

### المحاضرة الثالثة

العمليات الحسابية على الأعداد في أنظمة العد ذات الأساس "Z" :

- إن جمع أي رقمين في نظام عد أساسه "Z" يعطي كل رقم فيه خانة في ناتج الجمع تقع دائماً ضمن المجال  $(0, Z-1)$  وعندما يكون حاصل جمع رقمين أكبر أو يساوي الأساس "Z" فإنه تحصل إزاحة في الرقم نحو اليسار (الخانة الأعلى مرتبة) وتتخذ الزيادة المضافة على الأساس وتثبت كرقم في الخانة الأولى .

1- /الجمع في النظام الثنائي/:

+	0	1
0	0	1
1	1	10

مثال: اجمع العددين التاليين:

$$(101101)_2$$

$$+ (111011)_2$$

$$(1101000)_2$$

2- /الضرب في النظام الثنائي/:

×	0	1
0	0	0
1	0	1

مثال: أوجد ناتج ضرب العددين التاليين:

$$(101)_2$$

$$\times (10)_2$$

$$000$$

$$101$$

$$(1010)_2$$

3- /الجمع في النظام الثماني/: بنفس الطريقة مع إختلاف بأعداد النظام الثماني:

مثال: اجمع العددين التاليين في النظام الثماني:

$$(5 \ 6)_8$$

$$+ (6 \ 3)_8$$

$$(1 \ 4 \ 1)_8$$

4-/- الجمع في النظام السداسي عشري/ : بنفس الطريقة مع إختلاف بأعداد النظام السداسي عشري:

مثال : أوجد نتيجة الجمع للعددين التاليين :

$$(3^5AB^2)_{16} + (1A67^5)_{16}$$

الحل: نرتب العددين رأسياً أولاً ثم نقوم بعملية الجمع تبعاً للقواعد المبينة في الجدول السابق.

$$\begin{array}{r} \overset{1}{\leftarrow} \quad \overset{1}{\leftarrow} \quad \overset{1}{\leftarrow} \\ \begin{array}{ccccccc} & 3 & 5 & A & B & 2 & \\ + & 1 & A & 6 & 7 & 5 & \\ \hline & 4 & 1 & 1 & 4 & 7 & \end{array} \end{array}$$

$$\therefore (3^5AB^2)_{16} + (1A67^5)_{16} = (41147^5)_{16}$$

5-/- الطرح في النظام الثنائي/:

ملاحظة :  $(1-1=0)$   $(1-0=1)$   $(0-0=0)$   $(0-1=1)$  سالب (بمعنى استلاف 1)

مثال :  $\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 1 & \\ - & 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 & \end{array}$

6-/- تمثيل الأعداد السالبة/:

- يتم تمثيل الأعداد السالبة بإحدى الطريقتين :

1- كتابة العدد بقيمته المطلقة مسبقاً بإشارة تدل على السلبية (في النظام العشري +أو- وفي النظام الثنائي 0 (موجب) أو 1 (سالب)).

2- تمثيل العدد اعتماداً على متممه وفي هذه الحالة لا بد من معرفة عدد الخانات المحجوزة من أجل هذا العدد

- إن أهمية استخدام المتمم بالاستعاضة عن عملية الطرح بعملية الجمع مما يساعد على استخدام عملية واحدة لتنفيذ عملية الجمع والطرح ضمن الحاسبات .

- إذا أخذنا عملية الطرح بين عددين  $K$  و  $L$  في مجموعة ذات أساس  $Z$  فإننا أولاً نأخذ المتمم الكامل للعدد السالب (متمم المطروح) ثم نضيفه إلى العدد الأول الموجب (المطروح منه) وننفذ عملية الجمع بينهما، إذا كان حاصل الجمع موجبا يكون هو الناتج الصحيح وإذا كان سالباً نأخذ متمم الكامل مره أخرى ويكون هو ناتج عملية الطرح.

في النظام الثنائي تتحدد سلبية الناتج وإيجابيته بظهور خانة إضافية تعرف بخانة الإزاحة، فإذا حصل انزياح تكون القيمة (1) منطقي والناتج موجب مع إهماله، وإذا لم تحصل إزاحة تكون القيمة (0) منطقي والناتج سالب.

- يحسب المتمم الكامل لعدد ما  $(a)$  في مجموعة ذات أساس  $(Z)$  بالعلاقة:

$$\bar{a} = (Z^n - a) \quad n: \text{ عدد الخانات المحجوزة لمتمم العدد.}$$

$$\bar{a} = (Z^n - a - 1) \quad \text{أما المتمم المنقوص :}$$

مثال :

- ليكن لدينا العدد  $(3520)_{10}$  والمطلوب إيجاد المتمم العشري لهذا العدد مع العلم أن عدد الخانات المحجوزة هي (5) :

$$\bar{a} = 10^5 - 3520$$

$$= 96480$$

$$= 96480$$

$$= 96479$$

- متمم كامل:

- متمم منقوص:

الطريقة العملية لإيجاد المتمم الكامل لأي عدد في أي نظام بالشكل التالي:

1- نوجد متمم كل خانة من الخانات إلى أساس النظام منقوص واحد وبالتالي نحصل على المتمم المنقوص.

2- نضيف واحد إلى المتمم المنقوص فنحصل على المتمم الكامل للعدد المطلوب.

ملاحظة:

في النظام الثنائي يقصد بالمتمم: (كامل = ثنائي) , (منقوص = أحادي)

- إيجاد المتمم :

أوجد متمم العدد الأحادي والثنائي علماً أن عدد الخانات المحجوزة هي (7)

$$(0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1)_2$$

- طريقة أولى : المتمم الأحادي (المنقوص) : للحصول على المتمم الثنائي ننطلق من الأحادي بقلب

الخانات وبالتالي نحصل على المتمم الثنائي بإضافة (1) .

$$(0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1)_2$$

الأحادي:  $\underline{1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0}$

نضيف (1) فيصبح الناتج  $\leftarrow (1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1)$  بعد اضافة 1 حصلنا على المتمم الثنائي

- طريقة ثانية : وهي للحصول على المتمم الثنائي بشكل مباشر حيث نتجه من اليمين إلى اليسار حتى وجود الرقم (1) نقوم بتثبيته ونقوم بعدها بقلب الخانات التي تليه .

$(0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1)_2$

ثنائي:  $\leftarrow 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1$

مثال: أوجد متمم العدد  $(1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0)$  الأحادي والثنائي :

طريقة أولى :

$\underline{0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1}$

نضيف (1) :

طريقة ثانية :

ثنائي:  $\leftarrow 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0$

/عملية الطرح/:

- عند طرح عددين  $N_2, N_1$  ضمن نظام عددي فإنه باستخدام المتمم الثنائي نطبق القواعد التالية:

A- طرح العدد  $(11111010)_2$  من العدد  $(00001110)_2$ :

$$\begin{array}{r} 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \\ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \\ \hline \end{array} +$$

$0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0$  وبأخذ المتمم الثنائي يكون الناتج  $(11101100)_2$ -

- إذا كان العدد  $N_2$  أكبر من  $N_1$  والعملية :  $(N_1 - N_2)$  نقوم بتحويل العدد المطروح باستخدام المتمم الثنائي ثم نقوم بعملية الجمع وفي هذه الحالة لن يظهر حمل مما يدل على أن الناتج موجب ثم نقوم بعملية المتمم الثنائي للناتج مع قلب خانة الإشارة.

B- المطلوب طرح العدد  $(00000100)_2$  من العدد  $(00001000)_2$ :

$$\begin{array}{r} 00001000 \\ 00000010 \\ \hline 00000100 \end{array} - \rightarrow \begin{array}{r} 11111100 \\ 10000010 \\ \hline 00000100 \end{array} +$$

- في حال  $N_1$  أكبر من  $N_2$  والعمليّة طرح نقوم بقلب المتمم الثنائي ثم نقوم بعملية الجمع وفي هذه الحالة سينتج حمل نقوم بإهماله .

مثال :

- أّجري عمليّة الطرح باستخدام المتمم الثنائي :

$$\begin{array}{r} 11100111 \\ 00001001 \\ \hline 11100111 \end{array} - \rightarrow \begin{array}{r} 11100111 \\ 11110111 \\ \hline 11101110 \end{array} +$$

حمل يهمل  $\hat{1}11011110$

النتاج هو :  $(11011110)$