



البنى الشجرية

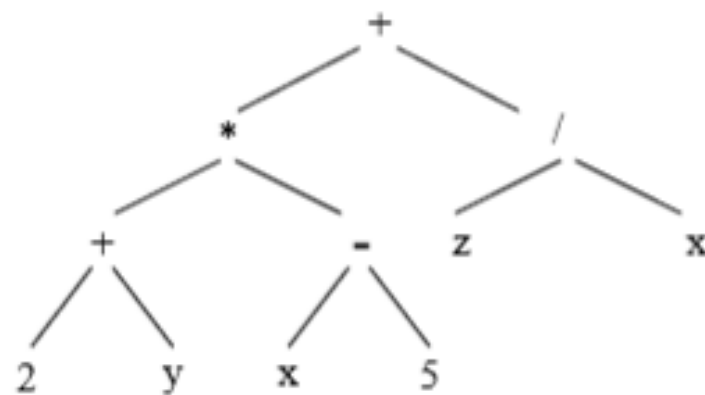
المحاضرة الثامنة
م. لمى السبع

البنى الشجرية

- **الشجرة (Tree):** مجموعة من العناصر نسميها (عقد) Node ومرتبطة ببعضها البعض بروابط Links ومنظمة تنظيماً هرمياً لا يحوي حلقات مغلقة .
- توجد عقدة مميزة ووحيدة نسميها الجذر Roots يمكن بواسطتها الوصول إلى مجموعة من العقد ومن هذه العقدة إلى أخرى وهكذا..



- أمثلة على الأشجار :
تمثيل نتيجة دوري كرة القدم باستخدام شجرة ثنائية :



تمثيل عبارة حسابية باستخدام شجرة ثنائية :
 $((2+y) * (x-5)) + (z/x)$

من أهم أنواع الأشجار لدينا الأشجار الثنائية Binary Trees و الأشجار المعممة Generalized Trees .

الأشجار الثنائية

▪ هي حالة خاصة من الأشجار يكون فيها لكل عقد ابنان على الأكثر.

▪ تعريف:

❖ نسمي شجرية ثنائية كل بنية B تحقق أحد الشرطين التاليين :

١. $B = \emptyset$ (الشجرة فارغة)

٢. $B = \langle 0, B_1, B_2 \rangle$ حيث 0 عقدة نسميها الجذر، (B_1, B_2) شجرتان ثنائيات منفصلتان نسمي B_1 الشجرة الجزئية اليسارية و B_2 الشجرة الجزئية اليمينية.

❖ نسمي جذر الشجرة الجزئية B_1 الابن الأيسر ل 0 وجذر الشجرة الجزئية B_2 الابن الأيمن ل 0 ، ونقول أنه يوجد اتصال يساري بين الجذر والابن الأيسر واتصال يميني بين الجذر والابن الأيمن.

❖ لكل عقدة في الشجرة الثنائية ولدان على الأكثر:

□ نسمي العقد التي لها ولد على الأقل عقد داخلي أو اختصاراً (عقدة) .

□ نسمي العقد التي ليس لها أولاد عقد خارجية أو ورقة

❖ نسمي طريق **Path** ضمن شجرة ثنائية كل متتالية من العقد.

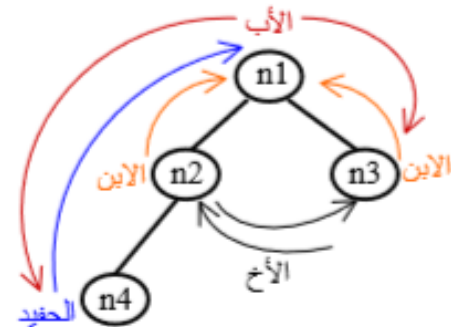
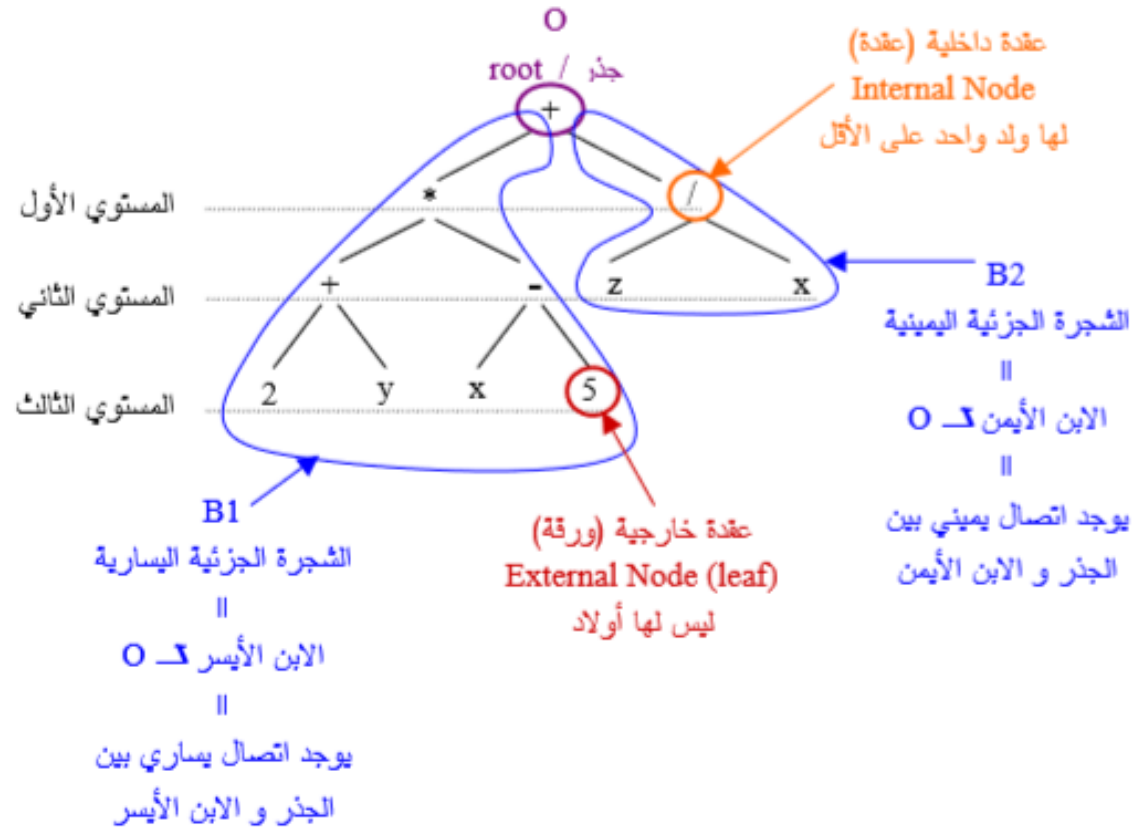
❖ نسمي **فرعاً** في الشجرة كل طريق يصل بين الجذر وإحدى الأوراق.

❖ يمكن أن توجد بين العقد العلاقات التالية: أب، ابن، أخ، سلف، حفيد.

١. نقول عن عقدتين أنهما أختان إذا كان لهما نفس العقدة الأب.

٢. نقول عن عقدة x أنها سلف للعقدة y إذا كانت x أب ل y أو x سلف لأب y .

٣. نقول عن عقدة x أنها حفيد للعقدة y إذا كانت x ابن ل y أو x حفيد لابن y .



بعض القياسات على الأشجار الثنائية

بفرض أن B شجرة ثنائية و x عقدة في هذه الشجرة :

1	درجة الشجرة $D(B)$	العدد الأعظم لأولاد عقدة \leftarrow درجة شجرة ثنائية $D(B) = 2$
2	حجم الشجرة $Vol(B)$	عدد عقدها \leftarrow $Vol(empty\ tree) = 0$ $Vol(< O, B1, B2 >) = 1 + Vol(B1) + Vol(B2)$
3	ارتفاع عقدة $h(x)$	عدد الاتصالات في الطريق الواصل بين هذه العقدة و الجذر \leftarrow $h(x) = 0$; $x = root$ $h(x) = 1 + h(y)$; $y = father\ of\ x$
4	ارتفاع الشجرة $H(B)$	أطول ارتفاع عقدة في الشجرة : $H(B) = \max\{ h(x) \ ; \ x \text{ is a node of } B \}$
5	عرض الشجرة $L(B)$	العدد الأعظم للعقد في مستوي ما
6	مسافة التجول ضمن شجرة $LC(B)$	مجموع ارتفاعات عقدها : $LC(B) = \sum h(x) \ ; \ x \text{ is a node of } B$
7	مسافة التجول الداخلي ضمن شجرة $LCI(B)$	مجموع ارتفاعات عقدها الداخلية : $LCI(B) = \sum h(x) \ ; \ x = \text{internal node of } B$
8	مسافة التجول الخارجي ضمن شجرة $LCE(B)$	مجموع ارتفاعات أوراقها : $LCE(B) = \sum h(x) \ ; \ x = \text{external node of } B$

مثال

مثال : لتكن B الشجرة الثنائية المبينة في الشكل التالي , فنلاحظ أن :

$\text{Root}(B) = n1$

$\text{Left Son}(n1) = n2$

$\text{Right Son}(n1) = n4$

$\text{Leafs} = \{ n8, n10, n5, n9 \}$

$\text{Internal Nodes} = \{ n1, n2, n3, n4, n6, n7 \}$

$h(n1) = 0$, $h(n2) = h(n4) = 1$, $h(n3) = h(n5) = h(n7) = 2$

$h(n6) = h(n9) = 3$, $h(n8) = h(n10) = 4$

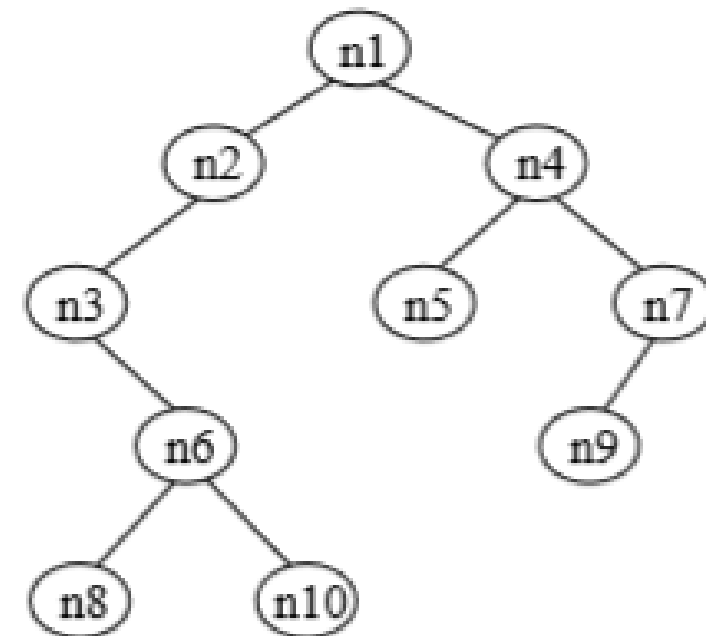
$H(B) = 4$

$L(B) = 3$

$LC(B) = 22$

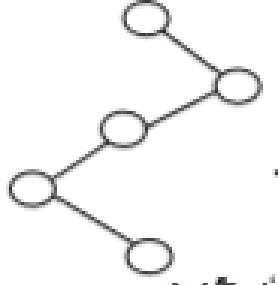
$LCI(B) = 9$

$LCE(B) = 13$



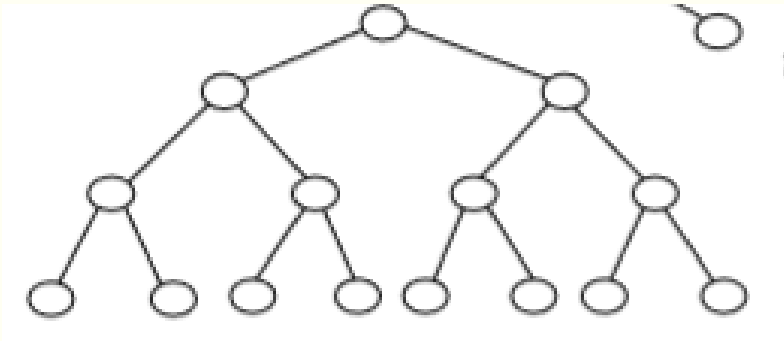
ملاحظة : نلاحظ أن $LC(B) = LCI(B) + LCE(B)$

بعض الأشجار الثنائية الخاصة



▪ **الشجرة الثنائية الخطية:** كل شجرة ثنائية يكون فيها لكل عقدة ولد واحد على الأكثر.

▪ **الشجرة الثنائية التامة:** هي كل شجرة تحوي عقدة واحدة في المستوى صفر، وعقدتين في المستوى واحد، وأربع عقد في المستوى الثاني، أي أنها تحوي 2^k عقدة في المستوى رقم k ، وتكون جميع مستويات هذه الأشجار مملوءة تماماً بالعقد كما يظهر في الشكل التالي:



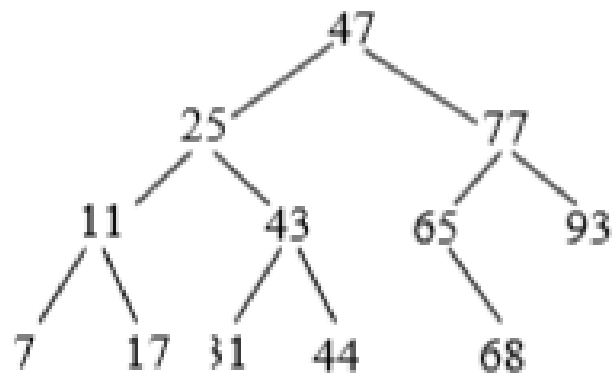
■ الشجرة الثنائية الكاملة:

- هي كل شجرة ثنائية تكون فيها جميع المستويات مملوءة تماما بالعقد ماعدا المستوي الأخير الذي يمكن أن يكون فراغات وفي هذه الحالة تكون الفراغات دوما في جهة اليمين.

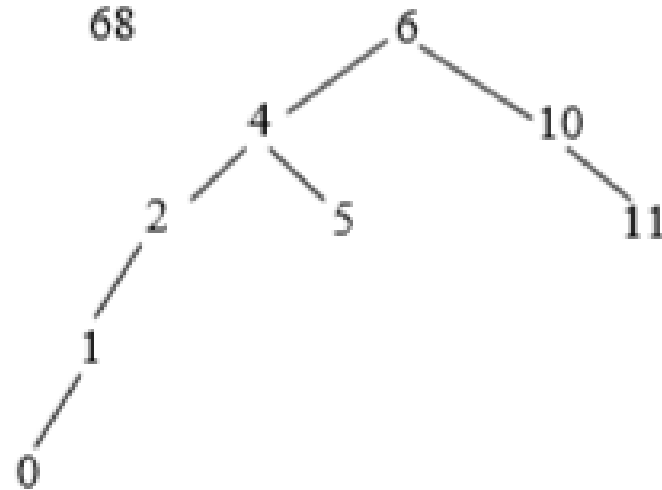


- **أشجار البحث الثنائي :** هي أشجار لا تتضمن قيم مكررة حيث أن العقد الموجودة على الطرف الأيسر لأية شجرة جزئية هي عقد ذات قيم أصغر من قيمة العقدة الأب لها، والعقد الموجودة على الطرف الأيمن لأية شجرة جزئية هي عقد ذات قيم أكبر من قيمة العقدة الأب لها.

مثال 1 : لنشكل من القيم التالية شجرة بحث ثنائي :
{ 47 , 25 , 77 , 11 , 43 , 93 , 65 , 31 , 17 , 7 , 44 , 68 }



مثال 2 : لنشكل من القيم التالية شجرة بحث ثنائي :
{ 6 , 4 , 5 , 10 , 2 , 1 , 0 , 11 }



تمثيل الأشجار الثنائية

```
struct node {  
    element val;    // int , char , ...  
    node *L,*R;  
};
```

```
typedef node* BTree;  
BTree b;
```

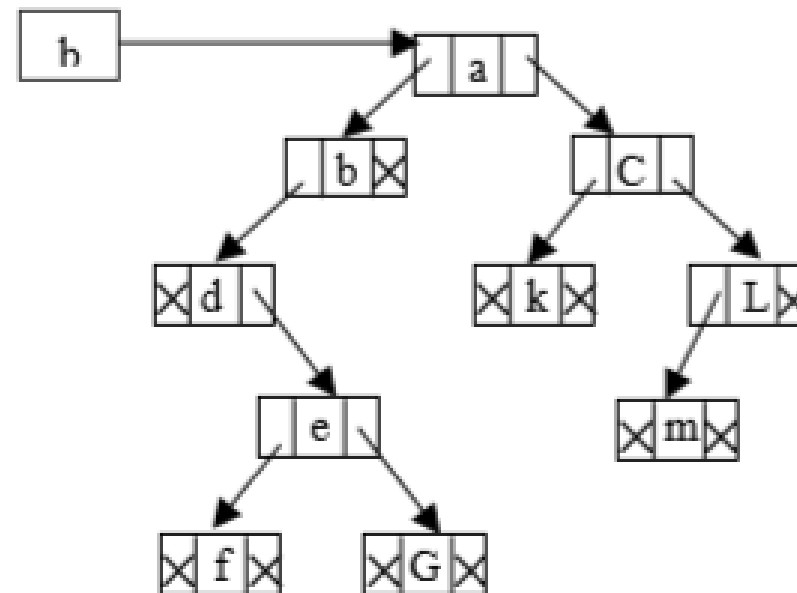
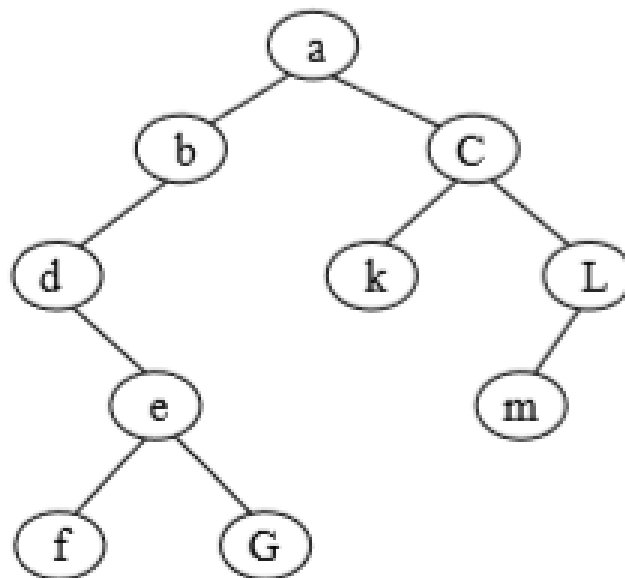
1- تمثيل الأشجار الثنائية باستعمال المؤشرات : كل عقدة تُمثل بسجل من الشكل :

حيث L مؤشر إلى الشجرة الجزئية اليسارية

R مؤشر إلى الشجرة الجزئية اليمينية

و بالتالي فإن الشجرة b هي عبارة عن مؤشر إلى العقدة الأولى (أي الجذر) .

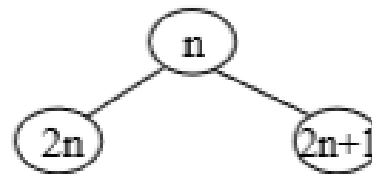
مثال:



2- تمثيل الأشجار الثنائية باستعمال المصفوفات :

نعرف مصفوفة فيها ثلاثة أعمدة بحيث يحوي كل سطر فيها معلومات العقدة , رقم الابن اليساري و رقم الابن اليميني , حيث يتم ترقيم العقد كما يلي :

ترقيم العقد ضمن شجرة ثنائية : إذا كان n رقم العقدة , فإن $2n$ هو رقم الابن اليساري , و $2n+1$ هو رقم الابن اليميني . و بالتالي نستنتج أن أبا عقدة رقمها m هو العقدة رقم $m/2$.



root

1

مثال : لنمثل نفس الشجرة السابقة باستخدام المصفوفات :

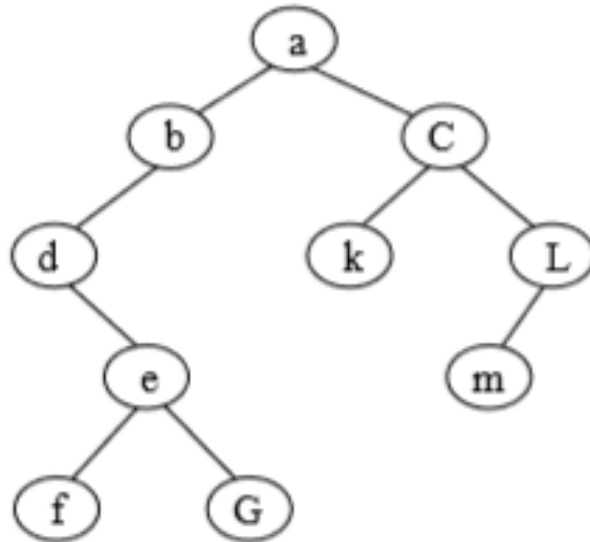
1	a	2	3
2	b	4	-
3	C	6	7
4	d	-	9
5	-	-	-
6	k	-	-
7	L	14	-
8	-	-	-
9	e	18	19
-	-	-	-
14	m	-	-
-	-	-	-
18	f	-	-
19	G	-	-

التجول ضمن الشجرة الثنائية

تهدف عملية التجول إلى المرور بكل عقدة من عقد الشجرة حسب ترتيب معين بهدف إجراء معالجة معينة عليها .
توجد ثلاثة طرق للتجول ضمن شجرة ثنائية , و هي كالتالي :

- التجول حسب الترتيب المصدر Preorder : يأتي الجذر أولاً , ثم الفرع اليساري و ثم الفرع اليميني
- التجول حسب الترتيب النظامي Inorder : يأتي الفرع اليساري أولاً , ثم الجذر و ثم الفرع اليميني
- التجول حسب الترتيب الملحق Postorder : يأتي الفرع اليساري أولاً , ثم الفرع اليميني و ثم الجذر

مثال: لتكن لدينا الشجرة الثنائية التالية و لنكتب محتويات هذه الشجرة بالطرق الثلاثة :



Preorder : { a , b , d , e , f , G , C , k , L , m }
Inorder : { d , f , e , G , b , a , k , C , m , L }
Postorder : { f , G , e , d , b , k , m , L , C , a }