المحاضرتين الخامسة والسادسة: مقاييس النزعة المركزية
Measures of central tendency

مقدمة:

بعد جمع البيانات وتنظيمها في جداول تكرارية وعرضها بيانياً، سنتناول في هذا الفصل موضوع أساليب التحليل الإحصائي وإيجاد المقياس المناسب الذي يمثل الظاهرة موضع الدراسة، واستخدامه للمقارنة بين تلك الظاهرة وظواهر أخرى.

فإذا نظرنا إلى مفردات أي ظاهرة مدروسة نجد أن أكثر هذه المفردات تتجمع حول قيمة ما تمثل متوسط الظاهرة، ونجد أن هناك تناقصاً تدريجياً في عدد المفردات كلما بعدت هذه القيم عن المتوسط ومن الجانبين، وهذا التجمع حول القيمة المتوسطة يسمى بـ **(النزعة المركزية) أي ميل المفردات إلى الاقتراب والتجمع حول قيمة معينة هي القيمة المتوسطة، وكأن القيمة المتوسطة تحاول شد المفردات لكي تتراكم حولها،** ولكن من الطبيعي ألا تنجح جميع المفردات في الاقتراب من القيمة المتوسطة، فهناك مفردات تبتعد بشكل بسيط عن المتوسط وهناك مفردات عددها أقل تبتعد بشكل أكبر عن المتوسط، فمثلاً الأقزام والعمالقة لا نشاهدهم إلا نادراً في حياتنا اليومية ومعظم الناس هم متوسطو الطول، وعدد قليل منهم يختلف طولهم عن متوسط الطول بالزيادة أو النقصان.

وهناك أنوع عدة من مقاييس النزعة المركزية أهمها: المتوسط الحسابي (الوسط الحسابي)، الوسيط، المنوال، الوسط الهندسي، الوسط التوافقي، الوسط التربيعي وهو نادر الاستخدام.

وأشهر مقاييس النزعة المركزية هي: المتوسط والوسيط والمنوال، ويجب أن تتوافر في هذه المقاييس بعضاً من الصفات الآتية:

- أن يعتمد المقياس في حسابه على كل المشاهدات
- أن يكون المقياس سهل الحساب والفهم
- أن يتوفر فيه القابلية للتعامل الجبري
- ألا يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة

ولا تتوافر كل الصفات السابق ذكرها في مقياس واحد ولكن كل مقياس من هذه المقاييس يفضل استخدامه في حالات معينة ولا يفضل استخدامه في حالات أخرى، والجدول الآتي يبين توفر الصفات السابقة في كل مقياس من مقاييس النزعة المركزية:

الجدول (1) الصفات المتوفرة في كل مقياس من مقاييس النزعة المركزية

المقياس / الخاصية	المتوسط	الوسيط	المنوال
يعتمد في حسابه على كل المشاهدات	✓	×	×
المقياس سهل الفهم والحساب	✓	✓	✓
تتوفر فيه القابلية للتعامل الجبري	✓	✓	✓
لا يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة	×	✓	✓

وفيما يأتي وصف وتوضيح لكل مقياس من هذه المقاييس:

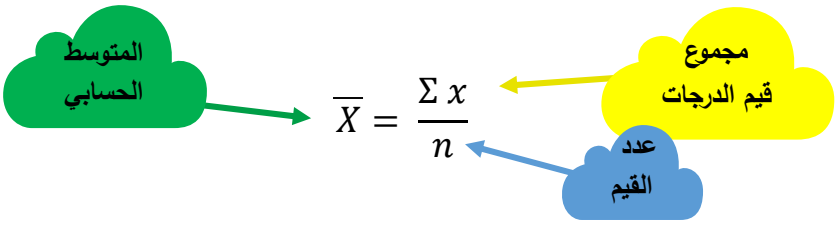
أولاً-المتوسط الحسابي (Mean):

هو أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداماً ويساوي مجموع القيم على عددها ويرمز له بـ $\overline{X}$ (اكس بار) للعينة و M للمجتمع، وتعتمد طريقة حساب المتوسط الحسابي على نوعية البيانات إن كانت مبوبة في فئات أو غير مبوبة في فئات.

-حساب المتوسط الحسابي:

1-حساب المتوسط الحسابي من الدرجات مباشرة للبيانات غير المبوبة:

يحسب المتوسط الحسابي من الدرجات مباشرة وذلك بقسمة مجموع هذه الدرجات على عددها. ولا يشترط أن يكون المتوسط الحسابي عدداً صحيحاً، وذلك وفق المعادلة الآتية:



مثال 1: احسب المتوسط الحسابي لعلامات أحد الطلاب في خمس مواد دراسية وهذه العلامات هي: 70، 75، 88، 81، 86.

$$\overline{X} = \frac{\Sigma X}{n} = \frac{70 + 75 + 88 + 81 + 86}{5} = \frac{400}{5} = 80$$

أي متوسط علامات الطالب في المواد الخمسة هو 80.

2-حساب المتوسط من تكرار الدرجات غير المبوبة في فئات:

ويُحسب وفق القانون الآتي:

$$\overline{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

حيث Σf: مجموع التكرارات ويساوي عدد الأفراد

Σfx : مجموع حاصل ضرب الدرجة بالتكرار المقابل لها.

لحساب المتوسط في هذه الحالة لابد من حساب عدد الأفراد Σf، كذلك لابد من ضرب كل درجة بتكرارها، ثم جمع حاصل ضرب الدرجة في التكرار.

مثال 2: احسب المتوسط الحسابي لدرجات 30 طالباً في مادة الإحصاء وفق الآتي:

الجدول (2) درجات مجموعة من الطلبة في مادة الإحصاء

الدرجات X	التكرار f	الدرجة × التكرار fX
90	4	360
88	5	440
82	3	246
80	4	320
77	6	462
75	5	375
65	3	195
	$\Sigma f = 30$	Σfx =2398

1 2 3

4 $\overline{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{2398}{30} = 79.93$

3-حساب المتوسط من فئات القيم:

لحساب المتوسط الحسابي بهذه الطريقة يتم إتباع الخطوات الآتية:

أ- إيجاد مراكز الفئات x_i.

ب-ضرب مركز كل فئة بالتكرار المناظر.

ت-إيجاد مجموع حاصل ضرب مراكز الفئات بالتكرارات المناظرة.

ث-التعويض بالقانون الآتي:

$$\overline{X} = \frac{\Sigma(x_i f)}{\Sigma f}$$

حيث $\overline{X}$: المتوسط الحسابي

$\Sigma(xif)$: مجموع حاصل ضرب مركز الفئة بتكرارها

Σf : مجموع التكرارات (حجم العينة)

مثال 3: فيما يأتي بيانات لدرجات (40) طالباً في مادة اللغة العربية والمطلوب حساب المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب:

1-إيجاد مركز الفئة

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى+الحد الأعلى}}{2}$$

2-ضرب مركز كل فئة بالتكرار المقابل

الجدول (3) التوزيع التكراري لفئات درجات الطلاب في مادة اللغة العربية

الفئات	التكرار f	مركز الفئة X_i	مركز الفئة ×التكرار fX_i
10-20	1	15	15
20-30	3	25	75
30-40	4	35	140
40-50	3	45	135
50-60	11	55	605
60-70	7	65	455
70-80	5	75	375
80-90	4	85	340
90-100	2	95	190
المجموع	$\Sigma f = 40$		$\sum x_i f = 2330$

3-مجموع حاصل ضرب مراكز الفئات بالتكرارات المقابلة

4-نعوض بالقانون الآتي:

$$\overline{X} = \frac{\Sigma(x_i f)}{\Sigma f} = \frac{2330}{40} = 58.25$$

وتسمى الطريقة السابقة في حساب المتوسط الحسابي بالطريقة أو الأسلوب المباشر، ومن طرائق حساب المتوسط الحسابي أيضاً أسلوب الانحرافات، وأسلوب الانحرافات المختصرة.

-خواص المتوسط الحسابي:

1- يستخدم المتوسط للبيانات الكمية (فئوية أو نسبية) كالذكاء والتحصيل والوزن والطول ولا يستخدم للبيانات الوصفية (اسمية، ترتيبية) كالجنس ومكان الإقامة والمؤهل العلمي.

2- قابل للعمليات الجبرية، ويدخل في حساب مقاييس أخرى كثيرة.

3- تدخل جميع القيم في حسابه.

4- يعطى قيمة وحيدة لمجموعة القيم.

5- مجموع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي يساوي صفراً.

وللتحقق من هذه الخاصية نأخذ المثال الآتي:

مثال 4: ليكن لدينا البيانات الآتية: (2، 4، 4، 9، 1)

خطوات الحل:

أ-نحسب المتوسط وفق القانون الآتي:

$$\overline{X} = \frac{\Sigma X}{n} = \frac{2+4+4+9+1}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

ب-نحسب انحراف كل درجة عن متوسطها ثم نحسب مجموع الانحراف كما يأتي:

الجدول (4) انحراف كل درجة عن المتوسط

X	d
2	2 − 4 = −2
4	4 −4 = 0
4	4 −4 = 0
9	9 − 4 = 5
1	1 − 4 = −3
$\overline{X} = 4$	5 − 5 = 0

d: انحراف الدرجة عن المتوسط

لاحظ أن: مجموع انحرافات الدرجات عن المتوسط يساوي صفراً

6- يتأثر المتوسط بالقيم المتطرفة أو الشاذة، ويقال بأن مفردة ما متطرفة إذا كانت كبيرة جداً أو صغيرة جداً مقارنة ببقية المفردات.

مثال 5: لتكن لدينا القيم الآتية والتي تمثل درجات خمس طلاب في مادة التاريخ:

16	14	11	10	9

$$\overline{X} = \frac{\Sigma X}{n} = \frac{60}{5} = 12$$

ولتكن لدينا القيم الآتية والتي تمثل درجات خمس طلاب في مادة الجغرافية:

40	14	11	10	9

قيمة متطرفة

$$X = \frac{\Sigma X}{n} = \frac{84}{5} = 16.8$$

ولتكن لدينا القيم الآتية والتي تمثل درجات خمس طلاب في مادة التربية الوطنية:

16	14	11	10	1

قيمة متطرفة

$$X = \frac{\Sigma X}{n} = \frac{52}{5} = 10.4$$

يلاحظ أن المتوسط في مادة الجغرافية قد ازداد زيادة واضحة عن متوسط درجات الطلاب في مادة التاريخ نظراً لوجود قيمة متطرفة في الجغرافية وهي الدرجة 40، كما يلاحظ أن المتوسط في مادة التربية الوطنية قد نقص عن متوسط درجات الطلاب في مادة التاريخ نظراً لوجود قيمة متطرفة في التربية الوطنية وهي الدرجة 1 في حين كانت باقي الدرجات متطابقة، لهذا في حال وجود قيم متطرفة يفضل استخدام الوسيط.

7- لا يمكن حساب المتوسط في حال الجداول ذات الفئات الحدية المفتوحة، والفئة المفتوحة هي الفئة التي لا يعرف أحد حديها (الأعلى أو الأدنى).

ثانياً-الوسيط Median

وهو المقياس الثاني من مقاييس النزعة المركزية، **ويعرّف الوسيط بأنه: تلك القيمة التي تتوسط توزيع مجموعة قيم مرتبة تصاعدياً بحيث يسبقها نصف القيم ويليها النصف الآخر، أو القيمة التي يقع تحتها أو يقل عنها (50%) من القيم، وذلك بعد أن يتم ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً**. يعتمد حساب الوسيط على **عدد الدرجات** سواء كان فردياً أم زوجياً. ويرمز له اختصاراً **(Med)**.

-حساب الوسيط:

1-حساب الوسيط للبيانات غير المبوبة:

أ-حساب الوسيط عندما يكون عدد القيم فردياً:

مثال 6: لدينا القيم الآتية: 9، 8، 12، 7، 13 والمطلوب أوجد الوسيط.

خطوات الحل:

1-ترتب القيم ترتيباً تصاعدياً كما يأتي: 7، 8، 9، 12، 13

2-نبحث بعد ذلك عن النقطة التي تنصف هذه الدرجات فنرى أنها تقع تماماً عند الدرجة 9 لأن عدد الدرجات التي تسبقها 2 وهي 7،8 وعدد الدرجات التي تليها 2 وهي 12،13.

3-يمكن أن نحدد الوسيط أيضاً من خلال حساب رتبة الوسيط أو ترتيب الوسيط وفق القانون الآتي:

$$\text{رتبة الوسيط} = \frac{n+1}{2}$$

ويرمز لعدد الدرجات بـ n

$$\text{رتبة الوسيط} = \frac{5+1}{2} = 3$$

والدرجة الثالثة هي **9**.

ونلخص الخطوات السابقة كما يأتي:

- نرتب الدرجات ترتيباً تصاعدياً.
- عدد الدرجات 5
- ترتيب الوسيط = $\frac{5+1}{2}$ = 3
- إذن الدرجة الوسطى هي 9

ب-حساب الوسيط عندما يكون عدد القيم زوجياً:

مثال 7: لدينا القيم الآتية: 9، 8، 12، 7، 13، 5 والمطلوب أوجد الوسيط

خطوات الحل:

1-ترتب القيم ترتيباً تصاعدياً كما يأتي: 5، 7، 8، 9، 12، 13

2-نحدد الوسيط أيضاً من خلال حساب رتبة الوسيط وذلك وفق القانون الآتي:

$$\textbf{رتبة الوسيط} = \frac{n}{2}$$

ويرمز لعدد الدرجات بـ n

$$\text{رتبة الوسيط} = \frac{6}{2} = 3$$

الدرجة التي ترتيبها الثالث من الطرف الأول اليمين لتدريج الدرجات هي 8.

الدرجة التي ترتيبها الثالث من الطرف الثاني اليسار لتدريج الدرجات هي 9.

فيكون الوسيط هو متوسط العددين 8 و9.

$$\text{الوسيط (med)} = \frac{8+9}{2} = 8.5$$

2-حساب الوسيط من فئات القيم (الفئات المغلقة والفئات المفتوحة):

ويتم حساب الوسيط وفق الخطوات الآتية:

1- نحسب التكرار المتجمع الصاعد.

2- نحسب ترتيب الوسيط وهو يساوي $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{2}$ أي $\frac{\Sigma f}{2}$

3- نبحث في حقل **التكرار التجميعي الصاعد** عن قيمة ترتيب الوسيط فإذا لم نجدها نأخذ الأكبر منها مباشرة.

4- نحسب الوسيط وفق المعادلة الآتية:

$$\textbf{الوسيط=الحد الأدنى لفئة الوسيط+}\left(\frac{\text{رتبة الوسيط-التكرار التجميعي لفئة ما قبل الوسيط}}{\text{تكرار فئة الوسيط}}\right)\times \textbf{طول فئة الوسيط}$$

أي $$Med=Lme+\left(\frac{\frac{\Sigma F}{2}-F\uparrow}{Fme}\right) x\ Cme$$

حيث Lme الحد الأدنى لفئة الوسيط

Σf مجموع التكرارات (عدد الأفراد)

$f\uparrow$ التكرار التجميعي الصاعد لفئة ما قبل الوسيط

$f\ me$: تكرار فئة الوسيط

Cme: طول فئة الوسيط

ملاحظة: نظراً لأن الوسيط لا يتأثر بالفئات المفتوحة فإنه يمكن أن نحسب الوسيط من الفئات المفتوحة.

مثال 8: لتكن لدينا بيانات لدرجات 20 تلميذاً في مادة الرياضيات، والمطلوب أوجد الوسيط.

الجدول (5) حساب الوسيط لدرجات 20 تلميذاً في مادة الرياضيات

فئات القيم	f	$f\uparrow$
6−10	2	2
10−14	3	5
14−18	4	9
18−22	5	14
22−26	3	17
26−30	3	20
	Σf =20	

فئة الوسيط

الحل:

لحساب الوسيط من الفئات نتبع الخطوات الآتية:

1- نحسب التكرار المتجمع الصاعد f↑.

2- حسب ترتيب الوسيط وهو يساوي $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{2}$ أي $\frac{\Sigma f}{2} = \frac{20}{2} = 10$

3- نبحث في حقل التكرار التجميعي الصاعد عن قيمة ترتيب الوسيط (10) فإذا لم نجدها نأخذ الأكبر منها مباشرة وهي هنا (14) فنجد أن فئة الوسيط هي الفئة (18−22) المقابلة للتكرار التجميعي الصاعد 14 لأن التكرار التجميعي للفئة التي تسبقه 9 وهو أقل من 10.

4- نحسب الوسيط وفق المعادلة الآتية

$$\text{الوسيط}=\text{الحد الأدنى لفئة الوسيط}+\left(\frac{\text{رتبة الوسيط}-\text{التكرار التجميعي لفئة ما قبل الوسيط}}{\text{تكرار فئة الوسيط}}\right)\times \text{طول فئة الوسيط}$$

أي أن $Med = Lme + \left(\frac{\frac{\Sigma F}{2} - F\uparrow}{Fme}\right) XCme$

حيث Lme الحد الأدنى لفئة الوسيط = 18

Σf مجموع التكرارات (عدد الأفراد) = 20

$f\uparrow$ التكرار التجميعي الصاعد لفئة ما قبل الوسيط = 9

$f\ me$: تكرار فئة الوسيط = 5

C : طول فئة الوسيط = 4

وبتطبيق هذه المعادلة نحصل على

$$Med = 18 + \frac{10-9}{5} \times 4$$

$$Med = 18 + \frac{1}{5} \times 4$$

$$Med = 18 + \frac{4}{5}$$

$$Med = 18 + 0.80$$

$$\mathbf{Med = 18.80}$$

خواص الوسيط:

1- يفضل استخدام الوسيط في حالة المتغيرات الترتيبية (مثل الصف الدراسي، المؤهل العلمي) لذلك يناسب المستوى الترتبي من مستويات القياس.

2- لا يتأثر الوسيط بالقيم المتطرفة أو الشاذة لذلك يفضل استخدامه في وصف المتغيرات الكمية التي توجد فيها مثل هذه القيم، كما هي الحال مع بيانات الدخل.

3- يستخدم في حال وجود الفئات المفتوحة.

4- يتحدد بعدد البيانات وليس بقيمتها.

5- يستخدم في حال الفئات غير المتساوية في أطوالها.

6- يعتمد الوسيط في حسابه على قيمة واحدة أو قيمتين، وعلى فئة واحدة في حال الفئات، وبالتالي لا يأخذ جميع القيم في حسابه.

ثالثاً-المنوال Mode

يعرّف المنوال أنّه: القيمة الأكثر تكراراً أو الأكثر شيوعاً بين القيم، أي القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها، ويرمز له بـ Mod.

يستخدم المنوال في جميع مستويات القياس (الاسمي الترتيبي، الفئوي، النسبي)، ويستخدم كذلك في الفئات المغلقة والفئات المفتوحة.

-حساب المنوال:

1-حساب المنوال للبيانات غير المبوبة:

مثال 9: أوجد المنوال للقيم الآتية التي تمثل أعمار مجموعة من الموظفين:

27 – 26 – 26 – 29 – 29 – 29 – 28 – 28 – 31 – 30

يلاحظ أن المنوال (العمر الأكثر تكراراً) هو 29، بمعنى أن غالبية الموظفين هم من عمر 29

في حال كانت البيانات على الشكل الآتي:

27 – 26 – 26 – 26 – 29 – 29 – 29 – 28 – 28 – 31 – 30

يلاحظ وجود منوالين (29، 26).

ملاحظة: يمكن أن يوجد أكثر من منوال في مجموعة القيم، إذا تكرر بعض الفئات بالدرجة نفسها. فيسمى عندها **بالتوزيع متعدد المنوال.**

2-حساب المنوال من فئات القيم (الفئات المغلقة والفئات المفتوحة):

هناك أساليب عدة لحساب المنوال وسوف نقتصر هنا على أسلوب الفروق.

يتم حساب المنوال وفق الخطوات الآتية:

1-نحدد فئة المنوال وهي الفئة المقابلة لأعلى تكرار.

2-نحسب المنوال وفق المعادلة الآتية:

$$Mod=Lmo+\frac{\Delta 1}{\Delta 1+\Delta 2}\times C_{m0}$$

حيث Mod: المنوال

Lmo : الحد الأدنى لفئة المنوال

$\Delta 1$: تكرار فئة المنوال – تكرار الفئة التي قبلها

$\Delta 2$: تكرار فئة المنوال – تكرار الفئة التي تليها

C_{m0}: طول فئة المنوال

بالعودة إلى المثال السابق (8):

الجدول (6) حساب المنوال لدرجات 20 تلميذاً في مادة الرياضيات

فئات القيم	f
6−10	2
10−14	3
14−18	4
18−22	5
22−26	3
26−30	3
	$\Sigma f = 20$

فئة المنوال (ذات التكرار الأعلى)

الحل:

1−نحدد فئة المنوال وهي في المثال السابق الفئة (18−22) المقابلة لأعلى تكرار وهو 5

2−نحسب المنوال وفق المعادلة الآتية:

$$Mo = Lmo + \frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2} \times C_{m0}$$

حيث Mo : المنوال

Lmo : الحد الأدنى لفئة المنوال وهو 18

$\Delta 1$: تكرار فئة المنوال – تكرار الفئة التي قبلها أي $5 - 4 = 1$

$\Delta 2$: تكرار فئة المنوال – تكرار الفئة التي تليها أي $5 - 3 = 2$

C_{m0} طول فئة المنوال = 4

نعوض بالقيم:

$$Mod = 18 + \frac{1}{1+2} \times 4$$

$$= 18 + \frac{4}{3}$$

$$= 18 + 1.33$$

$$\mathbf{Mod = 19.33}$$

<u>−خواص المنوال:</u>

1− يستخدم المنوال في جميع أنواع المتغيرات سواء كانت كمية أو نوعية، وهو المقياس الوحيد المستخدم في وصف البيانات التي يمكن قياسها على المستوى الاسمي.

2− يفضل استخدام المنوال في حال وجود فئات مفتوحة.

3- لا يتأثر المنوال بالقيم المتطرفة أو الشاذة.

4- يمتاز بسهولة حسابه.

5- قد يوجد أكثر من منوال في مجموعة القيم، إذا تكرر بعض الفئات بالدرجة نفسها. فيسمى عندها بالتوزيع متعدد المنوال.

مقاييس النزعة المركزية ومستويات القياس:

إن تحديد مستويات القياس للبحث يعد أمراً هاماً للباحث الذي يقوم بتنفيذه ليتسنى له اختيار الأسلوب الإحصائي المناسب لوصف المتغير من جهة، وللإجابة عن أسئلة بحثه من جهة أخرى.

ويبين الجدول الآتي مدى ملائمة كل من مقاييس النزعة المركزية لكل مستوى من مستويات القياس.

الجدول (8) مقاييس النزعة المركزية ومستويات القياس

	الاسمي	الترتيبي	الفئوي	النسبي
المتوسط			******	******
الوسيط		******	******	******
المنوال	******	******	******	******

وتجدر الملاحظة أن المنوال هو المقياس الوحيد المستخدم في جميع مستويات القياس، في حين أن المستويين الفئوي والنسبي يمكن وصفهما بجميع مقاييس النزعة المركزية.

فوائد مقاييس النزعة المركزية:

تتلخص أهم الفوائد التطبيقية لمقاييس النزعة المركزية في:

1- المعايير: تعتمد المعايير على المتوسط، ولهذا ينسب طول الفرد مع متوسط طول من هم في عمره، كذلك يقاس ذكاء الفرد بالنسبة لمتوسط ذكاء أقرانه وبمدى انحرافه عن هذا المعيار زيادة أو نقصاناً.

2- المقارنة: تستخدم المتوسطات لمقارنة مجموعة من الأفراد بمجموعة أخرى، من مثل مقارنة متوسط درجات الطلاب في مادة ما بمتوسط درجات نظرائهم في صف آخر. على أن تتم المقارنة للمجموعات المتجانسة من حيث بعض الصفات من مثل: المهنة، العمر، الصف الدراسي، حتى تصبح نتائجها صحيحة.

3- هذا ويصلح الوسيط والمنوال للأغراض نفسها التي يصلح لها المتوسط ويجري استخدام الوسيط بدلاً عن المتوسط في حال البيانات الكمية الترتيبية، أما المنوال فيستخدم بدلاً من المتوسط في البيانات الاسمية.

وفيما يأتي جدول يبين حالات استخدام كل من المتوسط والوسيط والمنوال:

الجدول (7) حالات استخدام كل من المتوسط والوسيط والمنوال

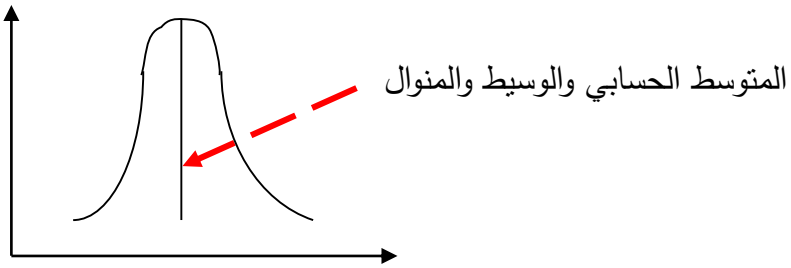
المتوسط	الوسيط	المنوال
-يستخدم إذا كان التوزيع متماثلاً تقريباً. -إذا كان الاهتمام منصباً على القيمة العددية لجميع البيانات أي المجموع الكلي.	- يستخدم إذا كان التوزيع ملتوياً. - يستخدم في حال الرغبة في إيجاد قيمة ممثلة، أي قيمة نموذجية بدلاً من الاهتمام بالمجموع الكلي. - في حال فقدان بعض القيم وعرف ترتيبها، بحيث لا يمكن حساب المتوسط مباشرة.	- يستخدم إذا كان التوزيع متعدد المنوالات

العلاقة بين المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال (علاقة بيرسون):

1- إذا كان التوزيع التكراري متماثلاً وله قيمة واحدة وشكله يشبه شكل الجرس (التوزيع الطبيعي أو الاعتدالي) وتتساوى فيه قيم المتوسط والوسيط والمنوال، أي:

المتوسط = الوسيط = المنوال

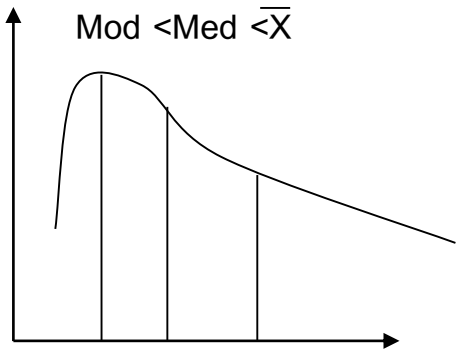
$$\overline{X} = Med = Mod$$



الشكل (1) توزيع تكراري متماثل (المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال)

2- ولكن عندما يختل التماثل يبقى المنوال واقعاً تحت قمة التوزيع كونه يمثل التكرار الأعلى، ويبتعد المتوسط عن المنوال باتجاه الالتواء ويقع الوسيط بينهما، وقد يكون المنحني ملتوي نحو اليمين (التواء موجب)، ويكون المتوسط أكبر من الوسيط والمنوال، كما يتضح من الشكل الآتي.

المتوسط > الوسيط> المنوال



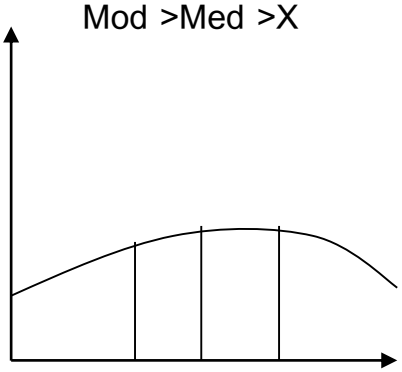
المتوسط > الوسيط> المنوال

الشكل (2) توزيع ملتوٍ ناحية اليمين

3- وقد يكون المنحني ملتوي نحو اليسار (التواء سالب)، ويكون المتوسط أصغر من الوسيط والمنوال، كما يتضح من الشكل الآتي:

المنوال > الوسيط> المتوسط

$Mod > Med > \overline{X}$



المنوال > الوسيط> المتوسط

الشكل (3) توزيع ملتوٍ ناحية اليسار

وقد تمكن الإحصائيون من إيجاد علاقة تقريبية بين مقاييس النزعة المركزية الثلاثة: المتوسط والوسيط والمنوال. وتستخدم هذه العلاقة عندما يتعذر استخراج إحداها، كما يحدث عندما يراد إيجاد المتوسط الحسابي في جدول تكراري مفتوح، وهذه العلاقة تسمى علاقة بيرسون ويمكن توضيحها على النحو الآتي:

المتوسط– المنوال =3 (المتوسط – الوسيط)

$$\overline{X} - Mod = 3(\overline{X} - Med)$$

أي أن الفرق بين المتوسط الحسابي والمنوال يعادل ثلاثة أمثال الفرق بين المتوسط الحسابي والوسيط، ويمكن من هذه العلاقة الحصول على أي قيمة من هذه المقاييس إذا عرف اثنان.

في المثال السابق رقم (8) عند حساب الوسيط كانت قيمته (18.80)، وكان المنوال (19.33)، والمطلوب حساب المتوسط الحسابي وفق علاقة بيرسون يساوي:

المتوسط– المنوال =3 (المتوسط – الوسيط)

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{(3\ \text{الوسيط}) - (\text{المنوال})}{2} = \frac{(19.33) - (18.80 \times 3)}{2} = \frac{19.33 - 56.4}{2} = \frac{37.07}{2} = \mathbf{18.53}$$

نجد أن المتوسط أصغر من الوسيط والمنوال ومنه فإن التوزيع ملتوٍ نحو اليسار (التواء سالب).

ملاحظات هامة:

- المتوسط الحسابي أدق المقاييس الثلاثة لأنه يأخذ في الحسبان جميع فئات التوزيع، يليه الوسيط، وأخيراً المنوال لأن طرائق حسابه تقريبية.
- عادة ما تكون قيم مقاييس النزعة المركزية قريبة من بعضها البعض.