستقيم المعطى، أن نمدّ أكثر من خط مستقيم واحد لاتتلاقى مع المستقيم المعطى .

تختلف البديهيات في هندسة لوباتشيفسكي عن بديهيات إقليدس في البديهية الأخيرة فقط ، أما البديهيات الباقية في هندستهما فإنها تتطابق .

سنأخذ في البداية مسلّمة بولياي –أو مسلّمة لوباتشيفسكي –لعدوّ اللدود لمسلّمة " إقليدس الخامسة" ونتحدث عن الهندسة الفراغية على الإطلاق . لذلك لن نذكر في أي مكان أن الأمر يدور في مستوى واحد .

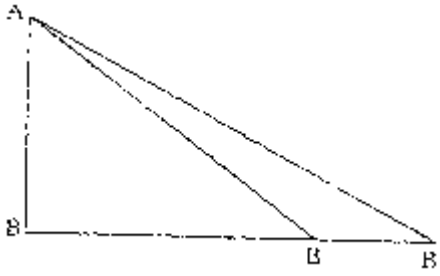
تقول مسلّمة لوباتشيفسكي :يمكن أن نمدّ عبر نقطة معلومة إلى مستقيم معلوم، فيما عدا " الخط المتوازي الإقليدي" مستقيماً واحداً آخر على الأقل لايلتقي بالمستقيم المعلوم" هذا نستنتج بأنه يمكن مدّ عدد لانهائي من مثل هذه المستقيمات.

إذا أنزلنا من النقطة A عموداً على المستقيم I فإن الخط المتوازي الإقليدي – هو المستقيم EP يكون بالطبع عمودياً على هذا العمود . ونرمز بالخط المنقط إلى مستقيم لوباتشيفسكي (LP) الذي لايتقاطع مع I .



وانطلاقاً من فكرة التماثل يتضح (بثني الرسم التخطيطي على طول العمود AB) أنه سيكون هناك مستقيم آخر مثله تماماً ، ويظهر أيضاً بشكل مستقيم منقط . بعد ذلك يتضح أن أي عدد لانهائي من المستقيمات الممدودة عبر النقطة A داخل الزاوية المحصورة بين المستقيمين EP و LP لاتلتقي بالمستقيم I . إذن : " يمكن مدّ عدد لانهائي من المستقيمات عبر نقطة معلومة ، لاتلتقي بمستقيم معلوم " .

لكنه ، بالطبع ، يمكننا مد عدد لانهائي من المستقيمات أيضاً تلتقي بالمستقيم المعلوم . يمكن مدّها إلى أي نقطة من المستقيم مهما كانت بعيدة عن الأساس . وفعلاً، لنأخذ أي نقطة 'B ونصِلها بالنقطة A بواسطة مستقيم ، ويمكننا عمل ذلك دائماً بفضل البديهية المعلومة . إذن ، يوجد لدينا خط مستقيم يمر عبر A و 'B .



ولكن نظراً لاستمرارية حزمة الخطوط المستقيمة ، فلابدّ من وجود حدّ فاصل بين الطبقة يزوه و إما أن يكون الخط المستقيم الأخير ("المتقاطع ") الذي لايلاقي المستقيم "B وإما المستقيم الأول الذي "لا يلاقي" ومن السهولة إدراك استحالة وجود الخط " المتقاطع الأخير ولنفترض . رض أنه موجود فعلاً – ولنفترض أنه المستقيم 'AB في الرسم أعلاه ، لكن بأخذ النقطة "B بعد النقطة 'B وتوصيلها بالنقطة A سنحصل على مستقيم جديد يقع وراء 'B ويلتقي مع (تقاطع) المستقيم I بالتالي ، يكون المستقيم الفاصل هو المستقيم الأول الذي لايلاقي المستقيم I .

ومن الطبيعي أن يكون هناك مستقيمان اثنان – واحد في كل اتجاه . ويمكن أن نسمّي الزاوية، المتكونة عن هذين المستقيمين ، مجموعة الحصر لها من

المستقيمات ، لاتلتقي بالمستقيم I ، وسيكون من بينها المستقيم المتوازي لإقليدس .
وقد أطلق لوباتشيفسكي على هذين المستقيمين الطرفيين غير المتلاقيين تسمية
والمتوازيين. نرى أنه ليس لهذين المستقيمين أي علاقة بالمستقيم تقيم
المتوازي حسب مفهوم إقليدس ويمكننا أن نقول عن هذين المستقيمين بنوع من
التحفظ أنهما كما لو كانا يقطعان المستقيم المعطى "BB في نقاط بعيدة لامتناهية .

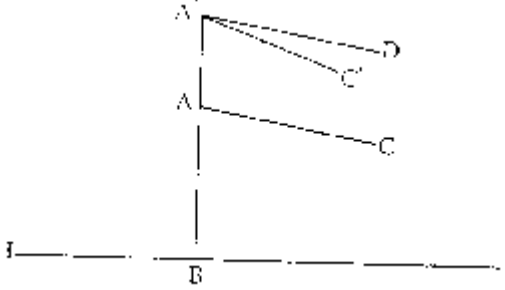
وفي تعبير لوباتشيفسكي "تتجمع" المستقيمات داخل الزاوية من
المستقيم I بالنسبة إلى المستقيم المتعلق بالبحث ثلاثة أنواع من
المستقيمات التي يمكن تمريرها عبر أي نقطة وهي :

1- المستقيمات المتلاقية (المتقاطعة)، وعددها لانهائي .

2- المستقيمات المتوازية وعددها اثنان ، ويقال عن كل واحد منهما : أن
المستقيم الموازي II يوازي المستقيم I باتجاه 'BB والمستقيم الموازي
III يوازي المستقيم I باتجاه 'BB .

3- المستقيمات المتفرعة ، وهي مجموعة لانهاية لها من المستقيمات داخل
حزمة، وبشكل خاص " الخط الموازي الإقليدي" .

لقد برهن لوباتشيفسكي بالنسبة إلى الخط المتوازي أنه لا تقترب
بدون حدود من المستقيم المعلوم (لا تتقاطع معه أبداً) تبتعد في الاتجاه المقابل
بلا حدود .وقد أثبت لوباتشيفسكي النظرية التالية : إذا كان مستقيمان يوازيان
مستقيماً ثالثاً في اتجاه واحد ، فإنهما يكونان متوازيين فيما بينهما في هذا الاتجاه
بالذات " . إذن ، فالزاوية C' A' B' هي زاوية التوازي للمستقيم I في النقطة A' .



إن زاوية التوازي هي دالة المسافة حتى المستقيم وقد رمز لوباتشيفسكي
إلى هذه الدالة بالرمز $\pi(x)$ ، حيث x –هنا المسافة، أي المقطع AB .وقد درس
لوباتشيفسكي سلوك هذه الدالة عند نقصان المسافة x وأظهر أن زاوية التوازي
$\pi(x)$ تتجه عندئذ بلاحدود نحو الزاوية القائمة :

$$\lim_{x\to 0} \Pi(x)=\frac{\pi}{2}$$

ولكن إذا ما تذكرنا أن زاوية التوازي القائمة تتفق مع هندسة إقليدس ، فيكون واضحاً أن هندسة لوباتشيفسكي لاتختلف في المسافات الصغيرة عملياً عن هندسة إقليدس. وللمقارنة بين المسافات الصغرى والكبرى لابدّ من توفر طول مقياس ما ، يمكن أن يقارن به كل ما عداه لذلك .لهذا ، فقد استخدم لوباتشيفسكي طريقة جداً لتحليل المسائل الفيزيائية نوعياً وهي طريقة القياس .

إذن، فزاوية التوازي دالة جزء وحيد هو المسافة حتى المستقيم ، وتكتب هذه الزاوية على النحو التالي : $\varphi = \pi(x)$ ، ويتضح من الاستدلالات حول أنه يجب أن يكون في الجزء الأيمن من المعادلة مقدار لاقياسي :

$\varphi = \pi\left(\frac{x}{k}\right)$ ، حيث k – جزء مجهول .

إن التحليل يبين أن زاوية التوازي φ تتوقف على مسافة وحيدة فقط ، هي المسافة بين النقطة والمستقيم تقوم بدور أدخل لوباتشيفسكي مفهوم الجزء أو المقطع الثابت k وأوجد معادلة لزاوية التوازي ، وهي :

$$\cot\frac{1}{2}\varphi = e^{\frac{x}{k}}$$

إن أول سؤال برز لدى لوباتشيفسكي كان :فما نجد الجزء k؟ وهذا يظهر أن هندسته أفضل في ناحية معينة من هندسة إقليدس وليست هناك أي اجتهادات نظرية قد تساعد على تحديد هذا وما يسميه الفيزيائيون بـ "ثابت النظرية " ولايمكن إيجاده إلاّ عن طريق التجربة، وبالاستعادة ببعض القياسات الفيزيائية المعينة.

إن زاوية التوازي لايمكن أن تُقاس بالطبع بصورة مباشرة لكن يمكن، مثلاً ، قياس مجموع زوايا المثلث.وقد دفع كل من لوباتشيفسكي وغاوص إلى إيجاد مثل هذه القياسات ، لكنهما لم يتوصلا إلى شيء .

وبشكل عام ، فإن لوباتشيفسكي نفسه لم يؤكد أبداً على أن هندسته بالذات تصف بالعالم ، فقد كان يميل إلى الاعتقاد بأنه تتحقق في عالمنا هندسة إقليدس بالذات .

لكن ذلك ليس هاماً جداً ، والأمر الرائع أن الهندسة الجديدة ارتبطت منذ خطواتها الأولى بالفيزياء ارتباطاً وثيقاً ، إلى حد أنه يستحيل عزلها عن التجربة. وقد أدخل اكتشاف هندسة لوباتشيفسكي اللاإقليدية تغيرات جذرية على التصوّرات عن طبيعة الفراغ .

لقد أوصل لوباتشيفسكي أبحاثه إلى مرحلة ينبغي فيها استخدام أداة التحليل الرياضي.كرّس أحد أعماله بشكل خاص لاستخدام الهندسة التخيلية في

حساب التكاملات الموكا دتة إلـه أعمـال فـي الجبـر والتحليـل الرياضـي ونظرية الاحتمالات والميكانيكا (علم الحِيل) والفيزياء والفلك .

❋ مؤسس الهندسة اللاإقليدية

نيقولاي لوباتشيفسكي N.I.Lobatshevsky (1856-1792)

حياته ودراسته

ولد نيقولاي إيفانوفتش لوباتشيفسكي في 20 تشرين الثاني من عام 1792من أسرة فقيرة متواضعة وكان والده موظفاً صغيراً . وفي عام 1797 توفي والده فبقي نيقولاي مع شقيقيه ووالدته البالغة من العمر 24عاماً يعيشون على حافة الفقر. رفضت أبداً كيف تسنى لـ براسكوفيا لوباتشيفسكيا تربية أبنائها الثلاثة وإلحاقهم بالمدرسة الداخلية في قازان للدراسة على حساب الدولة، وقد تم ذلك في تشرين الثاني عام 1802.

كان المنهاج الدراسي المخصص لثلاث سنوات يشمل المواد التالية: قواعد اللغة الروسية والأدب والتاريخ والجغرافيا والرياضيات والجبر والهندسة وعلم المثلثات والميكانيكا والفيزياء وكليماء والهيدروليكا والمساحة والهندسة المدنية والمنطق والفلسفة التطبيقية ، بالإضافة إلى اللغات الأجنبية والفن العسكري والتشريعات القانونية والرسم والموسيقى والمبارزة والرقص فقد كان صعباً للغاية ولم يستطع إنهاء جميع

التلامذة ، إلا أن أبناء لوباتشيفسكي الثلاثة (ألكسندر ، نيقولاي ، ألكسي) تمكنوا من إنهائه .

في عام 1807 تم قبول نيقولاي لوباتشيفسكي في الجامعة بعد عدة مصاعب مختلفة بالنسبة للغة اللاتينية، وفي العام نفسه أصيب نيقولاي بانهيار عصبي، على إثر غرق شقيقه الأكبر ألكسندر ، أقعده في المستشفى فقرر بعد ذلك بحزم أن يصبح طبيباً .

درس لوباتشيفسكي الطب فترة تزيد عن السنتين، ولما كان الرياضي الأول في الجامعة حثّه عدد من الأساتذة الأجانب على متابعة الرياضيات فحقق نجاحات كبرى في هذا المضمار ولاشك أنه كان أول عالم رياضيات في جامعة قازان، وكان الأستاذ الأجنبي بارتيلس مسروراً دائماً في إبراز نجاحاته وموهبته .وفي آب عام 1811 ، أنهى نيقولاي لوباتشيفسكي دراسته بنجاح حاصلاً بذلك على لقب الماجستير .

وفي آذار عين لوباتشيفسكي لقب أستاذ مساعد في العلوم الفيزيائية والرياضية، فبدأ بإلقاء المحاضرات بصورة مستقلة وفي تموز عام 1816 لقب أستاذ فوق العادة ، وبدأ يتألق في تحقيق النجاحات وجاء عام 1823 ليولي لوباتشيفسكي بداية المتاعب الخطيرة في العمل، إذ رفض الأكاديمي فوس كتاب لوباتشيفسكي المدرسي الجديد في الهندسة " . وعلى الرغم من خمسة البراهين الجديين اتفقوا على أن الكتاب تضمن فعلاً عيوباً كبيرة وأن بعض ملاحظات فوس صحيحة تماماً ، فإن فوس ربما لم يكن تماماً على حق لكن لوباتشيفسكي تأثر لذلك بصورة بالغة، ولم يود الإجابة على ملاحظات فوس ، ولا إصلاح النواقص ، وحتى لم يسترجع مسودة الكتاب.وفي هذه السنوات بالذات تولدت لديه قناعة باستحالة إثبات المسلمة الخامسة اعتماداً على الهندسة اللاإقليدية .

وفي الفترة الزمنية ما بين عام 1825 و 1826 تم تعيين لوباتشيفسكي رئيساً للجنة البناء في جامعة قازان، وانتخب أميناً لمكتبة الجامعة .وفي 30حزيران عام 1827 لوباتشيفسكي رئيساً للجامعة وبقي في هذا المنصب حتى عام 1846 .وفي منصبه، كان لوباتشيفسكي رجلاً إدرايياً طليعياً ، وقام بمهارة بإدارة الأعمال الإنشائية وتنظيم المكتبة ، وأرسى نظام حياة الطلاب ودراستهم وبالرغم من أننا لانستطيع أن نفهم كيف وجدلوباتشيفسكي الوقت لممارسة البحث العلمي، إن جميع النتائج العلمية الأساسية التي توصل إليها جاءت في سنوات توليه منصب رئيس الجامعة .

في عتمة فجر 1832 قتل ولاي لوباتشيفسكي من الشابة بربارا مويسييفا وأنجب منها عدة أطفال ويبدو أنه كان قليل الاهتمام بالبنات لكنه كان يحب أولاده حباً غيوراً وصارماً ومتعنتاً ، وبشكل خاص إبنه الموهوب أليكسي الذي

كان يذكره بأيام شبابه، كما كان نيقولاي لوباتشيفسكي يجبر ولده أليكسي على دراسة الرياضيات، فالأمر الذي كان يبعث القوى في لوباتشيفسكي المنغلق على نفسه، هو حلم رومنطيقي في أن يواصل ابنه تطوير علم الهندسة الذي بدأه.

وفي عام 1827 ولد المحبوب أليكسي فتحول لوباتشيفسكي خلال بضعة أشهر إلى رجل عجوز مريض، كما توفي ابنه ليعني سوى وفاته، فتعاقبت المصائب عليه في السنوات الثلاث المتبقية من حياته فانتهى كل شيء به، باستثناء الوحيد الذي مازال باقياً هو هندسته، ويذكر أنه كان ضريراً عندما أكمل إملاء عمله الأخير.

إثبات المسلّمة الخامسة من " النقيض "

لقد ذكرنا في معرض حديثنا عن إقليدس قصة المسلّمة الخامسة وطريقة إثباتها من "النقيض" كما أنه لابدّ من أجل إثبات هندسة اللاإقليدية من توافر فكرة واحدة فقط وجوهرياً سيصل إلى نظريات الهندسة اللاإقليدية كل من يبدأ في إثبات المسلّمة الخامسة من "نقيض" هو أن نشير إلى مسلّمات إقليدس الأربع الأولى، فكما قال لوباتشيفسكي: "لتغيير إقليدس ولـ "مبادئه" جميع" الذي واقصر فالبشائر لقاتلة الأربع بسيطة للغاية من حيث المحتوى، وقد افترض فيها إقليدس حقائق طبيعية ومفهومة بصورة مطلقة، لكن المسلّمة الخامسة ليست كذلك؟ إكتشف لوباتشيفسكي عن ليجاندر Legendre (1752-1833) أول ليجاندر قد خطا خطوات عديدة على الطريق نفسها التي اخترتها بمثل هذا التوفيق "

غير أنه لم تتوفر لدى ليجاندر الفكرة الأساسية بالذات لإثبات المسلّمة الخامسة، لم توجد هذه الفكرة الواحدة لدى علماء الرياضيات عموماً لفترة تزيد عن الألفي عفهم هذه الفكرة ظهرت لأول مرة عند لامبرت Lambert (1728-1777) بكوك ولم تُدرك بعد، ولدى شفيكارت وتاورينوس بصورة غامضة، وكان غاوص Gauss يحني إجلالاً لها بصمت منذ زمن بعيد ...بينما وجدت هذه الفكرة لنفسها صياغة واضحة ودقيقة لدى بولياي Bolyai (1802-1860) ولوباتشيفسكي فقط.

إن عمل بولياي الأول (والوحيد) يتفوّق على أعمال الجميع من حيث الدقة وكان تواكنت قيمته في تاريخ الرياضيات جليلة، إذ يعتبر رسمياً مع لوباتشيفسكي بحق أنهما مؤسسان للهندسة اللاإقليدية.

أما أول من توصل إلى أفكار الهندسة اللاإقليدية فكان ملك الرياضيين" و عبقري غوتينغن" كارل فريدريك غاوص Gauss (1777-1855) فالأفكار الرئيسية للهندسة اللاإقليدية كانت واضحة له منذ نهاية القرن الثامن عشر.

لكن لوباتشيفسكي هو الذي وضع أسس تكوين الهندسة اللاإقليدية ، ومن العدالة أن نسمي الهندسة اللاإقليدية بهندسة لوباتشيفسكي .

كان ذلك في 23 شباط عام 1826، حين ألقى الرياضي العبقري نيقولاي لوباتشيفسكي تقريراً عن الهندسة اللاإقليدية يتعلق بنظرية الخطوط المتوازية . ذا الاكتشاف لم يحظ باعتراف المعاصرين، وقد حقق فيما بعد انقلاباً في التصور عن طبيعة الفراغ، التي بقيت تعاليم إقليدس أساساً لها طوال أكثر من ألفي عام .

تم إرسال هذا التقرير لاستطلاع رأي اللجنة المختصة بشأن إمكانية نشره . لكن اللجنة لم تفهم منه شيئاً ، ويبدو أنها لم تُبدِ رأيها . وفي عام 1829نشرت في مجلة "أبناء قازان" مذكرة لوباتشيفسكي "حول مبادئ الهندسة"وهو أول عرض منهجي للهندسة اللاإقليدية ، أبدى فيما بعدتأثيراً كبيراً على تطوير الفكر الرياضي .

في عام 1832لقي عالم الرياضيات لوباتشيفسكي ضربة قاسية، إذ بعثت جامعة قازان مذكرته "حول مبادئ الهندسة"إلى أكاديمية العلوم تطلب رأيها فيها وتم تكليف الأكاديمي أوستروغرادسكي Ostrogradsky بإبداء رأيه شفهياً فقال : "إن ما هو صحيح غير جديد وما هو جديد غير صحيح .إن المذكرة غير جديرة باهتمام أكاديمية العلوم " .

ومنذ هذه اللحظة أصبح أوستروغرادسكي من ألدّ الأعداء العلميين بالنسبة إلى لوباتشيفسكي.كان أوستروغرادسكي عالم رياضيات كبيراً حقاً ، لكنه لا يمكننا وضعه إلى جانب علماء الرياضيات الروس في القرن التاسع عشر أمثال تشيبيشف Tchebychev وماركوف Markov وحتى لوباتشيفسكي نفسه .

وفي عام 1834نشرت مجلة "نوفوستي"بإيعاز من أوستروغرادسكي حطّمت عمل لوباتشيفسكي وقللت من شأنه كعالم ومما جاء في المقالة :

" من الصعب الإدراك كيف استطاع السيد لوباتشيفسكي أن يجعل من أكثر موضوع الرياضيات سهولة ووضوحاً ، وهو الهندسة، شيئاً صعباً كهذا ، لولم يوعز إلينا بنفسه أن هندسته تختلف عن تلك " المستعملة "، التي درسناها جميعاً ، وأنها هندسة"تخيلية"، إلى الذي لايستطيع أن يتصور الخيال ، إذا كان حياً ومشوّهاً في آن لمحاذاة الانتصور أن الأسود أبيض ، والدائرة مستطيلاً ، ومجموع زوايا المثلث القائم الزاوية أقل من مجموع زاويتين قائمتين ، وأن التكامل المحدد نفسه يساوي إما $\frac{\pi}{4}$ وإما ∞ ؟ هذا ممكن، وممكن جداً ، لكن العقل لايستوعبه " .

لقد كتبت هذه المقالة بأسلوب صحفي لاذع ومحترف ، لكن على المرء ألا ينقاد إليه كشرط سبيل تفهم أفكار لوباتشيفسكي ، لابد من أن تتوفر في ذلك الزمن الثقافة الرياضية الرفيعة . أما رد فعل لوباتشيفسكي فقد تميّز بفتور غريب ، ونشر بعد عام في منشورات الجامعة جواباً هادئاً ومتحفظاً للغاية وكانت لدى لوباتشيفسكي المقدرة على أن يكمّ أفواه خصومه إلى الأبد ففي عام 1840 نشر أحد أعماله باللغة الألمانية وفي عام 1842 انتخابه ، بترشيح من غاوص Gauss ، عضواً مراسلاً في جمعية غوتينغن الملكية .

في 20 شباط 1850 توفي لوباتشيفسكي بعد مرض طويل، وقد أخلى قبل ذلك بفترة وجيزة ، بسبب سوء صحته ، منصب مساعد مدير المنطقة التعليمية في كازان لوباتشيفسكي عميداً للجامعة الأمبراطورية، وأستاذاً قديراً في الرياضيات البحتة ، وعضواً مراسلاً لجمعية غوتينغن الملكية، وعضواً فخرياً في جامعتي موسكو وكازان والكثير من الهيئات التعليمية كما كان مستشاراً فعلياً للدولة .

وفي أواسط القرن التاسع عشر ، قال أحد علماء الهندسة الإنكليز البارزين ما يلي:

" لم يكن هناك أبداً نهج لعلم الهندسة يختلف في سماته الرئيسية عن خطة إقليدس، وحتى يحين الوقت الذي سوف أرى فيه بأم عيني، فإنني لم أصدق بوجود مثل هذا النهج " .

ولربما كان سطع شاهد على تأثير المبادئ على جميع مجالات الفكر على الإطلاق، هو أن أحد مشاهير الفلاسفة في تاريخ العالم الغربي بينيديت سبينوزا كان قد اقتبس كل خطة مؤلفه الكبير " الأخلاق " من إقليدس .

أما إسحاق نيوتن Newton (1643-1727) إن مؤلفه الأساسي "المبادئ الفلسفة الطبيعية" إقليدس في العنوان والمخطط التمهيدي وتقوم في أساسه البديهيات التي ينبع منها كل شيء، ويتجلى الشبه أيضاً في أن بديهيات نيوتن بدت قصيرة الأجل مثل بديهيات إقليدس .

وفي الواقع، فإن البديهيات والبراهين التي طرحها إقليدس، تؤلف خطاً متوازياً للغاية من البديهيات والثغرات المنطقية، إذا ما أعطيناها تقديراً من وجهة النظر المعاصرة. لكن إقليدس تقدم بشكل حاد وبخطوات كبيرة في الطريق نحو المنطق الدقيق، إلى حد أن جميع المراجع الدراسية الأخرى، وجميع " **الأصول** " الأخرى، الشائعة في القدم، تبدو باهتة لدى مقارنتها بـ " **الأصول** " .

وإذا كان الإغريق يسمّون هيبارخوس بـ "الشاعر فقط ، معتقدين بأن لاضرورة لذكر اسمه ، فإنهم كانوا يسمون إقليدس بـ " صاحب **الأصول** " .

وبالرغم من أن الكتب الثلاثة عشر التي كتبها إقليدس كانت تتضمن، كما يعتقد، نتائج توصل إليها الآخرون بشكل أساسي، لذلك فإن ماتجادل البعض أحياناً حول إمكانية تعداد إقليدس ضمن علماء الرياضيات العظماء فإنه كان بلا شك معلماً عظيماً كان إقليدس مولعاً بعمله وتعاليمه الشاملة ، فإلى جانب " **الأصول** " كتب : "مبادئ الموسيقى " و "علم البصريات " و "المعطيات " و "الظواهر" (مؤلف في علم الفلك) و قواعد الهارموني" و "Porism" في ثلاثة أجزاء و "المقاطع المخروطية" (في أربعة أجزاء) و "المنظوري" (في جزئين) و "المواقع في السطوح" و "التقسيم" و " المغالطات والأباطيل" .

وبالمناسبة كان كتاب " المعطيات " قد حاز على تقدير كبير من قبل نيوتن ويبدو أن إقليدس كان قد طوّر القسم البالغ التعقيد والمثير في علم الهندسة اليوناني الخاص بالأفكار حول المقاطع المخروطية لكنه لم يذكر هذه النتائج في كتاب " **الأصول** " ، لأنه كان يرى أن هذا المجال غير جدير بالرياضيات البحتة " ، التي تهدف إلى تقريب الإنسان من الألوهية " .