6.2. المجموعات وتقديم المفاهيم الأولية:

يحتاج الأطفال إلى أسلوب بسيط وممتع لتعلم مفهوم الأعداد، وقد بينت الأبحاث التربوية أن استخدام المجموعات هو الطريقة المناسبة لتعليم الأطفال، وذلك بما يتناسب مع العمر الزمني والعقلي لديهم.

وتؤكد نتائج أبحاث بياجيه أن تطور مفهوم الأعداد يسير ملازماً لتطور مفهوم المجموعة عند الأطفال، وهذا يدل على وجود علاقة قوية بين نمو مفهوم الأعداد والنمو في التفكير المنطقي عندهم، ويعد تصنيف الأشياء التي تقدم للأطفال على شكل مجموعات تتكون من عناصر حسية أو شبه حسية، هي الأساس لتطور المفاهيم الرياضية عند الأطفال. (أبو زينة وعبابنة، 1997، 65)

لذا فإن مفهوم العدد عند التلميذ ينبغي أن يقوم على الخبرات الآتية:

6.2. 1. المجموعات والتصنيف:

يُقصد بالتصنيف تجميع الأشياء معاً في مجموعات حسب خاصية واحدة مشتركة تتميز بها هذه الأشياء مثل اللون، أو الشكل، أو الحجم، إذ تعد قدرة الطفل على التصنيف إحدى المؤشرات المهمة على اكتساب المفهوم الرياضي. (أبو زينة وعبابنة، 1997، 65)

ويمكن الاستعانة بالكرات البلاستيكية أو قطع الكرتون أو الأشكال الهندسية أو البلاستيكية لتوضيح ذلك، وكلما كانت هذه الأشياء حسية ساعدت الأطفال على الفهم واكتساب الخبرات. (رواشده وآخرون، 2003، 180)

وينبغي أن نقدم للأطفال خبرات رياضية منظمة ترتكز على تصنيف الأشياء الحسية أو شبه الحسية حسب خاصية محددة كالشكل، أو اللون، أو الحجم، حتى يألف الطفل مفهوم المجموعة، والمعلم المتفهم لمراحل النمو عند الأطفال يراعي خصائص هذه المراحل أثناء التخطيط للنشاطات التدريسية المختلفة، فمثلاً في البداية يطلب من الأطفال تجميع الأشياء حسب صفة واحدة مثل اللون، وهذا التجميع يسمى التصنيف البسيط

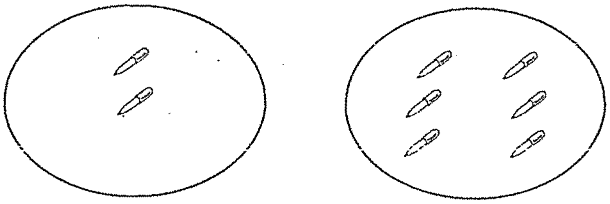
مثل صور لمثلثات بألوان مختلفة، ثم يطلب تجميع الأشياء حسب خاصيتي اللون والشكل معاً، كصور لمثلثات أو دوائر أو مربعات بألوان متعددة.(أبو زينة وعبابنة، 1997، 66)

2 . 6 . 2 . المجموعات والترتيب:

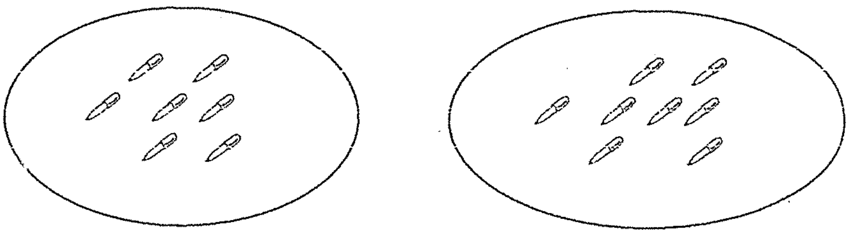
يوجد الكثير من المفاهيم الرياضية التي تُستخدم في الترتيب، مثل: أكثر من، أقل من، بقدر، أكبر من، أصغر من، يساوي. (السلطاني، 2002، 138)

المجموعة وتقديم مفهوم أكثر من وأقل من: (أبو زينة وعبابنة، 1997، 66، 68)

لا يستطيع الطفل في بعض المواقف التدريسية البسيطة أن يحكم على أي المجموعتين تحتوي على عناصر أكثر، فمثلاً لو عرضنا الصورتين الآتيتين:



يستطيع الطفل هنا القول بأن الصورة الأولى فيها أكثر من الصورة الثانية، وذلك اعتماداً على حاسة البصر بالدرجة الأولى، أما لو غيرنا عدد عناصر المجموعتين، كما في الشكل:



فإن الطفل لا يستطيع أن يحدد أي المجموعتين أكبر من خلال الاعتماد على حاسة البصر فقط.

وتعد أنسب طريقة للمقارنة بين عدد عناصر مجموعتين من حيث الكثرة هو تقديم مفهوم أكثر من أو أقل من، من خلال عملية التناظر الأحادي بين المجموعات، أو ما يسمى علاقة واحد لواحد بين المجموعات، وتتلخص هذه الطريقة كما يأتي:

1. تُقدم مجموعتان للطفل.

2. يُطلب من الطفل عمل مزاوجة (رسم خطوط) بين عناصر المجموعتين في الحالات الآتية:

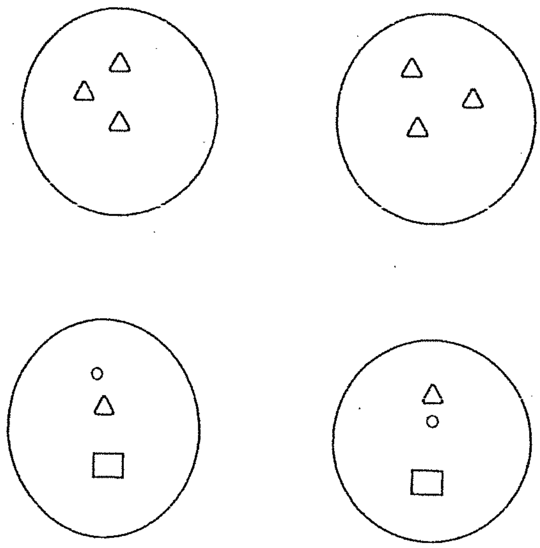
أ. المجموعتان لهما العناصر نفسها.

ب. المجموعتان تحتويان نفس النوع من العناصر، ولكن عدد عناصر المجموعة الأولى أكثر من عدد عناصر المجموعة الثانية.

ج. المجموعتان تحتويان نفس النوع من العناصر، ولكن عدد عناصر المجموعة الأولى أقل من عدد عناصر المجموعة الثانية.

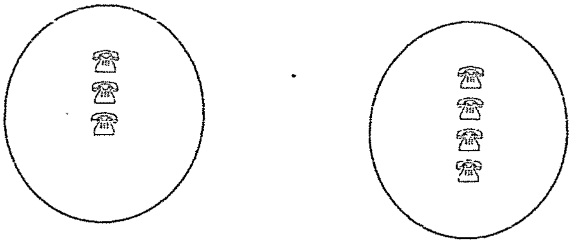
نشاط:

صل بخط بين كل عنصرين لهما الشكل نفسه في الشكلين الآتيين:



نشاط:

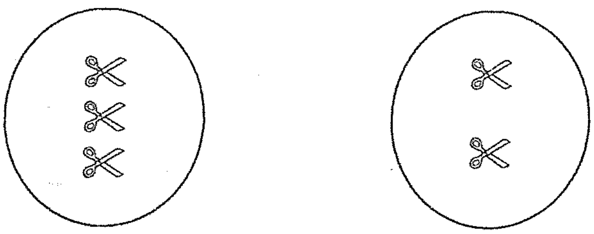
صل بخط بين كل عنصر في المجموعة الأولى مع نظيره في المجموعة الثانية، وأي المجموعتين تحتوي على عناصر أكثر؟



المجموعة الأولى — المجموعة الثانية

نشاط:

صل بخط بين كل عنصر في المجموعة الأولى مع نظيره في المجموعة الثانية، وأي المجموعتين تحتوي على عناصر أكثر؟



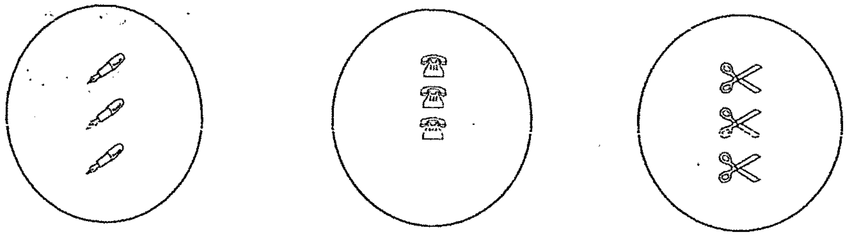
وبالطريقة السابقة نفسها يقدم المعلم للأطفال مفهوم (أقل من) بعد تيقنه من أن الأطفال أصبحوا قادرين على تحديد المجموعة التي تحتوي على عدد أكثر من العناصر، كما يمكن تقديم الأمثلة السابقة عندما تكون المجموعتان مختلفتين في نوعية العناصر، وعدد العناصر في المجموعة الأولى يختلف عن عدد العناصر في المجموعة الثانية.

ويجب الانتباه إلى ضرورة عدم الخلط بين المفاهيم (أكثر من، أقل من ، بقدر) بمفاهيم (أكبر من، أصغر من، يساوي)، إذ إن الأولى تُستخدم للمقارنة بين المجموعات، في حين أن الثانية تُستخدم للمقارنة بين الأعداد. (السلطاني، 2002، 141)

2 . 7 . المجموعات وتعليم مفاهيم الأعداد:

يُمكن تقديم مفاهيم الأعداد والعمليات عليها من خلال المجموعات، فمفهوم أي عدد يمكن تقديمه عن طريق عرض صور لمجموعات تشتمل على العدد نفسه من العناصر والمزاوجة بينها، فمفهوم العدد 3، مثلاً، يُقدم عن طريق عرض مجموعات تحتوي كل منها على ثلاثة عناصر، واستخدام فكرة المزاوجة (المقابلة) بين عناصرها، فيستقر في ذهن الطفل أن مفهوم العدد 3 هو الفكرة التي تربط بين هذه المجموعات، أما الرمز (3) فينبغي التأكيد على أنه مصطلح يدل على العدد ثلاثة وليس هو العدد.(أبو سل، 1999، 92)

ويمكن توضيح ذلك من خلال الشكل الآتي: (أبو زينة وعبابنة، 1997، 70)



ما يربط المجموعات الثلاث هو الصورة المجردة لمفهوم العدد ثلاثة، أما الرمز 3 فهو مصطلح يدل على العدد ثلاثة وليس هو العدد؛ فالعدد فكرة مجردة، ولكن يمكن أن نمثلها بعدد من الأشياء المحسوسة وبكتابة الرمز الدال عليها.

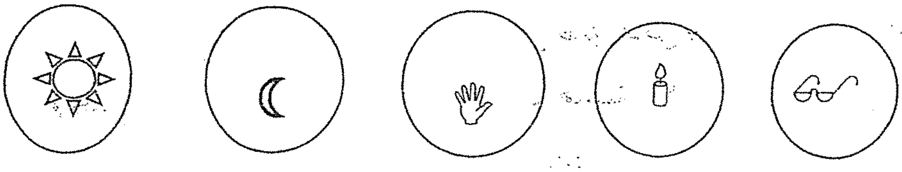
2 . 7 . 1 . مفهوم العدد 1:

يستحسن تقديم مفهوم العدد 1 للأطفال من خلال أمثلة واقعية من بيئة الطفل تمثل مجموعات تضم عنصراً واحداً بطبيعتها. ويمر هذا المفهوم بمراحل ثلاث: (السلطاني، 2002، 142)

1. في البداية يلفت المعلم نظر الأطفال إلى الأشياء التي يراها منفردة في بيئته، ويعطي لهم المجال لذكر هذه الأشياء، مثل أب، أم، شمس، قمر، يد، شمعة، نظارة.

ثم يحاول تجميع أمثلة أخرى من داخل الصف وذلك باستثارة الطفل بأسئلة مثل: كم معلماً في الصف؟ كم سبورة في الصف؟ كم باباً للصف؟

2. وبعد ذلك يقوم المعلم بعرض صور للمجموعات التي أُعطيت من قبلهم.



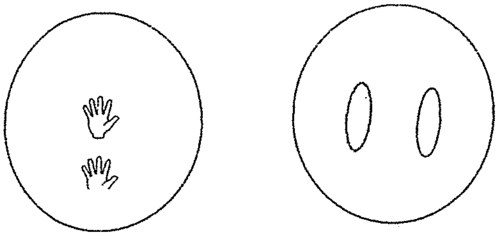
نظارة　　　شمعة　　　يد　　　قمر　　　شمس

3. يقوم المعلم وبمساعدة الأطفال بإعطاء تسمية للأشياء التي داخل المجموعات، فيقول نظارة واحدة، شمعة واحدة، يد واحدة، قمر واحد، شمس واحدة، ثم يقول لهم هذا هو مفهوم العدد واحد ورمزه 1، ويبدأ بتدريبهم عليه.

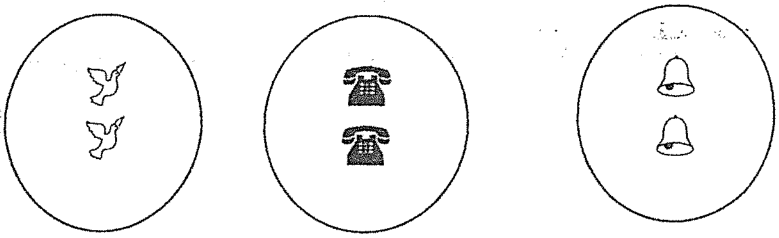
2.7.2. مفهوم العدد 2: (السلطاني، 2002، 143)

يمر تدريس مفهوم العدد 2 بثلاث مراحل:

1. تجميع أشياء أو أمثلة توجد على شكل زوجين اثنين مثل العيون، الأيدي، الأرجل، ..



2. يقوم المعلم بتصنيف الأشياء التي تُعطى ثم يعرض مجموعات ثنائية تحتوي على عنصرين اثنين كما في الشكل:

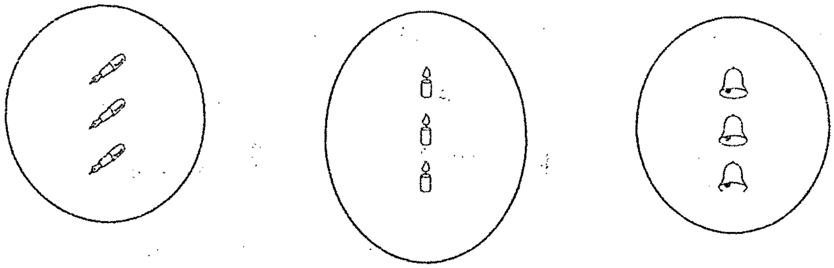


3. يقدم المعلم اسم المفهوم أو رمزه ويدرب التلاميذ على كتابة وإعطاء أمثلة أخرى.

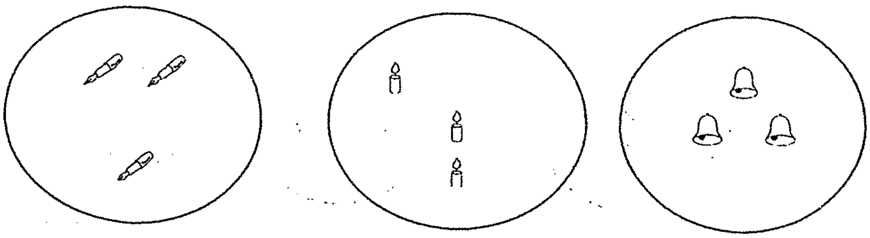
2.7.3. مفاهيم الأعداد 3, 4, 5: (أبو زينة وعبابنة، 1997، 66)

يتم تقديم مفاهيم الأعداد 3, 4, 5 عن طريق عرض مجموعات ثلاثية متكافئة، ثم مجموعات رباعية متكافئة، وبعدها مجموعات خماسية متكافئة. ويجب أن يُراعى هنا ضرورة عرض العناصر بطريقة منتظمة في المجموعات حتى يتمكن الطفل من اكتساب فكرة مفهوم العدد، ثم بعدها تُعرض العناصر بطريقة عشوائية، وهي ضرورية وخاصة عندما ننتقل بالطفل من مرحلة عد العناصر إلى مرحلة كتابة العدد الدال عليها، وفيمايأتي كيفية عرض العناصر في المجموعات الثلاثية بطريقة منتظمة وبطريقة عشوائية:

عرض منظم



عرض عشوائي

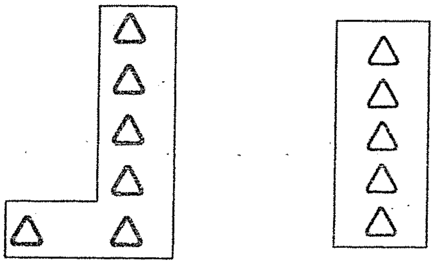


ويتم عرض المجموعات الرباعية المتكافئة والخماسية المتكافئة بطريقة العرض السابقة نفسها.

4.7.2. مفاهيم الأعداد من 9 – 6: (أبو زينة وعبابنة، 1997، 72، 73)

يتم تقديم الأعداد من 9 – 6 للأطفال عن طريق إضافة عنصر واحد إلى المجموعة التي تقل بعنصر واحد عن العدد الذي يسبقه مباشرة، فالعدد 6 يمكن تقديمه بمجموعة فيها عنصر واحد زيادة عن المجموعة التي تمثل العدد 5، على أن تُعرض أولاً العناصر في المجموعة بطريقة منتظمة حتى يدرك الطفل بسهولة مقدار الزيادة التي طرأت على المجموعة التي مثلت العدد السابق، ويتعرف على مقدار زيادة المجموعة الجديدة.

والشكل الآتي يمثل مجموعة تمثل العدد 5 وبجانبها مجموعة تمثل العدد 6، وعند عرضها على الطفل فإنه يستطيع بسهولة أن يلاحظ العنصر الزائد في المجموعة التي تمثل العدد 6.

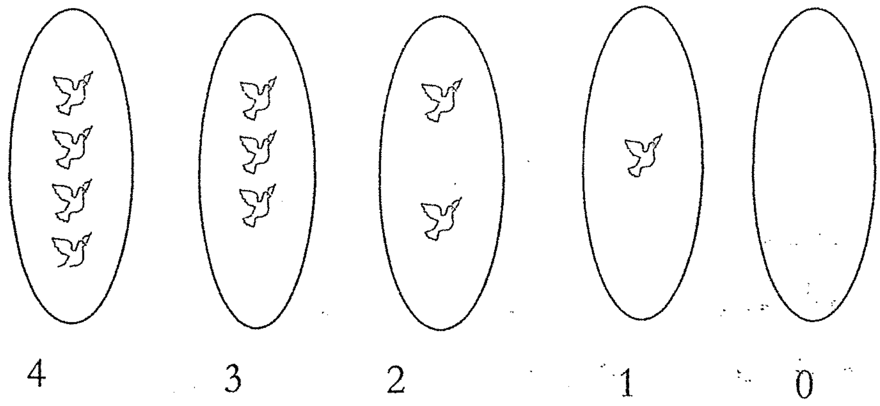


ويستطيع الطفل أن يدرك من خلال التناظر الأحادي بين المجموعتين، أن هناك عنصراً زائداً في المجموعة الثانية، أي إن المجموعة الثانية تزيد بمقدار عنصر واحد عن المجموعة الخماسية، ثم يطلب من الأطفال عد عناصر كل مجموعة، وعندما يصبح الأطفال قادرين على تحديد عناصر كل مجموعة وربط أسماء الأعداد (خمسة، ستة) في تناظر أحادي مع عدد العناصر في كل مجموعة، وبغض النظر عن طريقة عرض العناصر، فإن الأطفال يكونون قد اكتسبوا مفهوم العدد 6 ومفهوم العد. وتقدم مفاهيم الأعداد 9 ,8 ,7 بالطريقة السابقة نفسها التي تم فيها تقديم المفهوم 6.

2 . 7 . 5 . مفهوم العدد "صفر":(أبو زينة وعبابنة، 1997، 74)

تم تأجيل تقديم مفهوم الصفر إلى حين الانتهاء من تقديم الأعداد من 9–1، لأنه من السهل على الطفل إدراك الأشياء الموجودة، فعندما نسأله كم قلماً معك؟ يقول قلماً واحداً، أما إذا لم يكن معه قلماً فإن الإجابة ستكون أصعب عليه، كما أن الأعداد من 9 – 1 يمكن أن تُقدم للأطفال على شكل خبرات حسية أو شبه حسية يستطيع الطفل أن يتعامل ويتفاعل معها بعكس مفهوم الصفر.

وبعد التأكد من اكتساب الطفل لمفاهيم الأعداد من 9 – 1، نقدم له مفهوم العدد الصفر عن طريق تكرار حذف عنصر واحد من مجموعة تحتوي على عدد محدد من العناصر، فمثلاً تُعرض مجموعة تحتوي على أربعة عناصر، ثم يُسأل الأطفال عن عدد عناصر هذه المجموعة، ويُسجل العدد تحت المجموعة مباشرة، وبعدها تُعرض المجموعة نفسها بعد حذف عنصر واحد منها، ثم يُسأل الأطفال عن عدد عناصر هذه المجموعة الجديدة، ويسجل العدد تحت المجموعة مباشرة، ويستمر المعلم بالحذف بالطريقة السابقة نفسها حتى يتوصل إلى مجموعة لا تحتوي على أية عناصر كما في الشكل الآتي:



وهنا يسأل المعلم الأطفال: من منكم يعرف ما عدد عناصر هذه المجموعة ؟ وقد لا يحصل المعلم على الإجابة صفر، وعندها يبين للأطفال أن عدد عناصر هذه المجموعة يُعبر عنه بالصفر، ويكتب رمزه (0) تحت المجموعة مباشرة، وهنا يؤكد على الأطفال بأن الصفر يمثل عدد عناصر المجموعة الخالية.

ثالثاً . العمليات الأساسية على الأعداد

مقدمة:

يُعد موضوع العد الشغل الشاغل للأهالي عند نمو أطفالهم وقدرتهم على النطق، حتى أنهم قد يتسابقون فيما بينهم لتحديد الطفل الأكثر قدرة على العد، فيبدؤون بتلقينهم لفظ الأرقام من 1 إلى 5 بداية، ثم ينتقلون إلى الأعداد الأخرى. ولكن الصعوبة تأتي فيما بعد بكيفية تعليم الأطفال العمليات الأساسية على الأعداد، وخاصة الطرح والقسمة والضرب، لأن هذا بحاجة إلى أسلوب بسيط يتناسب مع نمو الأطفال وخصائصهم، فإذا أدرك الأهالي هذه الأساليب فقد يتمكنون من تعليمهم. ولا يقتصر هذا الأمر على الأطفال فقط، بل يشمل هذا المعلمين في المدارس، الذين من المفترض أنهم يتابعون تعليم الأطفال بعد مراعاة خلفيتهم المعرفية، وسيتم عرض كل ما يتعلق بهذا الموضوع من البداية.

2 . 8 . الخبرات الأولى في الجمع: (السلطاني، 2002، 153. 156)

العد: ويقصد به ربط الأشياء التي تتكون منها المجموعة بالأعداد أو الأرقام (إذ يربط العنصر الأول بالرقم "1" والعنصر الثاني بالرقم "2"......... وهكذا، ويتكون العد من:

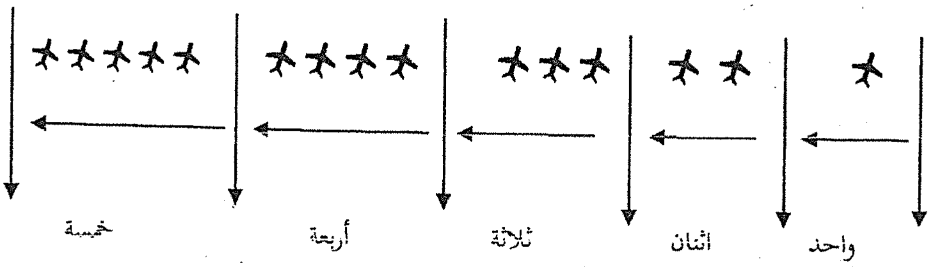
أ . **العد الآلي**: ويقصد به عد التلاميذ للأشياء حيث ينطق بالأرقام .....,1, 2, 3 دون أن يحس بمعنى لهذه الأرقام، وعليه فالعد الآلي هو تكرار أسماء الأعداد أو الأرقام دون أن تُربط بمعنى لها، وعلى المعلم أن يدرك خطورة هذه الحقيقة، ويبدأ معهم عد الأشياء بطريقة ذات مغزى ومعنى وهو العد العقلي.

ب . **العد العقلي**: ونقصد به أن يعد التلميذ الأشياء وهي في مجموعات متفاوتة من حيث العدد، بحيث يستطيع المطابقة بين العدد الذي يلفظ به وبين الأشياء الموجودة في البيئة حوله، فعندما يشير إلى شيء واحد ويلفظ (واحد) ثم إلى شيئين ويلفظ (اثنين) فعند ذلك يقوم بعد عقلي، ويجب أن يتعلم التلميذ العد العقلي منذ البداية باستخدام الأشياء كما هي ثم استخدام الصور لها ثم الخطوة المجردة.

وعند تعليم الأطفال العد يجب أن نتدرج في ذلك، فنبدأ في تعليم الأرقام من 1 إلى 9 على أن نعلم أولاً الأرقام 3 ,2 ,1 وبعد أن نتأكد من استيعاب التلميذ لهذه الأرقام ننتقل إلى خطوة لاحقة.

2 . 8 . 1 . تعلم العد:

يقصد بتعلم العد تعلم مجموعة من أسماء أعداد الأشياء وبالترتيب: واحد، اثنان، ....، ثم إجراء مقابلة بين أسماء الأعداد وعناصر مجموعة الأشياء المراد عدها كما في الشكل الآتي:



2 . 8 . 2 . مراحل تكوين أو استيعاب العدد:

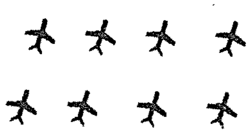
أ . مرحلة عدم الفهم لثبات العدد:

لا يدرك الطفل في هذه المرحلة أن عدد عناصر المجموعة يظل كما هو مهما حدث من تغيير في تنظيم العناصر وترتيبها.

ب . مرحلة الفهم الجزئي لثبات العدد: لا يتمكن الطفل في هذه المرحلة من الوصول إلى الفهم الكامل لمفهوم ثبات العدد، فلو عرضنا على الطفل مجموعتين من الطيارات معروضتين بالشكل الآتي:

المجموعة الأولى

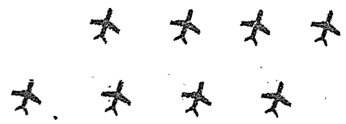
المجموعة الثانية



فإنه يوافق على أن المجموعتين لهما نفس عدد العناصر، ولكن بمجرد تغير المسافات بين كل طائرة (عنصر) وأخرى بالرغم من بقاء عدد العناصر في المجموعتين ثابت كما في الشكل:

المجموعة الأولى

المجموعة الثانية



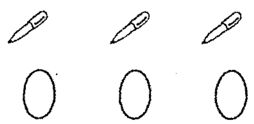
فإن الطفل يعتقد بوجود عناصر أكثر في المجموعة الثانية، وذلك لازدياد المسافة بين عناصر المجموعة الثانية.

ج. مرحلة تكافؤ المجموعات:

في هذه المرحلة يصل إدراك الطفل إلى مرحلة (التكافؤ بين مجموعتين)، وهي المرحلة التي تحوي فيها المجموعة الأولى عدد عناصر المجموعة الثانية نفسها، ويستطيع المعلم تنمية هذه المرحلة لدى الطفل من خلال أزواج من المجموعات المتكافئة (تحوي العدد نفسه) وتربطها علاقة معينة، أي الأمثلة من البيئة، مثلاً:

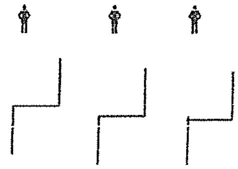
المجموعة الأولى ثلاثة أقلام

المجموعة الثانية ثلاثة مبارٍ



المجموعة الأولى ثلاثة تلاميذ

المجموعة الثانية ثلاثة كراسي



ويوضح المعلم مفهوم التقابل (واحد لواحد) كالآتي: كل قلم في مبراة، ويجلس كل تلميذ على كرسي.

وعند تنفيذ التلاميذ لهذه الأمثلة وتوصيل الخطوط للمقابلة يؤكد المعلم على المقابلة (الاقتران) بين عنصر من المجموعة الأولى بعنصر واحد من المجموعة الثانية.

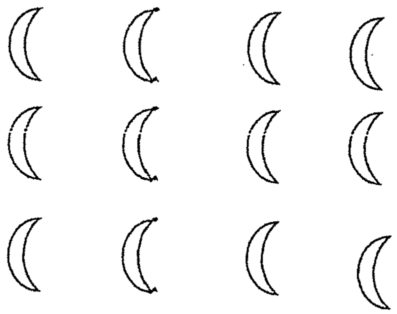
وهنا يمكن التوصل إلى مفهوم التكافؤ، حيث يردد التلاميذ مجموعة أقلام تكافئ مجموعة مباري، ومجموعة كراسي تكافئ مجموعة تلاميذ.

د . معكوسية التفكير:

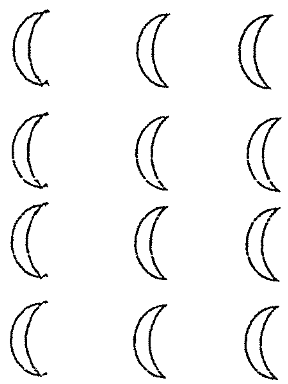
عندما يتطور تفكير الطفل فيدرك أن المجموعات المتكافئة تظل مهما كان التغير الذي يحصل في ترتيب العناصر، فنقول أن الطفل قد نمت لديه قدرة معكوسية التفكير، فمثلاً عندما يدرك الطفل أن عدد العناصر في الترتيبين الآتيين نفسه، نقول أن لديه القدرة على معكوسية التفكير.

مثال (1):

عند عرض مجموعتين من العناصر بطريقتين مختلفتين كالآتي:



(1)



(2)

ففي حالة إدراك الطفل أن عدد العناصر في الترتيبين هو (12)، نقول بأن لديه قدرة معكوسية التفكير، وهي أعلى مرحلة في استيعابه للعدد.

وعليه فإن الطفل يمر بأربع مراحل لكي يصل إلى مرحلة العد الصحيح، وهي: (عقيلان، 2002، 131. 132)

أ . **مرحلة التردد:** في هذه المرحلة لا يكون الطفل قادراً على عد الأشياء، فهو يتعلم العد غيباً أي صماً.

ب . **مرحلة التناظر الأحادي:** في هذه المرحلة يتمكن الطفل من مقابلة الأشياء ومقارنتها ووضع كل شيء أمام صنفه، فلو أعطيناه سبع وردات وسبع مزهريات وقام الطفل بوضع كل وردة في مزهرية، فهذا يدل على إدراكه مفهوم التناظر الأحادي (واحد لواحد)، وهذه المرحلة مناسبة للأطفال ما بين الخامسة والسابعة.

ج . **مرحلة ثبات العدد:** عندما يدرك الطفل أن عدد الأشياء لا يتغير بتغير ترتيب عناصرها وتنظيمها، يكون قد استوعب العدد، ويكون ذلك في سن السابعة.

ونظراً لأن الفهم أمر أساسي في تعلم الرياضيات، فمن المنطق أن يكون أنسب عمر للطفل لدراسة الأعداد من سن السابعة، وخلافاً لذلك يتعلم الأطفال غيباً، فلكي يدرك الطفل مفهوم العدد ينبغي أن يكون قد تطور تفكيره من المستوى الإدراكي الحسي إلى المستوى المنطقي العقلي.

د . **العد الترتيبي:** وهو أهم أنواع العد؛ فعند هذا المستوى يتمكن الطفل من تعيين موقع الشيء في المجموعة، فنقول مثلاً الثامن، فالثامن يدل على موقع أو ترتيب هذا العنصر بالنسبة لبقية عناصر المجموعة، ويتعامل الطفل هنا مع العدد بمعناه الترتيبي، وهو عد عقلي يفرق فيه الطفل بين لفظ الشيء ورمزه وموقعه بين أشياء المجموعة نفسها. ويمر الطفل بالمراحل الآتية:

(1) . مرحلة الطفل بين 4 . 5 سنوات: في هذه المرحلة يفشل الطفل دائماً في عمل سلسلة كاملة، حيث يقوم بترتيب الأشياء دون الأخذ بعين الاعتبار النظام الكلي لسلسلة الأشياء جميعها.

(2) . مرحلة الطفل بين 5 . 7 سنوات: ينجح الطفل في هذه المرحلة في عمل السلسلة المطلوبة للأشياء المراد ترتيبها، ولكن عن طريق المحاولة والخطأ، أي عن طريق القيام بأخطاء ومحاولة تصحيحها.

(3) . مرحلة الطفل بين 7 . 8 سنوات: حيث يقوم الطفل بوضع كل عنصر من عناصر مجموعة الأشياء دون تردد في مكانه الملائم وفي ترتيب مناسب.

2 . 9 . تدريس العمليات الأساسية على الأعداد:

قبل البدء بتناول العمليات الأساسية الأربع وخواصها واستراتيجيات تعلمها، سنبدأ بعرض الأسس المشتركة لتدريس هذه العمليات الأربع على النحو الآتي:

الأسس المشتركة لتدريس العمليات الأساسية الأربع في الحساب: (شوق، 1997، 364 368)

1. إن أهم أهداف تدريس العمليات الأساسية الأربع في الحساب هي:

- فهم معنى كل من: العدد والخانة ومفهوم كل من هذه العمليات الأربع وما تشمله من مفاهيم جزئية.
- فهم البنية الرياضية للعمليات الأربع ككل، وفهم البنية الرياضية لكل عملية على حدة.
- اكتساب حقائق كل من العمليات الأربع.
- اكتساب المهارة في استخدام العمليات الأربع وفي تطبيقاتها في الهندسة وفي المقررات الأخرى.
- استثمار تطبيقات العمليات الأساسية والمسائل اللفظية فيما يأتي:

. تقديم تطبيقات للعمليات الأربع في المجتمع وفي المهن والحرف، ثم في تربية المتعلمين تربية اجتماعية.

ـ تقديم مواقف تساعد المتعلمين على اكتساب المهارة في استخدام طرائق التفكير وحل المشكلات.

ـ إثراء حصيلة المتعلمين في اللغة العربية.

- مساعدة المتعلمين على تذوق الرياضيات وتقدير دورها في الحياة وتكوين دوافع نحو دراسة المزيد فيها.
- إعداد المتعلمين لمتابعة دراسة الرياضيات في المستويات الأعلى.

2. إن أهم ما ينبغي توافره في تدريس العمليات الأساسية على وجه الخصوص وفي تدريس الحساب على وجه العموم ما يأتي:

أ ـ أن تلائم الخبرات التي يكتسبها المتعلمون نضجهم العقلي والجسمي والنفسي والاجتماعي.

ب ـ أن تكون هذه الخبرات أساساً لدراستهم المستقبلية، ومشبعة لحاجاتهم الحالية، سواء بالنسبة للحياة اليومية أو بالنسبة للدراسة.

ج . أن نأخذ من اتجاهات العصر محتوى وتدريساً ولغة بالقدر الذي يفي بحاجات المتعلم ويناسب قدرته على الاستيعاب.

د . أن تؤدي دورها التربوي بوصفها من الخبرات التي توظّف من أجل تعديل سلوك المتعلّم وتنميته، ومساعدته على اكتساب المرغوب فيه من أنماط جديدة للسلوك.

3ـ يمثل الحساب بنية رياضية ينبغي أن يلم المتعلم بمكوناتها، وتتكون البنية الرياضية للحساب من مجموعة من المفاهيم تسمى أعداداً معرف عليها العمليات الأربع الأساسية.

4. لكي يمكن الانطلاق في دراسة العمليات الأساسية الأربع، لا بد من إعادة النظر في أسلوب دراسة الأعداد في مناهج مرحلة التعليم الأساسي، حيث إنها تقسم دراسة الأعداد تقسيماً بعيداً كل البعد عن كيفية قراءة الأعداد وكتابتها، فغالباً ما تُقدم قراءة الأعداد من رقمين وكتابتها في الصف الأول الأساسي.

5ـ إن أهم ما تهدف إليه دراسة الرياضيات للمتعلم هو تحرير عقله لينطلق إلى الإبداع والابتكار، ويسهم في تحقيق هذا إتاحة الفرصة له بأن يشاهد ويلاحظ ويصنف ويعمم.

6. تدريس كل عملية من العمليات الأربع له تسلسل يبدأ بمفهومها ثم حقائقها ثم تطبيق المفهوم والحقائق في مستويات مختلفة للعملية ثم التطبيق في الحياة، وإن تكوين المهارات والتقويم المستمر تلازمان هذه الخطوات.

7ـ إن التدريس الوقائي والتشخيصي والعلاجي المبني على نتائج التقويم المستمر التزام أساسي في تدريس العمليات الأربع الأساسية، فهذا يجنب المتعلمين الشعور بالإحباط و يقيهم مواجهة الفشل، كما يعجل بحل ما يواجههم من مشكلات، إنقاذاً لهم من المعاناة التي قد تترك في نفوسهم آثاراً سيئة.

يُضاف إلى الأسس السابقة ما يأتي:(سيف، 2005، 407. 408)

8. الانطلاق من الخبرات التي يأتي بها المتعلمون والمرتبطة ببعض الحقائق للعمليات الأربع وذلك لبناء منظومة تدريسية متكاملة.

9. اكتساب العمليات الأربع والحقائق المرتبطة بها ينبغي أن يقوم على الاستيعاب والفهم لا على الحفظ والاستظهار.

10. الربط بين ما يدرسه المتعلم وبين خبراته اليومية.

11ـ تقديم خواص الإبدال في الجمع والضرب وتوزيع الضرب على الجمع يمكن أن يتم دون تسمية لها، مع توضيح أن الدافع لتدريسها في كل من عمليتي الضرب والجمع يرجع إلى تيسير الحصول على نواتج العمليات الصعبة.

12ـ عدم التضايق من استخدام المتعلمين لأصابعهم في بداية دراستهم للعمليات الأساسية، فالأصابع تقوم بمهمة أدوات مساعدة في التعليم، وعلى المعلم مساعدة المتعلمين على عبور هذه المرحلة بأسرع ما يمكن إلى مرحلة الحساب العقلي دون استخدام أية وسيلة.

13ـ إن التأكد من صواب العمليات الأربع ومن الحصول على الناتج الصحيح اتجاه ينبغي الحرص على تكوينه لدى المتعلمين.

14. التدريب العقلي والتقدير التقريبي لنواتج التدريبات الشفوية والمسائل اللفظية وفهم العمليات وتقويم نواتجها واكتساب المهارة في تطبيقاتها في الحياة.

2 . 9 . 1 . تدريس عملية الجمع:

يُقصد بجمع الأعداد الضم أو تسمية زوج من الأعداد من جديد كعدد واحد، فمثلاً عملية الجمع تقرن الزوج المرتب (3,5) بالعدد 8 لأن العدد 5 + 3 هو نفسه العدد 8 والرمز = هو رمز التساوي. ولذلك تكون العلاقة بين العددين 3+ 5 ,8 هي علاقة التساوي، وعملية الجمع هي عملية ثنائية، أي أنها عملية تجري على عددين، وفي حالة جمع ثلاثة أعداد مثل 3 ,4 ,5 فإن عملية الجمع تجري على مرتين: أولاً على زوج واحد من الأعداد وثانياً على ناتج الجمع والعدد الباقي. (عقيلان، 2002، 138)

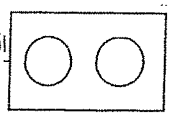
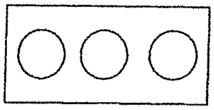
2 . 9 . 2 . استراتيجيات تعلّم الجمع: (السلطاني، 2002، 158. 159)

أ . استراتيجية ضم العناصر في المجموعات:

ويقصد بضم العناصر في المجموعات تكوين مجموعة من مجموعتين أو أكثر.

مثال (2):

إذا كان لدينا مجموعتان:

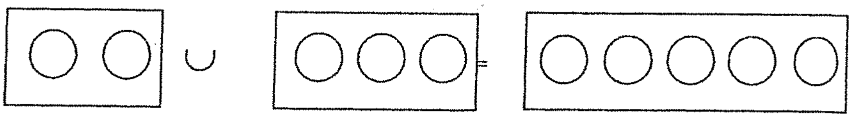
الأولى تحوي برتقالتين  الثانية تحوي ثلاث برتقالات 

فما ناتج ضم المجموعتين؟

الحل:

. نعد الأشياء في المجموعة الأولى ثم نعد الأشياء في المجموعة الثانية فيكون ناتج العد 5.

. نضم عناصر المجموعة الأولى إلى عناصر المجموعة الثانية (مفهوم الاتحاد) فيكون:



ب . استراتيجية خط (مستقيم) الأعداد:

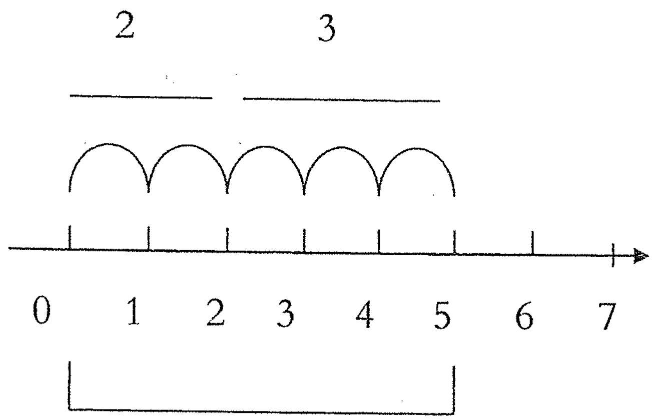
يمكن تقديم مفهوم الجمع باستخدام خط الأعداد؛ إذ يقوم المعلم بتوضيح مفهوم الجمع من خلال القفزات على خط الأعداد.

مثال (3):

أوجد ناتج جمع العددين 3 ,2.

الحل:

نرسم خط (مستقيم) الأعداد الذي يبدأ من الصفر، ثم نقفز خطوتين إلى الأمام ثم ثلاث خطوات، فيكون حاصل جمع الخطوات التي تم قفزها هو (5)، وذلك كما يأتي:



2 . 9 . 3 . خواص عملية الجمع:

سنتحدث عن خواص عملية الجمع في مجموعة الأعداد الطبيعية N.

أ . خاصة الإغلاق:

عملية الجمع مغلقة على N، بمعنى أن مجموع أي عددين طبيعيين هو عدد طبيعي، أي إن:

$$\forall\ a, b \in N : a + b \in N$$

ب . الخاصة التبديلية:

الجمع عملية تبديلية على N، أي إن:

$$\forall a, b \in N : a + b = b + a$$

ج . الخاصة التجميعية:

الجمع عملية تجميعية على N، أي إن:

$$\forall a, b, c \in N : (a + b) + c = a + (b + c)$$

د . العنصر الحيادي:

العنصر الحيادي بالنسبة لعملية الجمع في N هو الصفر، أي إن:

$$\forall a \in N : a + 0 = 0 + a = a$$

2. 9. 4 . خوارزمية الجمع: (السلطاني، 2002، 163. 168)

يجب على التلميذ أن يتعلم نقل الأعداد أفقياً وعمودياً، وترك مسافات مناسبة بين الرقم والآخر، وفيما يأتي توضيح خوارزمية الجمع:

مثال (4):

إذا أردنا جمع العددين 25 و34 نتبع ما يأتي:

عشرات	آحاد	
11	11111	2 5
111	1111	+ 3 4
11111	111111111	5 9

مثال (5):

وإذا أردنا جمع العددين 631 و333 نتبع ما يأتي:

مئات	عشرات	آحاد	
111111	111	1	6 3 1
111	111	111	3 3 3 +
111111111	111111	1111	9 6 4

وهناك عدة أنواع للجمع:

1. جمع دون نقل:

ونقصد به ذلك الجمع الذي ينتج من إضافة عدد مكون من رقم واحد إلى عدد مكون من رقمين، بشرط أن يقع حاصل جمع العددين في نفس عشرات العدد المكون من رقمين.

نشاط:

أوجد ناتج مايأتي:

1 2	4 3	2 1
5 +	6 +	7 +

ويمكن أن تعالج مثل هذه الأمثلة على أنه جمع عمودي (مثل الأمثلة السابقة).

2. جمع بنقل:

ونقصد به ذلك النمط من الجمع الذي ينتج عن إضافة عدد مكون من رقم واحد إلى عدد مكون من رقمين، شرط أن يقع حاصل جمع العددين في العشرة التي تلي العشرة التي يقع فيها العدد المكون من رقمين.

مثال (6):

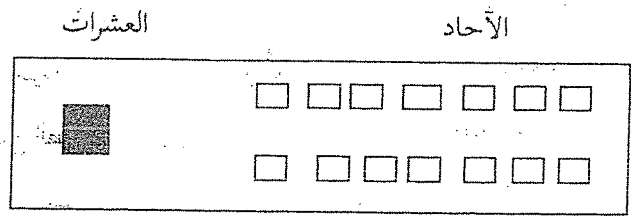
18	46	55
+ 6	+ 9	+ 7
———	———	———

في المثال الأول نجد أن العدد المكون من رقمين يقع في العشرة الأولى، بينما حاصل الجمع (24) يقع في العشرة الثانية، وهكذا بالنسبة للمثالين الباقيين، وهذا النوع من الجمع يحتاج إلى إستخدام وسيلة تعليمية مختلفة، ويمكن استخدام الطريقة الآتية (وهي طريقة تعليم المنزلة) لحل مثل هذا النوع من الأمثلة:

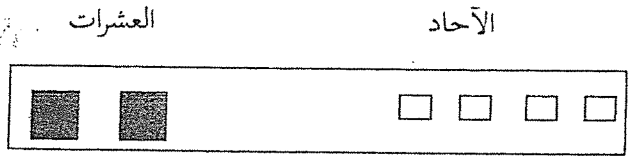
مثال (7):

أوجد ناتج جمع العددين 17 و 7

الحل:



17
+ 7



= 24

ونتبع الطريقة نفسها في حل المثالين الباقيين.

3. الجمع بالتجميع (الحمل):

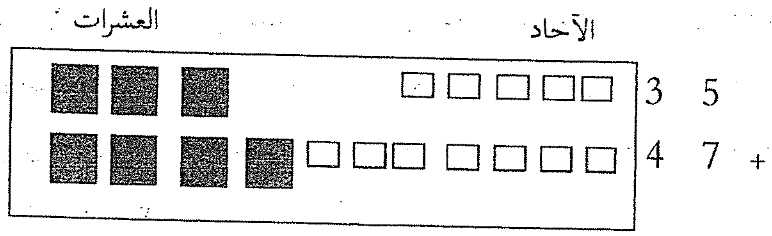
ونقصد به ذلك النمط من الجمع الذي ينتج عن إضافة عدد مكون من رقمين إلى عدد آخر مكون أيضاً من رقمين، كما في المثال الآتي:

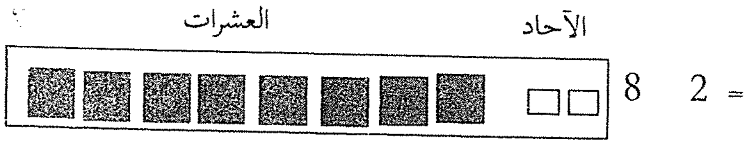
مثال (8):

أوجد ناتج جمع العددين 35 و 47.

الحل:

يمكن استخدام الطريقة السابقة نفسها كمايأتي:





وهناك عدد من الخوارزميات التي يمكن استخدامها لتدريس مفهوم الجمع وترسيخه في ذهن المتعلم أولاً، ثم لإجراء التطبيقات المختلفة عليه ثانياً، ويمكن الاستفادة من الطريقة التحليلية للأعداد لطرح هذه الخوارزميات التي يُعتقد بأنها ستؤدي إلى استيعاب المفهوم أو المهارة بشكل ذي معنى وصولاً إلى العمليات الذهنية التي ننشدها، أي الجمع الذهني الذي يستخدمه المتعلم لتنمية تفكيره، ومن هذه الخوارزميات نعطي الآتي:

مثال (9):

أوجد ناتج جمع العددين 35 و 47 باستخدام الطريقة التحليلية للأعداد.

الحل:

لإيجاد ناتج جمع 35 + 47 نقول:

35 = 5 آحاد + 3 عشرات

47 = 7 آحاد + 4 عشرات

(35 + 47) = (5 + 7) آحاد + (3 + 4) عشرات

= 12 آحاد + 7 عشرات

= 2 آحاد + 1عشرات + 7 عشرات

= 2 آحاد + 8 عشرات

= 82

ومن الممكن اختصار هذه الخوارزمية بالشكل الآتي:

35 = 5 + 30

47 = 7 + 40

(35 + 47) = 12 + 70

= 2 + 10 + 70

= 82

وهكذا نتدرج في طرح الخوارزميات المختلفة وصولاً إلى إدراك المتعلم مهارة الجمع بأساليب مختلفة لكي يكون إدراكه ذا معنى وليس حفظاً صمّاً.

ويمكن الاستعانة ببعض الأمثلة البيئية في توضيح هذا المفهوم، كاستخدام قطع النقود أو الأقلام أو عدد من التفاحات ....، وبعد أن يفهم التلاميذ هذا الجمع على المعلم أن يدربهم على عمليات جمع تتضمن أمثلة مختلفة، كأن يدربهم على إيجاد ناتج جمع ثلاثة أعداد مع بعضها أو أكثر.

2. 9. 5. أخطاء الجمع: (السلطاني، 2002، 168)

هناك أخطاء يقع فيها التلاميذ عند إجراء عملية الجمع ومنها:

1. أخطاء في الجمع بالنقل وبدونه.
2. حذف أرقام محمولة.
3. نقل المسألة نقلاً خاطئاً.

4. عدم كتابة رموز الأعداد بوضوح.

5. عدم وضع الأعداد في مراتبها الصحيحة.

6. نقص في التركيز.

نشاط:

استخدم خوارزميات الجمع السابقة في إيجاد ناتج مايأتي:

$$37 + 8 \quad , \quad 19 + 37 \quad , \quad 52 + 42 \quad , \quad 74 + 24$$

2. 9. 6. تدريس عملية الطرح:

يعاني معظم التلاميذ من صعوبة في إجراء عملية طرح الأعداد، وخاصة إذا كان المطروح منه أصغر من المطروح، أو إذا كان ناتج الطرح معطى والمطلوب إيجاد المطروح أو المطروح منه، لذلك لا بد من وجود طريقة سهلة وبسيطة وممتعة لتعليم التلاميذ كيفية طرح الأعداد من بعضها، ولإكسابهم مهارة القيام بهذه العملية.

يعد الجمع والطرح من وجهة النظر السيكولوجية نظاماً عكسياً واحداً، أي إن عملية الطرح هي عملية عكسية لعملية الجمع، وعملية الجمع هي عملية عكسية لعملية الطرح. (عقيلان، 2002، 141)

ويرتبط مفهوم طرح الأعداد بحالة خاصة من مفهوم الفرق بين المجموعات، حيث إن الفرق بين مجموعتين X, Y هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى X ولا تنتمي إلى Y ويرمز لها بالرمز $X - Y$.

مفهوم الطرح: (السلطاني، 2002، 168: 169)

الطرح هو عملية إيجاد أحد عددين، حين نُزود بحاصل جمع وبعدد آخر، فإذا قلنا أن 3 — 7 فهذا يعني أن 7 هي حاصل جمع عددين أحدهما 3 وأننا نحاول الحصول على العدد الآخر، أي إن:

$$7 = \square + 3 \quad , \quad 7 = 3 + \square$$

وتظهر في الطرح أهمية معكوسية التفكير بالنسبة للتلميذ، ونلاحظ أن $7 - 3$ تعني ما العدد الذي يجب إضافته إلى 3 لكي نحصل على 7، وبهذا المعنى يكون الطرح عكس الجمع. ويمكن إجراء عملية الطرح بأربع طرائق مختلفة.

2.9.7. طرائق إجراء عملية الطرح:

أ. إيجاد الباقي:

مثال (10):

يوجد في الصف (9) أطفال، غادر منه (5) أطفال فما عدد الأطفال الباقين في الصف؟

الحل:

$$9 - 5 = 4$$

ب. إيجاد ما يجب إضافته:

مثال (11):

اقتصد محمد (3) قروش وكان يرغب في اقتصاد (7) قروش، فما عدد القروش التي يجب إضافتها لكي يقتصد المبلغ؟

الحل:

$$7 - 3 = 4$$

ج. إيجاد الفرق بين عددين:

مثال (12):

يوجد في الصف (7) أولاد و(5) بنات، كم يزيد عدد الأولاد عن عدد البنات؟

الحل:

$$7 - 5 = 2$$

د . عن طريق الفرق بين المجموعات:

مثال (**13**):

إذا كانت:

$$X - \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$Y = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

فإن:

$$X - Y = \{1, 2, 3\}$$

8 . 9 . 2 . خواص عملية الطرح:

سنتحدث عن خواص عملية الطرح في مجموعة الأعداد الطبيعية N.

أ . خاصة الإغلاق:.

عملية الطرح ليست مغلقة على N، أي إن:

$$\forall\ a, b \in N : a - b \notin N;\ a < b$$

ب . الخاصة التبديلية:

الطرح عملية غير تبديلية على N، أي إن:

$$\forall\ a, b \in N : a - b \neq b - a$$

ج . الخاصة التجميعية:

الطرح عملية غير تجميعية على N، أي إن:

$$\forall\ a, b, c \in N: (a - b) - c \neq a - (b - c)$$

2 . 9 . 9 . استراتيجية تعلّم الطرح:

استراتيجية خط (مستقيم) الأعداد:

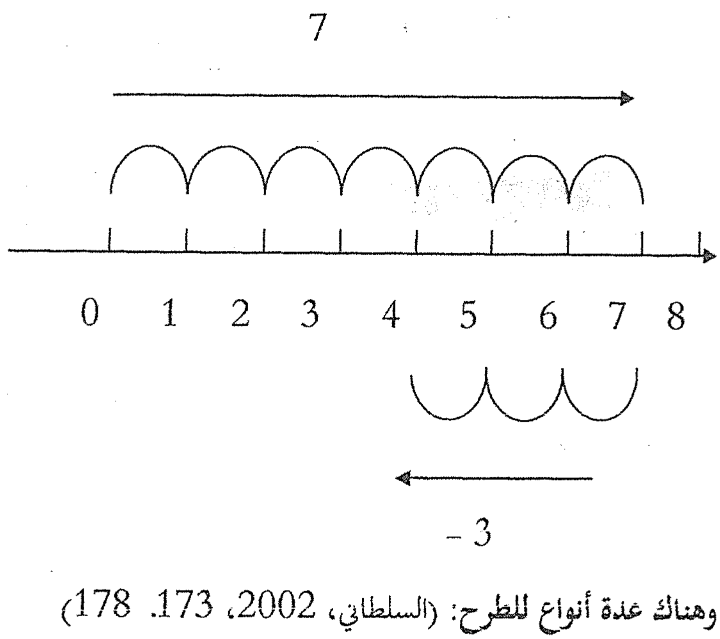
يمكن تقديم مفهوم الطرح باستخدام خط الأعداد؛ إذ يقوم المعلم بتوضيح مفهوم الطرح من خلال القفزات على خط الأعداد.

مثال (14):

أوجد ناتج مايأتي: 3 – 7

الحل:

نرسم خط (مستقيم) الأعداد الذي يبدأ من الصفر، ثم نقفز 7 خطوات إلى الأمام ثم نعود ثلاث خطوات إلى الوراء، فيكون حاصل طرح الخطوات هو (4)، وذلك كمايأتي:



وهناك عدة أنواع للطرح: (السلطاني، 2002، 173. 178)

1. الطرح دون إعادة التجميع (دون استلاف):

ونقصد به ذلك النمط من الطرح الذي يكون فيه كل رقم في المطروح أقل من الرقم الذي يقابله في المطروح منه، كما في المثال الآتي:

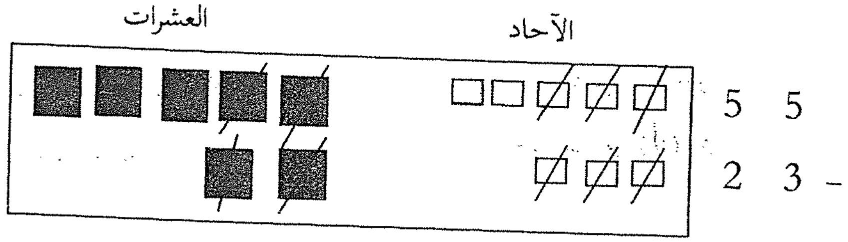
مثال (15):

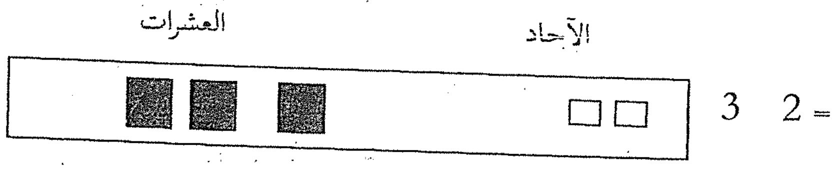
أوجد ناتج مايأتي:

$$55 - 23$$

الحل:

يمكن أن تدرس هذه العملية باستخدام الأشياء شبه المحسوسة لكي تكون ذات معنى بالنسبة للمتعلم، ويتم ذلك عن طريق تعليم المنزلة كمايأتي:





2. الطرح مع إعادة التجميع:

ونقصد به ذلك النمط من الطرح الذي يكون فيه الرقم في آحاد المطروح أكبر من الرقم في آحاد المطروح منه، فلا يمكن أن نطرح إلا بعد عملية التجميع أو الاستلاف الجزئي، ويتم ذلك كمايأتي:

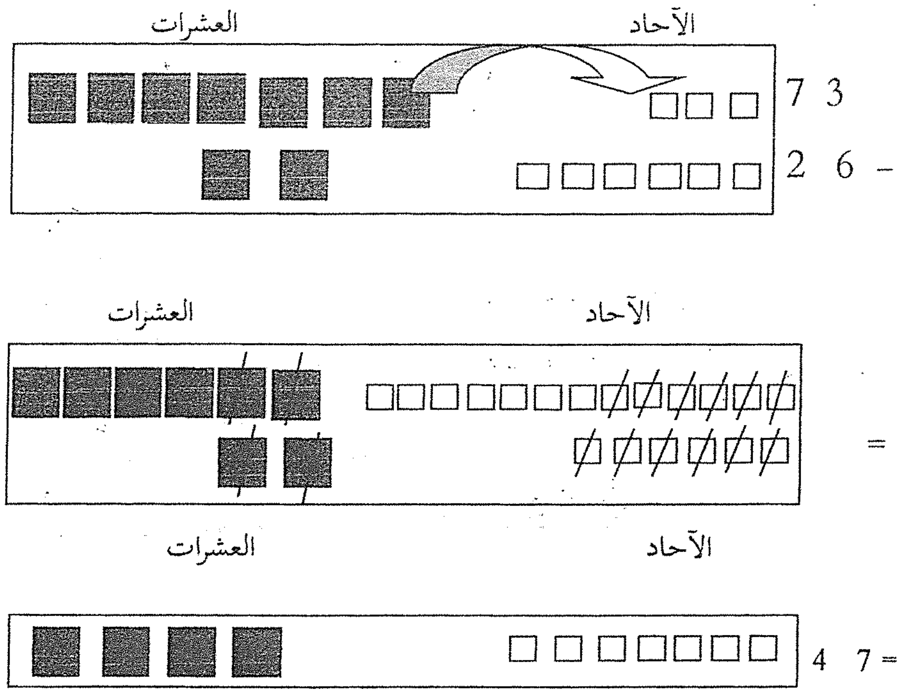
مثال (16):

أوجد ناتج:

$$\begin{array}{r} 73 \\ 26\,- \\ \hline 47 \end{array}$$

الحل:

لا يمكن أن نأخذ 6 وحدات من 3 وحدات، ولهذا نستلف 1 عشرة من 7 عشرات، عندئذ يتجمع لدينا 3 وحدات + 1 عشرة فتصبح 13 وحدة، والآن نأخذ 6 وحدات من 13 وحدة فيبقى 7 وحدات، نكتب 7 وحدات في منزلة الآحاد، نغير 7 عشرات في منزلة العشرات إلى 6 بعد أخذ واحدة منها، وبعد ذلك نأخذ 2 عشرات من 6 عشرات يبقى 4 عشرات ونضعها في منزلة العشرات. ويمكن استخدام هذه الطريقة بشكل محسوس كالآتي:



الصفر في الطرح:

يواجه معظم الأطفال صعوبة الطرح من الصفر أو في بقية العمليات الأخرى كالجمع والضرب والقسمة، ويمكن تذليل هذه الصعوبات باستخدام نظرية المعنى (حين يفهم الطفل معنى المنزلة) وينبغي على المعلم إعطاء أمثلة كافية تتضمن عمليات الطرح من الصفر، ويمكن اتباع الخطوات الآتية:

1. إظهار الصفر في عدد من الحقائق الأساسية:

1 0	1 0	1 0	1 0
4 -	3 -	2 -	1 -

ويمكن حل هذه الأمثلة باستخدام الأشياء الحسية، كعملية أخذ شيء واحد من مجموعة مكونة من عشرة أشياء.

2. تقديم عمليات فيها أصفار في المطروح، مثل:

4 9 3	5 4 3	4 2
2 0 6 -	3 0 2 -	1 0 -

ويمكن توضيح عملية التفكير كالآتي:

في المثال الأول نقول: 2 وحدة لا نأخذ منها أية وحدة يبقى 2 وحدة، أو إذا لم يؤخذ من 2 وحدة أي شيء يبقى 2 وحدة، ويجب أن تكون الأمثلة بشكل حسي تماماً أو شبه حسي، أي الأشياء وصورها.

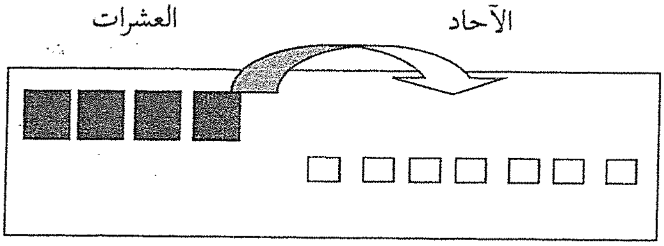
3. يمكن توضيح العملية عن طريق المنزلة أو الخانة كما يأتي:

مثال (17):

أوجد ناتج:

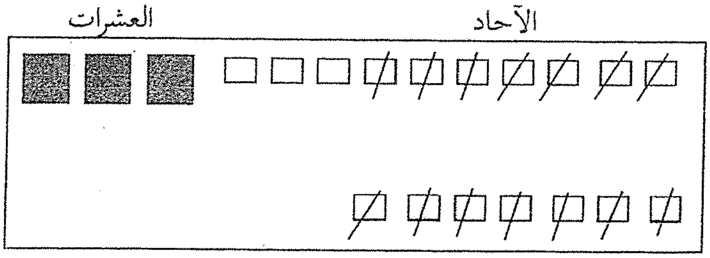
$$\begin{array}{r} 40 \\ -\ \ 7 \\ \hline \end{array}$$

الحل:



4 0

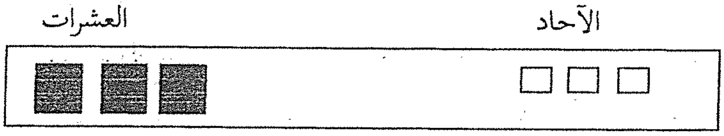
7 -



ثلاث عشرات

وعشر وحدات

سبع وحدات



3 3 =

عملية التفكير:

ضع (40) في الصف العلوي على هيئة 4 حزم في كل منها عشرة قطع من الورق، لاحظ أنه لا يمكن أخذ 7 وحدات من خانة الآحاد لأنه لا يوجد فيها أية واحدة، فك رباط حزمة واحدة وضع 10 وحدات في خانة الآحاد، فيبقى 3 حزم في

خانة العشرات أي 3 عشرات، خذ 7 وحدات من 10 وحدات تبقى 3 وحدات في خانة الآحاد، وعليه فالنتيجة تصبح 3 عشرات، 3 وحدات أي 33.

2.9.10. خوارزمية الطرح:

بعد أن تطرقنا إلى مفهوم الطرح وأنواعه وكيفية توظيفه في إجراء تطبيقات مختلفة، نود أن نتطرق إلى الخوارزميات التي يمكن اتباعها لتدريس هذا المفهوم ومهاراته الأساسية وترسيخه في ذهن المتعلم مبتعدين عن أساليب الحفظ والتلقين التي اعتاد بعض المعلمين على اتباعها عند طرح هذا المفهوم وإجراء المهارات عليه، ومن هذه الخوارزميات نذكر الآتي:

مثال (18):

أوجد ناتج طرح:

$$645 - 378$$

الحل: نتبع الخطوات الآتية لحل هذا المثال:

1. الخطوة الأولى: نحلل العددين 378 , 645 بحسب المنازل أي نعيد كتابتهما بالطريقة التحليلية الآتية:

5 آحاد + 4 عشرات + 6 مئات = 645

8 آحاد + 7 عشرات+ 3 مئات= 378

2. الخطوة الثانية: نقارن بين الآحاد والعشرات في كلا العددين ونسأل هل نستطيع إجراء عملية الطرح؟ ونجد أنه من خلال المثال لا نستطيع ، لذلك ننتقل إلى الخطوة الثالثة.

3. الخطوة الثالثة: نأخذ حزمة عشرات ونبدأ بفكها إلى آحاد فتصبح عشرة آحاد ونضيفها إلى الآحاد كالآتي:

5 آحاد + 10 آحاد + 3 عشرات + 6 مئات = 645

15 آحاد + 3 عشرات + 6 مئات = 645

8 آحاد + 7 عشرات+ 3 مئات = 378

4. الخطوة الرابعة: نقارن مرة أخرى بين منزلتي الآحاد والعشرات في كلا العددين، ونلاحظ هل نستطيع الطرح؟

نلاحظ بأننا لا نستطيع أخذ 7 عشرات من 3 عشرات، لذلك ننتقل إلى الخطوة الخامسة.

5. الخطوة الخامسة: نأخذ حزمة مئات ونفككها إلى عشرات ونضيفها للعشرات كمايأتي:

645 = 15 آحاد + 3 عشرات + 10 عشرات + 5 مئات

645 = 15 آحاد + 13 عشرات + 5 مئات

378 = 8 آحاد + 7 عشرات+ 3 مئات

6. الخطوة السادسة: نقارن بين الآحاد والعشرات والمئات، فنجد أننا نستطيع إجراء عملية الطرح، ويصبح الناتج كالآتي:

645 = 15 آحاد + 13 عشرات + 5 مئات

378 = 8 آحاد + 7 عشرات+ 3 مئات

(645 − 378) = (15 − 8) آحاد + (13 − 7) عشرات + (5 − 3) مئات

= 7 آحاد + 6 عشرات + 2 مئات =

= 267

وعلى نفس المنوال يمكن للمعلم إعطاء مجموعة أخرى من الخوارزميات التي تنتقل بذهن المتعلم تدريجياً وصولاً إلى إجراء الطرح عن طريق الحساب الذهني.

2. 9. 11. أخطاء الطرح:

1. حذف ما ينبغي عمله في الاستلاف.
2. طرح الأرقام التي في الصف الأعلى (المطروح منه) من الصف الأسفل (المطروح).
3. طرح الأعداد المتشابهة في المطروح منه والمطروح.
4. طرح رقم من صفر.

2. 9. 12. تدريس عملية الضرب:

يعتمد مفهوم الضرب على عملية الجمع، ولذلك يفضل استخدام عملية الجمع دون اللجوء إلى اتحاد المجموعات، فتُقدم عملية الضرب كبديل لعملية الجمع المتكرر، ومعالجة الضرب على أنه جمع متكرر يوضح علاقة العمليتين ببعضهما البعض، ويسهم في توضيح بنية الحساب. (سيف، 2005، 408)

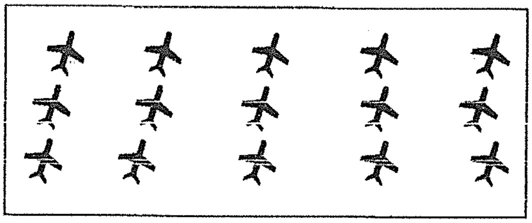
وقد أكد (أبو سل، 1998، 103- 104) أن مفهوم الضرب يُقدم للأطفال من خلال عملية الجمع المتكررة في حالة المقادير المتساوية، فعلى سبيل المثال يمكن القول:

$$3 + 3 + 3 = 9$$

9 = 3 ثلاث مرات

وهكذا ....

كما يمكن تقديم مفهوم الضرب لتلاميذ الحلقة الأولى من التعليم الأساسي على أساس "المصفوفة أو المجموعة المرتبة" وهي مجموعة من العناصر مرتبة في صفوف وأعمدة بحيث يحتوي كل صف من الصفوف على العدد ذاته من العناصر، كما يحتوي كل عمود من الأعمدة على العدد نفسه من العناصر، كما في الشكل الآتي:



كم صفاً من الطائرات؟

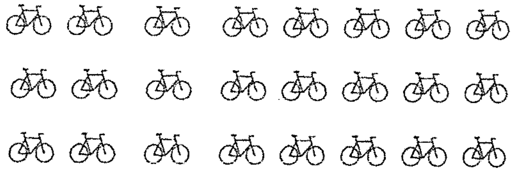
كم طائرة في الصف؟

كم عدد جميع الطائرات؟

$$5 + 5 + 5 = 15$$

وتُكتب: $3 \times 5 = 15$

$3 \times 8 =$



يُلاحظ أن عملية الضرب هي تشكيل مجموعة مرتبة عواملها عدد عناصر العمود X عدد عناصر الصف ويسمى عدد عناصر المجموعة المرتبة "حاصل الضرب".

وتتكون عملية الضرب من ثلاثة عناصر هي: المضروب، المضروب فيه، رمز الضرب، ففي المثال الآتي:

$$6 \times 2 = 12$$

فإن 6 هي المضروب فيه و2 هي المضروب.

2 .9 .13 . خواص عملية الضرب:

سنتحدث عن خواص عملية الضرب في مجموعة الأعداد الطبيعية N.

أ . خاصة الإغلاق:

عملية الضرب مغلقة على N، بمعنى أن ناتج ضرب أي عددين طبيعيين هو عدد طبيعي، أي إن:

$$\forall\, a, b \in N : a \times b \in N$$

ب . الخاصة التبديلية:

الضرب عملية تبديلية على N، أي إن:

$$\forall\, a, b \in N : a \times b = b \times a$$

ج . الخاصة التجميعية:

الضرب عملية تجميعية على N، أي إن:

$$\forall\, a, b, c \in N : (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

د . العنصر الحيادي:

العنصر الحيادي بالنسبة لعملية الضرب في N هو الواحد، أي إن:

$$\forall a \in N : a \times 1 = 1 \times a = a$$

هـ . الضرب في صفر (العنصر الماص):

ناتج ضرب أي عدد في صفر هو الصفر، أي إن:

$$\forall a \in N : a \times 0 = 0 \times a = 0$$

و . الخاصة التوزيعية:

تتمتع عملية الضرب بالتوزيع على الجمع في مجموعة الأعداد الطبيعية، أي إن:

$$\forall a, b, c \in N : a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

ومن الجدير بالذكر أنه يجب على المعلم عند تعليم تلاميذه عملية ضرب الأعداد التسلسل في إكسابهم هذه المهارة، حيث يبدأ بضرب رقم في رقم، ثم ضرب رقم واحد في عدد مكون من رقمين، ثم ضرب رقم واحد في عدد مكون من ثلاثة أرقام (دون حمل ومع الحمل)، ثم ضرب عدد مكون من رقمين بعدد آخر مكون من رقمين، وهكذا ......، وقد تكون إجراء عملية ضرب الأعداد ببعضها بالطريقة التقليدية مملة وصعبة وطويلة، لذلك يجب على التلاميذ تعلم استراتيجيات جديدة ليكتسبوا طرائق مختلفة في التفكير في إجراء عملية الضرب، وذلك كمايأتي: (أبو يونس والعيسى، 2005 2006، 144. 147)

قاعدة 1. ضرب عدد بنفسه مرتين:

مثال (19):

أوجد ناتج مايأتي:

$$39 \times 39$$

الحل:

$$39 \times 39 = (39)^2$$

يمكن للمعلم تعليم تلاميذه استخدام القاعدة الآتية:

$$x^2 = x^2 - y^2 + y^2 = (x+y)(x-y) + y^2$$

أي أنه لإيجاد ناتج ضرب 39×39 نكتب:

$$39 \times 39 = (39+1)(39-1) + (1)^2$$
$$= 40 \times 38 + 1 = 1521$$

مثال (20):

أوجد ناتج مايأتي:

$$72 \times 72$$

الحل:

$$72 \times 72 = (72+2)(72-2) + (2)^2$$
$$= 74 \times 70 + 4 = 5184$$

وتكمن الفكرة هنا في إيجاد عملية ضرب عددين أحدهما يحوي أصفاراً.

قاعدة 2 . ضرب عدد بنفسه مرتين ورقم آحاده 5:

نضرب رقم العشرات في الرقم الذي يليه، ونضع أمامه مربع رقم الآحاد.

مثال (21):

أوجد ناتج مايأتي:

$$85 \times 85 =$$

الحل:

نضرب $72 = 9 \times 8$ ونضع أمامه $25 = (5)^2$ فيصبح لدينا:

$$85 \times 85 = 7225$$

مثال (22):

أوجد ناتج مايأتي:

$$115 \times 115$$

الحل:

لإيجاد ناتج ضرب 115×115 نضرب رقمي العشرات والمئات بالعدد الذي يليه، أي نضرب العدد 11 بالعدد 12 ونضع أمامه 25.

$$11 \times 12 = 132$$

وبالتالي فإن:

$$115 \times 115 = 13225$$

قاعدة 3 . ضرب العدد 11 في عدد مؤلف من رقمين مجموعهما أصغر من عشرة:

لإيجاد الناتج نجمع الرقمين ونضع الناتج في الوسط.

مثال (23):

أوجد ناتج مايأتي:

$$11 \times 45$$

الحل:

$$11 \times 45 = 4(4+5)5 = 495$$

مثال (24):

أوجد ناتج مايأتي:

$$11 \times 32$$

الحل:

$$11 \times 32 = 3(3+2)2 = 352$$

قاعدة 4 . ضرب العدد 11 في عدد مؤلف من رقمين مجموعهما أكبر من تسعة، أو مؤلف من عدة أرقام:

للحصول على الناتج: نكتب رقم الآحاد، ثم نجمع رقم الآحاد مع رقم العشرات فيكون هو الرقم الثاني في الناتج، ثم نجمع رقم العشرات مع رقم المئات فيكون هو الرقم الثالث في الناتج، وهكذا ....

مثال (25):

أوجد ناتج مايأتي:

$$11 \times 3793 = 4 \quad 1 \quad 7 \;\; 2 \quad 3$$

نضع رقم الآحاد 3، ثم نجمع 12=9+3 فنأخذ 2 ونترك الواحد ليجمع مع اللاحق ، ثم نجمع 17=1+7+9 فنأخذ 7 ونترك الواحد ليجمع مع اللاحق ثم نجمع 11=1+3+7 فنأخذ 1 ونترك الواحد ليجمع مع الرقم الأخير 4=3+1.

أي إن:

$$11 \times 3793 = 41723$$

مثال (26):

أوجد ناتج مايأتي:

$$11 \times 56$$

الحل:

$$11 \times 56 = 6 \;\; 1 \;\; 6$$

نضع رقم الآحاد 6، ثم نجمع 11=5+6 فنأخذ 1 ونترك الواحد ليجمع مع الرقم الأخير 5+1=6

أي إن:

$$11 \times 56 = 616$$

نشاط:

1. أوجد ناتج 49×49 بطريقة الضرب السريع.

2. أوجد ناتج 35×35 بطريقة الضرب السريع.

3. أوجد ناتج 45×11 بطريقة الضرب السريع.

4. أوجد ناتج 2356×11 بطريقة الضرب السريع.

2 . 9 . 14 . تدريس عملية القسمة: (السلطاني، 2002، 187. 188)

توجد عدة معان لمفهوم عملية القسمة:

أ . القسمة هي إجراء لإيجاد أحد عاملين إذا أُعطينا العامل الآخر وناتج ضرب العاملين معاً.

مثال (27):

أوجد ناتج مايأتي:

$$6 \div 2 = ?$$

الحل:

نبحث عن الرقم الذي إذا ضُرب بالرقم 2 نحصل على ناتج الضرب 6.

ب . القسمة عملية تجزئة:

مثال (28):

لدينا 15 متراً من القماش ونريد أن نصنع منها 5 قمصان متساوية، فما طول القماش اللازم لعمل القميص الواحد؟

الحل:

لدينا 15 متراً وعلينا أن نقسمها إلى 5 أجزاء متساوية، فيكون مقدار كل قسم هو:

$$15 \div 5 = 3$$

ج . القسمة عملية طرح متتابعة:

مثال (29) :

أوجد ناتج:

$$.6 \div 2$$

الحل:

$$6 - 2 = 4$$

$$4 - 2 = 2$$

$$2 - 2 = 0$$

نحسب عدد مرات الطرح فتكون 3 أي أن $6 \div 2 = 3$

2 . 9 . 15 . خواص عملية القسمة:

سنتحدث عن خواص عملية القسمة في مجموعة الأعداد الطبيعية N.

أ . خاصة الإغلاق:

عملية القسمة ليست مغلقة على N، أي إن:

$\forall a, b \in N : a \div b \notin N;$ a ليست من مضاعفات b

ب . الخاصة التبديلية:

القسمة عملية غير تبديلية على N، أي إن:

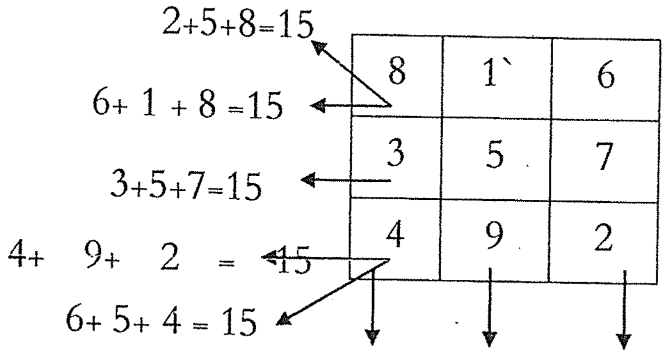
$$\forall a, b \in N : a \div b \neq b \div a$$

ج . الخاصة التجميعية:

القسمة عملية غير تجميعية على N، أي إن:

$$\forall a, b, c \in N : (a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$$

وللتأكد من قدرة التلاميذ على إجراء العمليات الأساسية الأربع على الأعداد وإكسابهم هذه المهارة، يمكن الاستعانة بالمربعات السحرية التي يتم فيها وضع أعداد معينة في مربع ما بحيث يكون مجموعها متساوياً ثم جمعها عمودياً أو أفقياً وفي اتجاه القطرين، والشكل الآتي يوضح هذا المعنى: (عفانة، 2002، 262 264)



15=8+3+4 15=1+5+9 15=2+7+6

ويمكن للمعلم تكليف التلاميذ ببعض التمرينات للتأكد من قدرتهم وتمكنهم من إجراء العمليات الأربع الأساسية على الأعداد، مثل:

نشاط:

أكمل المربع بالأعداد المطلوبة

		10
	9	
8		6

ملاحظة: انظر إلى قطر المربع

كما يمكن للمعلم الاستفادة من معرفة التلاميذ للأعداد الزوجية والفردية، وإجراء عملية جمع الأعداد الفردية مع بعضها البعض لإعطاء عدد زوجي، وجمع الأعداد الزوجية لإعطاء عدد زوجي، وجمع الأعداد الزوجية مع الأعداد الفردية لإعطاء أعداد فردية، وذلك من خلال الجدول الآتي:

+	ز	ف
ز	ز	ف
ف	ف	ز

ومن واجب المعلم إعطاء بعض النماذج الرياضية التي توضح مدى فهم تلاميذه لعملية جمع الأعداد سواء كانت فردية أو زوجية، وذلك كما في الشكل الآتي:

نشاط:

املأ الخانات الفارغة في الجداول الآتية:

+	ز	ف
ز	؟	؟
ف	؟	ز

+	ف	ز
ز	ف	؟
ف	؟	؟

+	ز	ف
ف	ف	؟
ز	؟	ف

أمثلة محلولة

مثال (1):

أوجد ناتج مايأتي:

$$62 \times 62$$

الحل:

$$62 \times 62 = (62+2)(62-2) + (2)^2$$
$$= 64 \times 60 + 4 = 3844$$

مثال (2):

أوجد ناتج مايأتي:

$$49 \times 49$$

الحل:

$$49 \times 49 = (49+1)(49-1) + (1)^2$$
$$= 50 \times 48 + 1 = 2401$$

مثال (3):

أوجد ناتج مايأتي:

$$35 \times 35 =$$

الحل:

نضرب $3 \times 4 = 12$ ونضع أمامه $(5)^2 = 25$ فيصبح لدينا:

$$35 \times 35 = 1225$$

مثال (4):

أوجد ناتج مايأتي:

$$125 \times 125$$

الحل:

لإيجاد ناتج ضرب 125×125

نضرب رقمي العشرات والمئات بالعدد الذي يليه، أي نضرب العدد 12 بالعدد 13 ونضع أمامه 25.

$$12 \times 13 = 156$$

وبالتالي فإن:

$$125 \times 125 = 15625$$

مثال (5):

أوجد ناتج مايأتي:

$$11 \times 61$$

الحل:

$$11 \times 61 = 6(6+1)1 = 671$$

تمارين غير محلولة

1. باستخدام إحدى خوارزميات الجمع، أوجد ناتج مايأتي:

152 +527

39 + 76

285 + 617

2. باستخدام خوارزمية الطرح، أوجد ناتج مايأتي:

741 – 125

88 – 76

379 - 217

3. أكمل المربعين الآتيين:

		24
	15	
6	27	

ملاحظة: انظر إلى قطر المربع

		13
	10	12

ملاحظة: مجموع الأعداد في كل عمود = 30

4. أوجد ناتج مايأتي بطريقة الضرب السريع:

11×81

11×23579

11×79

83×83

29×29

345×345

65×65

رابعاً . نظرية الأعداد

"The Number Theory"

مقدمة:

قبل أن نتناول موضوع نظرية الأعداد، لا بد لنا من تذكر بعض المعلومات البسيطةالتي تُعتبر متطلبات قبلية لازمة لتعلم هذا الموضوع، وبدونها لا يمكن للمتعلم أن يفهمه أو يستمر في دراسته.

. مفهوم قابلية القسمة:

يقبل عدد القسمة على عدد آخر (غير الصفر) إذا كان باقي القسمة هو الصفر.

. العدد الزوجي:

يكون العدد زوجياً إذا كان رقم آحاده أحد الأرقام الآتية: 8 ,6 ,4 ,2 ,0.

مثال (1):

426, 870, 1248, 544, 338, 632, 112, 220

. العدد الفردي:

يكون العدد فردياً إذا كان رقم آحاده أحد الأرقام الآتية: 9 ,7 ,5 ,3 ,1 .

مثال (2):

671, 983, 7651, 127, 555, 2489, 335, 127

قابلية القسمة على الأعداد 10 ,9 ,6 ,5 ,4 ,3 ,2: (الخنيفس ومللي وإبراهيم وأبو يونس، 2010 2011، 125)

. قابلية القسمة على 2:

يقبل العدد القسمة على 2 إذا كان رقم آحاده زوجياً.

مثال (3):

42, 90, 86, 44, 38, 30, 46, 98

. قابلية القسمة على 3:

يقبل العدد القسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على 3 (أو كان مجموع أرقامه من مضاعفات العدد 3).

مثال (4):

351, 672, 222, 90, 510, 12, 834, 45

. قابلية القسمة على 4:

يقبل العدد القسمة على 4 إذا كانت آحاده وعشراته من مضاعفات العدد 4.

مثال (5):

548, 7812, 640, 124, 288, 28, 856, 116

. قابلية القسمة على 5:

يقبل العدد القسمة على 5 إذا كان رقم آحاده صفراً أو خمسة.

مثال (6):

50, 95, 45, 60, 35, 75, 15, 20

. قابلية القسمة على 6:

يقبل العدد القسمة على 6 إذا كان يقبل القسمة على 2 و 3 معاً.

مثال (7):

480, 1296, 546, 210, 9732, 168, 900, 468

. قابلية القسمة على 9:

يقبل العدد القسمة على 9 إذا كان مجموع أرقامه من مضاعفات العدد 9.

مثال (8):

6174, 900, 333, 51912, 999, 198, 8685, 180

. قابلية القسمة على 10:

يقبل العدد القسمة على 10 إذا كان آحاده صفراً.

مثال (9):

790, 800, 10, 9120, 540, 200, 780, 9120

2. 10 . العوامل . الأعداد الأولية:

2. 10 . 1 . تعريف عوامل العدد:

عوامل العدد تعني أن هذا العدد يمكن التعبير عنه كناتج لحاصل ضرب أعداد، وهذه الأعداد هي عوامل العدد المعطى، أو يمكن القول أن عوامل العدد هي جميع الأعداد التي يقبل هذا العدد القسمة عليها.

مثال (10):

أ . لاحظ مايأتي:

$$12 = 1 \times 12$$

$$12 = 2 \times 6$$

$$12 = 3 \times 4$$

نسمي الأعداد 4 ,3 ,6 ,2 ,12 ,1 عوامل العدد 12.

ب . لنوجد عوامل العدد 12 باستخدام عملية القسمة.

لإيجاد عوامل العدد 12 بطريقة القسمة نقوم بإيجاد ناتج قسمة العدد 12 على جميع الأعداد التي تسبقه (الأعداد الأصغر منه) وعلى نفسه أيضاً، ثم تحديد الأعداد التي قبل العدد 12 القسمة عليها، أي التي يكون فيها باقي عملية القسمة صفراً، وذلك كمايأتي:

12 = 1÷12 والباقي صفر.

6 = 2÷ 12 والباقي صفر.

4 = 3÷ 12 والباقي صفر.

3 = 4÷ 12 والباقي صفر.

2 = 5 ÷ 12 والباقي 2.

2 = 6 ÷ 12 والباقي صفر.

1 = 7÷ 12 والباقي 5.

1 = 8 ÷ 12 والباقي 4.

1 = 9÷ 12 والباقي 3.

1 = 10 ÷ 12 والباقي 2.

1 = 11÷ 12 والباقي 1.

1 =12÷ 12 والباقي صفر.

الأعداد التي قبل العدد 12 القسمة عليها هي4 ,3 ,6 ,2 ,12 ,1 (يُكتب العدد مرة واحدة)، وهذه الأعداد هي عوامل العدد 12 المطلوب إيجادها.

ملاحظة: أصغر عوامل (قواسم) أي عدد هو الواحد وأكبرها هو العدد ذاته.

مثال (**11**):

عوامل العدد 18 هي:

1, 2, 3, 6, 9, 18

مثال (12):

عوامل العدد 25 هي:

1, 5, 25

نشاط:

أوجد عوامل الأعداد الآتية: 9 ,16 ,8.

مثال (13):

أكمل الجدول الآتي:

العدد	11	16	13	15	35	25	7
عوامل العدد	1, 11	1, 2, 4, 8, 16	1, 13	1, 3, 5, 15	1, 5, 7, 35	1, 5, 25	1, 7
عدد العوامل	2	5	2	4	4	3	2

بالاستعانة بالجدول السابق لاحظ مايأتي:

- الأعداد التي لها عاملان فقط هي: 7 ,13 ,11
- الأعداد التي لها أكثر من عاملين هي: 25 ,35 ,15 ,16.

إن الأعداد التي لها عاملان فقط تسمى الأعداد الأولية، أما الأعداد التي لها أكثر من عاملين فتسمى الأعداد غير الأولية.

2. 10. 2 . تعريف العدد الأولي: "Prime Number"

هو عدد طبيعي أكبر تماماً من الواحد ويتكون من عاملين هما الواحد والعدد نفسه، أو هو العدد الذي يقبل القسمة على نفسه وعلى واحد فقط.

مثال (14):

العدد 17 أولي لأن له عاملان فقط هما (17 ,1)

مثال (15):

العدد 24 ليس أولياً لأن له عدة عوامل هي (24 ,12 ,8 ,6 ,4 ,3 ,2 ,1)

ملاحظة (1):

الأعداد الأولية المحصورة بين 1 و100 هي:

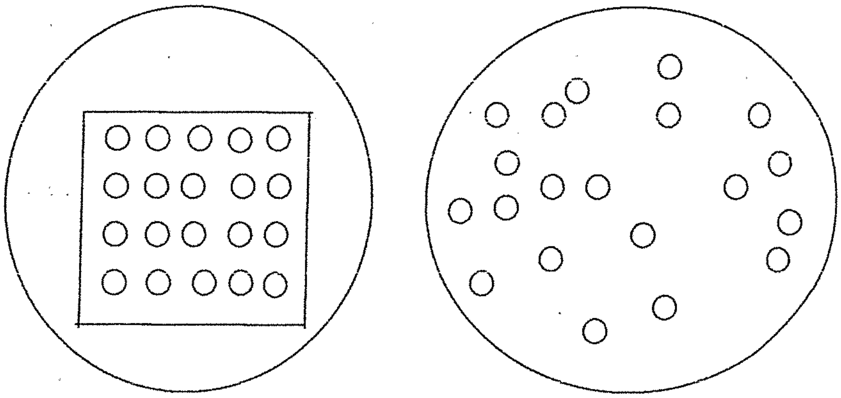
2	3	5	7	11	13	17	19	23
29	31	37	41	43	47	53	59	61
67	71	73	79	83	89	97		

ملاحظة (2):

يمكن تقديم العدد الأولي للطفل من خلال مفهوم المجموعة، على أنه العدد الذي لا يمكن ترتيب عناصره على شكل مستطيل.

مثال (16):

نختار عدداً ما، وليكن العدد 20 وسنرى فيما إذا كان هذا العدد أولياً أم لا، وذلك من خلال مفهوم المجموعة، نحاول ترتيب عناصر العدد 20 على شكل مستطيل، وذلك عن طريق رسم دائرة وفيها عناصر العدد 20 على شكل دوائر صغيرة غير مرتبة (بحيث تشير كل دائرة صغيرة إلى رقم واحد، وبالتالي يكون هناك 20 دائرة صغيرة)، ثم نقوم بترتيبها على شكل مستطيل كمايأتي:

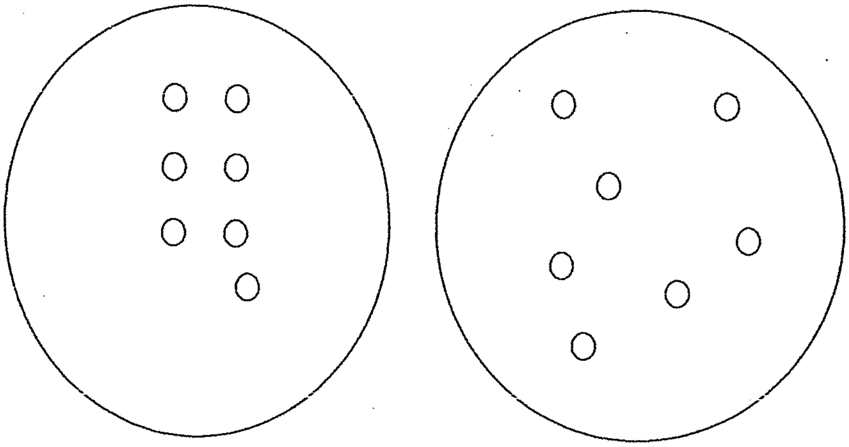


عناصر العدد 20 قبل الترتيب   عناصر العدد 20 بعد الترتيب

نلاحظ أنه قد أمكن ترتيب عناصر العدد 20 على شكل مستطيل، وبالتالي فهو عدد غير أولي.

مثال (17):

نختار العدد 7 ثم نحاول ترتيب عناصره على شكل مستطيل، كمايأتي:



عناصر العدد 7 قبل الترتيب   عناصر العدد 7 بعد الترتيب

نلاحظ أنه لا يمكن ترتيب عناصر العدد 7 على شكل مستطيل، وبالتالي فهو عدد أولي.

ومنه نتوصل إلى النتيجة الآتية:

- العدد الأولي هو العدد الذي لا يمكن ترتيب عناصره على شكل مستطيل.
- العدد غير الأولي هو العدد الذي يمكن ترتيب عناصره على شكل مستطيل.

نشاط:

1. أوجد عوامل الأعداد:

$$24, 7, 13, 16, 12, 25$$

ثم حدد الأعداد الأولية والأعداد غير الأولية من بينها.

2. أكمل الجدول الآتي:

العدد	عوامل العدد	عدد العوامل	نوع العدد (أولي أم غير أولي)
9			
29			
	1 , 2 , 5 , 10		
48			
	1, 47		
35			

3. اكتب الأعداد الأولية المحصورة بين 1 و25.

2.11 . القوى وخواصها:

إن الجداء a ، n مرة هو عبارة عن العدد a^n حيث $n \in Z$ ، وبالتالي هو القوة n للعددالحقيقي a، وفي بعض الأحيان يسمى a الأساس وn الأس.

وتتمتع القوى بالخواص الآتية:

1. جداء قوتين للأساس ذاته:

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

ملاحظة:

$$a^0 = 1 \qquad , \qquad a^1 = a$$

2. قوة جداء:

$$(a . b)^n = a^n . b^n$$

3. قوة القوة:

$$(a^n)^m = a^{n.m}$$

4. ناتج قسمة قوتين للأساس ذاته:

لدينا ثلاث حالات:

أ. إذا كانت $n > m$ فإن $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

ب. إذا كانت $n < m$ فإن $\frac{a^n}{a^m} = \frac{1}{a^{m-n}}$

ج. إذا كانت $n = m$ فإن $\frac{a^n}{a^m} = \frac{a^m}{a^m} = 1$

مثال (18):

أوجد ناتج مايأتي:

$$(3 \times 10^{-4})^3$$

الحل:

$$(3 \times 10^{-4})^3$$
$$= 3^3 \times (10^{-4})^3 = 27 \times 10^{-12}$$

مثال (19):

أوجد ناتج مايأتي:

$$\frac{a^8 b \quad c^3 d^8}{a^2 b^5 c^4 d^6}$$

الحل:

$$\frac{a^8 b \quad c^3 d^8}{a^2 b^5 c^4 d^6} = \frac{a^6 d^2}{b^4 c}$$

2. 12 . تحليل العدد:

إن موضوع تحليل العدد إلى عوامله الأولية هو موضوع مهم وضروري لإيجاد ما يسمى بالعامل (القاسم) المشترك الأكبر لعددين أو أكثر، أو المضاعف المشترك الأصغر لعددين أو أكثر، أو إيجاد الجذر التربيعي لعدد موجب، ...... لذلك فإن فهم هذا الموضوع وإتقانه بشكل جيد سيختصر الكثير من الوقت والجهد وسيسهل على التلاميذ إيجاد ما تم ذكره سابقاً.

2. 12 . 1 . تحليل العدد إلى عوامله بكل الصور الممكنة:

لتحليل العدد إلى عوامله بكل الصور الممكنة نكتب هذا العدد على شكل جداء عوامله.

مثال (20):

لدينا:

$$12 = 1 \times 12$$

$$12 = 2 \times 6$$

$$12 = 3 \times 4$$

كنا قد أطلقنا على الأعداد $1, 12, 2, 6, 3, 4$ عوامل العدد 12.

ملاحظة:

إن ما قمنا به يسمى تحليلاً للعدد 12 إلى عوامله بكل الصور الممكنة (وليست العوامل الأولية).

مثال (21):

حلل العدد 18 إلى عوامله بكل الصور الممكنة.

الحل:

$$18 = 1 \times 18$$

$$18 = 2 \times 9$$

$$18 = 3 \times 6$$

نشاط:

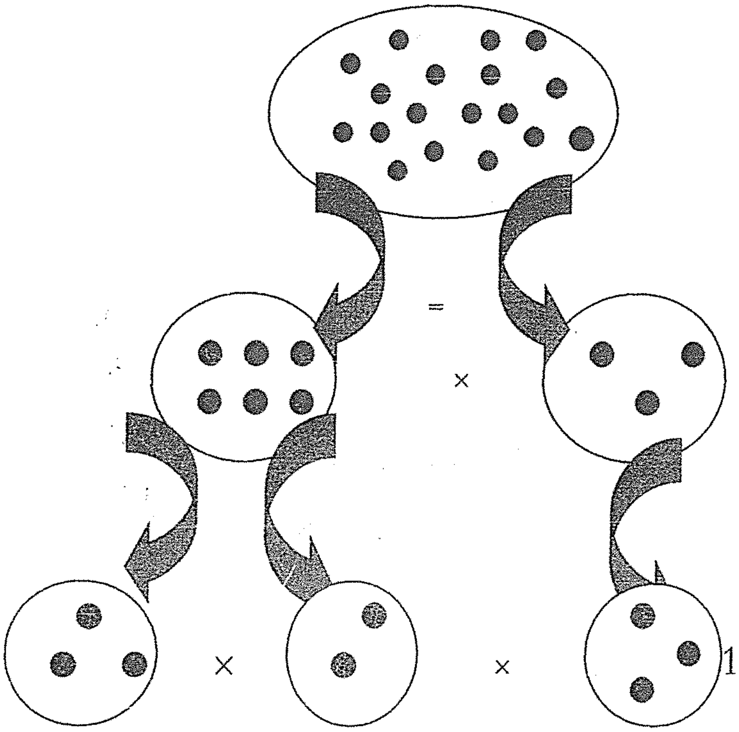
حلل الأعداد $24, 30, 15$ إلى عواملها بكل الصور الممكنة.

2. 12 . 2 . تحليل العدد إلى عوامله الأولية فقط:

لتحليل العدد إلى عوامله الأولية نكتبه على شكل جداء عوامله الأولية فقط.

مثال (22):

لاحظ الرسم الآتي:



$18 = 6 \times 3$

$18 = 3 \times 2 \times 3$

نلاحظ من خلال الرسم السابق أننا قمنا في البداية بتحليل العدد 18 إلى عوامله، ثم أجرينا تحليل العدد 18 إلى عوامله الأولية فقط، لأن العددين 3 ,2 أوليان.

نشاط:

1. حلل الأعداد الآتية إلى عواملها بكل الصور الممكنة:

.10, 36, 28

2. حلل الأعداد الآتية إلى عواملها الأولية:

.49, 60, 8

طريقة القسمة المتتالية أو طريقة التحليل:

توجد طريقة أخرى سهلة وبسيطة وسريعة لتحليل أي عدد إلى عوامله الأولية، وتسمى هذه الطريقة طريقة القسمة المتتالية أو طريقة التحليل، وتتطلب معرفة الأعداد الأولية، وإجراء عملية القسمة بشكلها الصحيح، والتمكن من مفهوم قابلية القسمة.

مثال (23):

لنأخذ العدد 45 ونحاول تحليله إلى عوامله الأولية بطريقة القسمة المتتالية أو طريقة التحليل، ما أول عدد أولي يقبل العدد 45 القسمة عليه؟

ولتبسيط ذلك نتناول الأعداد الأولية بالترتيب، وأول عدد أولي هو العدد 2، هل يقبل العدد 45 القسمة على 2 أم لا؟ فإذا قبل القسمة نوجد ناتج القسمة، وإذا لم يقبل نأخذ العدد الأولي التالي وهو العدد 3، وإذا لم يقبل العدد 45 القسمة على 3، نأخذ العدد الأولي التالي وهو العدد 5 وهكذا حتى نحصل على العدد الأولي الذي يقبل العدد 45 القسمة عليه، وهكذا بالنسبة لبقية الأعداد.

45	3
15	3
5	5
1	

ملاحظة:

إن الأعداد في العمود الأول هي عبارة عن الأعداد الأولية المطلوب معرفتها، أما الأعداد في العمود الثاني فهي نواتج القسمة، وبعد انتهاء عملية التحليل السابقة نكتب العدد 45 كناتج لحاصل ضرب الأعداد الأولية التي تم الحصول عليها وهي:

$$45 = 3 \times 3 \times 5 = 3^2 \times 5$$

نشاط:

1. حلل العددين 66 ,40 إلى عواملهما الأولية بطريقة التحليل.

2. 13 . الجذور التربيعية:

تعريف:

ليكن a عدداً حقيقياً موجباً، الجذر التربيعي للعدد a هو العدد الموجب b بحيث أن $b^2 = a$، ونرمز للجذر التربيعي للعدد a بالرمز $\sqrt{a}$

مثال (24):

$$\sqrt{16} = 4$$
$$\sqrt{81} = 9$$
$$\sqrt{121} = 11$$

نتيجة:

ليس للعدد السالب جذراً تربيعياً، فمثلاً في حالة عدد حقيقي x فليس لكتابة $\sqrt{x-1}$ معنى ما لم يكن $x - 1 \geq 0$ أي $x \geq 1$

2. 13 . 1 . خواص الجذور التربيعية:

إذا كان a وb عددين موجبين حقيقيين، فإن:

$$\sqrt{a^2} = a$$
$$\sqrt{a\,.\,b} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$$

وفي حالة $b \neq 0$ يكون:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

مثال (25):

أوجد ناتج مايأتي:

$$\sqrt{(7)^2} \quad , \quad \sqrt{45} \quad , \quad \sqrt{\frac{81}{25}}$$

الحل:

$$\sqrt{(7)^2} = 7$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{5\,.9} = \sqrt{5}.\sqrt{9} = 3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5}$$

ملاحظة:

يمكن الاستعانة بطريقة القسمة المتتالية أو طريقة التحليل لإيجاد الجذر التربيعي لعدد موجب وذلك على النحو الآتي:

مثال (26):

أوجد الجذر التربيعي للعدد 1225

الحل:

. نحلل العدد 1225 إلى عوامله الأولية بطريقة القسمة المتتالية

$$\begin{array}{r|l} 1225 & 5 \\ 245 & 5 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

. نكتب ناتج التحليل على شكل جداء قوى:

$$1225 = 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^2$$

. وبالتالي يمكن أن نكتب:

$$\sqrt{1225} = \sqrt{5^2 \times 7^2} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{7^2} = 5 \times 7 = 35$$

نشاط:

أوجد الجذر التربيعي للأعداد: 1369، 5184 ، 5776

2. 14 . العوامل (القواسم) المشتركة . العامل (القاسم) المشترك الأكبر:

يمكن إيجاد العامل (القاسم) المشترك الأكبر لعددين أو أكثر بطريقتين:

2. 14 . 1 . طريقة إيجاد العوامل (القواسم) المشتركة:

مثال (27):

أوجد العامل (القاسم) المشترك الأكبر للعددين: 45 ,30.

الحل:

نوجد عوامل العدد 30 وهي:

1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

ونوجد عوامل العدد 45 وهي:

1, 3, 5, 9, 15, 45

ما عوامل العدد 30 التي هي أيضاً عوامل العدد 45؟

نلاحظ أن العوامل هي:

15 ,5 ,3 ,1 وتسمى العوامل المشتركة بين العددين 45 ,30.

ما أكبر هذه العوامل؟

نلاحظ أن العدد 15 هو أكبر هذه العوامل، ويسمى العامل (القاسم) المشترك الأكبر للعددين 45 ,30، ودائماً يكون العامل المشترك الأكبر لعددين أو أكثر عدد واحد فقط وهو أكبر العوامل المشتركة، ويُكتب العامل المشترك الأكبر اختصاراً ع. م. أ ، أي أن:

ع: اختصار لكلمة العامل.

م: اختصار لكلمة المشترك.

أ: اختصار لكلمة الأكبر.

إذاً العامل المشترك الأكبر (ع. م. أ) للعددين 45 ,30 هو العدد 15.

نشاط:

أوجد العامل المشترك الأكبر للأعداد 42 ,36 ,24.

2. 14. 2. طريقة التحليل إلى العوامل الأولية (القسمة المتتالية):

مثال (28):

أوجد العامل المشترك الأكبر للعددين 36 ,18 بطريقة التحليل (القسمة المتتالية).

الحل:

نحلل العددين 36 ,18 إلى عواملهما الأولية بطريقة التحليل (القسمة المتتالية) كمايأتي:

36	2	18	2
18	2	9	3
9	3	3	3
3	3	1	
1			

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$ $\qquad$ $18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$

نكتب نتائج تحليل العددين كمايأتي:

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

لمعرفة العامل المشترك الأكبر للعددين 36 ,18 سنأخذ فقط العوامل الأولية المشتركة بين العددين 36 ,18 وبأصغر أس، فما تلك العوامل؟

نلاحظ أن العوامل الأولية المشتركة بأصغر أس هي: $2, 3^2$

نوجد ناتج ضربها فيكون: $2 \times 3^2 = 18$

إذاً العامل المشترك الأكبر للعددين 36 ,18 هو العدد 18.

ولو حاولنا إيجاد العامل المشترك الأكبر للعددين 36 ,18 بطريقة إيجاد العوامل المشتركة فسيكون لدينا أكبر العوامل المشتركة هو العدد 18 أيضاً وهو ع. م. أ للعددين.

تعريف العامل المشترك الأكبر لعددين أو أكثر وطريقتي الحصول عليه:

- العامل المشترك الأكبر لعددين أو أكثر هو أكبر العوامل المشتركة بين هذه الأعداد، وتوجد طريقتان للحصول عليه وهما:

الطريقة الأولى. طريقة إيجاد العوامل المشتركة:

وذلك بإيجاد العوامل المشتركة بين هذه الأعداد، ثم أخذ أكبر هذه العوامل، فيكون هو العامل المشترك الأكبر لهذه الأعداد، ونرمز له بالرمز: ع. م. أ.

الطريقة الثانية. طريقة التحليل:

وذلك بتحليل كل عدد من هذه الأعداد إلى عوامله الأولية، ثم أخذ العوامل الأولية المشتركة فقط وبأصغر أس، وبضربها نحصل على ع. م. أ.

نشاط:

1. أوجد العامل المشترك الأكبر للأعداد 65 ,52 ,26 بطريقة إيجاد العوامل المشتركة.
2. أوجد العامل المشترك الأكبر للأعداد 24 ,18 ,12 بطريقة التحليل.

3. أوجد العامل المشترك الأكبر للأعداد 105 ,49 ,42 ,35 بالطريقة التي تختارها.

4. ما العدد الذي يُعد عاملاً مشتركاً لجميع الأعداد؟

وبعد أن تم التطرق إلى تعريف العامل المشترك الأكبر لعددين أو أكثر وطريقتي الحصول عليه، يتبادر إلى الأذهان سؤال في غاية الأهمية، وهو: ماذا لو لم يكن هناك عوامل مشتركة بين الأعداد المعطاة، ما العامل المشترك الأكبر بين هذه الأعداد؟ ....

وللإجابة عن هذا السؤال سنتعرف على العددان الأوليان فيما بينهما، وذلك على النحو الآتي:

2ـ 15 ـ العددان الأوليان فيما بينهما: (الخنيفس وملي وإبراهيم وأبو يونس، 2010ـ 2011، 176)

تعريف:

إذا كان القاسم (العامل) المشترك الأكبر لعددين صحيحين يساوي الواحد، فإننا نسمي العددين عددين أوليين نسبياً.

مثال (29):

أوجد العامل المشترك الأكبر للعددين 6, 35

الحل:

نوجد عوامل العدد 6 وهي:

1, 2, 3, 6

نوجد عوامل العدد 35 وهي:

1, 5, 7, 35

وبالتالي فإن العامل المشترك الأكبر للعددين 6, 35 هو الواحد، فنقول إن العددين 6, 35 أوليان فيما بينهما.

مثال (30):

أوجد العامل المشترك الأكبر للعددين 15 ,8

الحل:

نوجد عوامل العدد 8 وهي:

1, 2, 4, 8

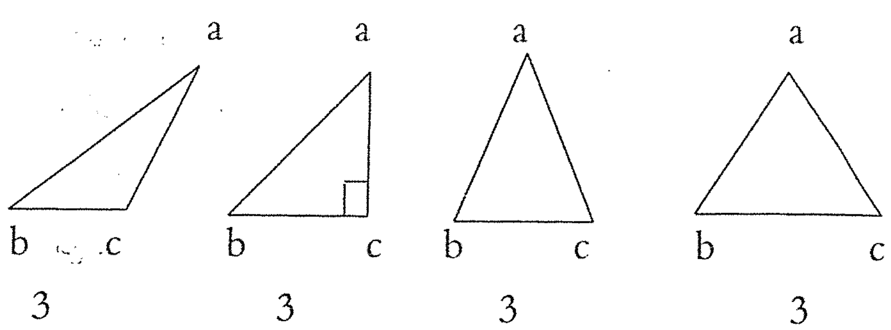
نوجد عوامل العدد 15 وهي:

1, 3, 5, 15

وبالتالي فإن العامل المشترك الأكبر للعددين 15 ,8 هو الواحد، فنقول إن العددين ,8 15 أوليان فيما بينهما.

2. 16 المضاعفات المشتركة . المضاعف المشترك الأصغر:

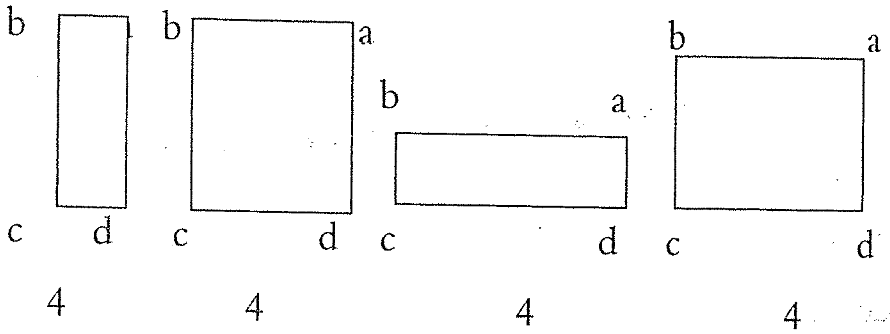
يمكن عرض بعض الصور لتدريس مضاعفات العدد، فمثلاً يمكن عرض بعض صور الحيوانات ذات الأربعة أرجل مثل الحصان، الفيل، الأرنب، الكلب وغيرها، والهدف من ذلك تطوير قدرة التلميذ على حساب عدد أرجل الحيوانات أربع أربع، حتى يتوصل إلى المتسلسلة الآتية:.... ,20 ,16 ,12 ,8 ,4 وهكذا، كما يمكن استخدام أشكال هندسية معينة مثل المثلث أو المستطيل للوصول إلى مضاعفات العدد بصورة أكثر تجريداً، فمثلاً يمكن إيجاد مضاعفات العدد 3 باستخدام المثلث في أشكاله المختلفة على أنه يشتمل على ثلاثة أضلاع كما يوضحه الشكل الآتي:(عفانة، 2002، 256 257)



حيث يتم سؤال التلاميذ عن عدد أضلاع المثلث الأول، ثم المثلثين الأول والثاني، ثم المثلثات الأول والثاني والثالث، ثم المثلثات الأول والثاني والثالث والرابع.

وبعد ذلك يُشرح لهم بأن الأعداد التي حصلوا عليها: 12 ,9 ,6 ,3 تسمى مضاعفات العدد 3، وأنه يمكن الحصول على المزيد من مضاعفات العدد 3 بضرب هذا العدد بأعداد العد ... ,9 ,8 ,7 ,6 ,5 ,4 ,3 ,2 ,1 ,0

ويمكن إيجاد مضاعفات العدد 4 باستخدام المستطيل في أشكاله المختلفة على أنه يشتمل على أربعة أضلاع كما يوضحه الشكل الآتي:



حيث يتم سؤال التلاميذ عن عدد أضلاع المستطيل الأول، ثم المستطيلين الأول والثاني، ثم المستطيلات الأول والثاني والثالث، ثم المستطيلات الأول والثاني والثالث والرابع.

وبعد ذلك يُشرح لهم بأن الأعداد التي حصلوا عليها: 16 ,12 ,8 ,4 تسمى مضاعفات العدد 4، وأنه يمكن الحصول على المزيد من مضاعفات العدد 4 بضرب هذا العدد بأعداد العد... ,9 ,8 ,7 ,6 ,5 ,4 ,3 ,2 ,1 ,0

نشاط:

أكمل مايأتي:

من مضاعفات العدد 5:

....

من مضاعفات العدد 8:

....

ملاحظات:

• **ناتج جداء عددين هو مضاعف لكل منهما.**

مثال (31):

العدد 56 مضاعف لكل من العددين 7 و8 لأن ناتج ضرب العددين هو 56 أي أن:

$$8 \times 7 = 56$$

• **يكون العدد مضاعفاً لعدد ما إذا كان الأول يقبل القسمة على الثاني.**

مثال (32):

العدد 56 مضاعف للعدد 7 لأن 56 يقبل القسمة على7.

والعدد 56 مضاعف للعدد 8 لأن 56 يقبل القسمة على 8.

• **كل عدد مضاعف لنفسه.**

مثال (33):

العدد 7 مضاعف للعدد 7، لأن $1 \times 7 = 7$

• **العدد صفر هو مضاعف لأي عدد**

لأن ناتج ضرب أي عدد بالعدد صفر هو الصفر.

طرائق إيجاد المضاعف المشترك الأصغر لعددين أو أكثر:

يمكن إيجاد المضاعف المشترك الأصغر لعددين أو أكثر بطريقتين:

2. 16. 1. طريقة إيجاد المضاعفات المشتركة:

مثال (34):

أوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين 6, 9.

الحل:

نوجد بعض مضاعفات العدد 6 وهي:

$$0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, \ldots$$

نوجد بعض مضاعفات العدد 9 وهي:

$$0, 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, \ldots\ldots$$

ما مضاعفات العدد 6 التي هي أيضاً مضاعفات العدد 9 ؟

نلاحظ أن المضاعفات هي:

0, 18, 36 وتسمى المضاعفات المشتركة بين العددين 6, 9.

ما أصغر هذه المضاعفات؟

نلاحظ أن العدد صفر هو أصغر هذه المضاعفات، ولكن بما أن العدد صفر مضاعف لأي عدد، وبالتالي هو مضاعف مشترك أصغر لأي عددين، لذلك نتجاوزه ونأخذ أصغر المضاعفات المشتركة ما عدا الصفر، فيكون أصغر هذه المضاعفات هو العدد 18، ويسمى المضاعف المشترك الأصغر للعددين 9 ,6 ، ودائماً يكون المضاعف المشترك الأصغر لعددين أو أكثر هو عدد واحد فقط وهو أصغر المضاعفات المشتركة، ويُكتب المضاعف المشترك الأصغر اختصاراً م. م. أ ، أي أن:

م: اختصار لكلمة المضاعف.

م: اختصار لكلمة المشترك.

أ: اختصار لكلمة الأصغر.

إذاً المضاعف المشترك الأصغر للعددين 6 ,9 هو العدد 18.

نشاط:

أوجد م. م. أ للأعداد: 3, 4, 6

2.16.2. طريقة التحليل إلى العوامل الأولية (القسمة المتتالية):

مثال (35):

أوجد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 18 ,45 ,63 بطريقة التحليل (القسمة المتتالية).

الحل:

نحلل الأعداد 18 ,45 ,63 إلى عواملها الأولية بطريقة التحليل (القسمة المتتالية) كمايأتي:

63	3	45	3	18	2
21	3	15	3	9	3
7	7	5	5	3	3
1		1		1	

$\mathbf{63} = 3 \times 3 \times 7 = 3^2 \times 7$ $\mathbf{45} = 3 \times 3 \times 5 = 3^2 \times 5$ $\mathbf{18} = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$

نكتب نتائج تحليل الأعداد كمايأتي:

$$63 = 3^2 \times 7$$
$$45 = 3^2 \times 5$$
$$18 = 2 \times 3^2$$

لمعرفة المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 18 ,45 ,63 سنأخذ جميع العوامل الأولية المشتركة وغير المشتركة بين تلك الأعداد بأكبر أس، فما هي تلك العوامل؟

نلاحظ أن العوامل الأولية المشتركة وغير المشتركة بأكبر أس هي $2, 3^2, 5, 7$ نوجد ناتج ضربها فيكون:

$$2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 630$$

إذاً المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 18 ,45 ,63 هو العدد 630.

ولو حاولنا إيجاد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 18 ,45 ,63 بطريقة إيجاد المضاعفات المشتركة فسيكون لدينا أصغر المضاعفات المشتركة هو العدد 630 أيضاً وهو المضاعف المشترك الأصغر للأعداد السابقة.

نشاط:

أوجد م. م. أ للأعداد 24 ,15 ,12 بطريقة التحليل (القسمة المتتالية).

تعريف المضاعف المشترك الأصغر لعددين أو أكثر وطريقتي الحصول عليه:

- المضاعف المشترك الأصغر لعددين أو أكثر هو أصغر المضاعفات المشتركة بين هذه الأعداد، وتوجد طريقتان للحصول عليه وهما:

الطريقة الأولى . طريقة إيجاد المضاعفات المشتركة:

وذلك بإيجاد المضاعفات المشتركة بين هذه الأعداد، ثم أخذ أصغر هذه المضاعفات (بعد الصفر)، فيكون هو المضاعف المشترك الأصغر لهذه الأعداد، ونرمز له بالرمز: م. م. أ.

الطريقة الثانية . طريقة التحليل:

وذلك بتحليل كل عدد من هذه الأعداد إلى عوامله الأولية، ثم أخذ جميع العوامل الأولية المشتركة وغير المشتركة بأكبر أس، وبضربها نحصل على م. م. أ.

ملاحظة:

يمكن إيجاد المضاعف المشترك الأصغر لعددين أو أكثر بشكل ذهني ودون اللجوء إلى الطريقتين السابقتين، ولكن هذه الطريقة لا تنطبق على جميع الأعداد؛ وإنما توجد أعداد لها خاصة معينة ويمكن من خلالها إيجاد المضاعف المشترك الأصغر لتلك الأعداد، ويتضح ذلك من خلال التمرين الآتي:

مثال (36):

أوجد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد: 6 ,9 ,18 ,3

الحل:

نوجد بعض مضاعفات العدد 3 وهي:

0, 3, 6, 9, 12, 15, 18

ونوجد بعض مضاعفات العدد 18 وهي:

0, 18, 36, 54, 72, 90, 108

ونوجد بعض مضاعفات العدد 9 وهي:

0, 9, 18, 27, 36, 45, 54

ونوجد بعض مضاعفات العدد 6 وهي:

0, 6, 12, 18, 24, 30, 36

ما المضاعف المشترك الأصغر للأعداد السابقة (ما عدا الصفر)؟

نلاحظ أن م. م. أ للأعداد السابقة هو العدد 18، وهو في الوقت نفسه أكبر هذه الأعداد ومضاعف لكل منها، وهذا يقودنا إلى **الملاحظة الآتية:**

إذا كان لدينا عدة أعداد وكان أكبرها مضاعفاً لكل من الأعداد الأخرى، فإن هذا العدد هو المضاعف المشترك الأصغر للأعداد كلها.

نشاط:

1. أوجد م. م. أ للأعداد 20، 45، 15 بالطريقة التي تختارها.
2. أوجد ذهنياً م. م. أ للأعداد (2، 4، 8) وللأعداد (100، 10، 1000).
3. أوجد م. م. أ للأعداد 3، 8، 6 بطريقة إيجاد المضاعفات المشتركة.
4. أوجد م. م. أ للأعداد 12، 30، 18 بطريقة التحليل.

أمثلة محلولة

مثال (1):

صنف الأعداد الآتية إلى أعداد أولية وأعداد غير أولية:

27, 19, 135, 9, 625, 67, 97, 2790, 2358, 59

الحل:

الأعداد الأولية	الأعداد غير الأولية
19	27
67	135
97	9
59	625
	2790
	2358

مثال (2):

أوجد الجذر التربيعي للعدد 6400

الحل:

. نحلل العدد 6400 إلى عوامله الأولية بطريقة القسمة المتتالية على النحو الآتي:

$$
\begin{array}{r|l}
6400 & 2 \\
3200 & 2 \\
1600 & 2 \\
800 & 2 \\
400 & 2 \\
200 & 2 \\
100 & 2 \\
50 & 2 \\
25 & 5 \\
5 & 5 \\
1 &
\end{array}
$$

. نكتب ناتج التحليل على شكل جداء قوى:

$$
\begin{aligned}
6400 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \\
&= 2^8 \times 5^2
\end{aligned}
$$

. وبالتالي يمكن أن نكتب:

$$\sqrt{6400} = \sqrt{2^8 \times 5^2} = \sqrt{2^8} \times \sqrt{5^2} = 2^4 \times 5 = 80$$

مثال (3):

أوجد العامل المشترك الأكبر للعددين 75 ,625 بطريقة التحليل (القسمة المتتالية).

الحل:

نحلل العددين 75 ,625 إلى عواملهما الأولية بطريقة التحليل (القسمة المتتالية) كمايأتي:

$$\begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$75 = 3 \times 5 \times 5 = 3 \times 5^2 \qquad 625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

نكتب نتائج تحليل العددين كمايأتي:

$$625 = 5^4$$

$$75 = 3 \times 5^2$$

لمعرفة العامل المشترك الأكبر للعددين 75, 625 سنأخذ فقط العوامل الأولية المشتركة بين العددين $625, 75$ وبأصغر أس.

نلاحظ أن العوامل الأولية المشتركة بأصغر أس هي 5^2 نوجد ناتج ضربها فيكون:

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

إذاً العامل المشترك الأكبر للعددين $625, 75$ هو العدد 25.

مثال (4):

أوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين $625, 75$ (المذكورين في المثال السابق) بطريقة التحليل (القسمة المتتالية).

الحل:

استناداً إلى نتائج تحليل العددين 75, 625 إلى عواملهما الأولية بطريقة التحليل (القسمة المتتالية)، والتي تم التوصل إليها في المثال السابق، نكتب:

$$625 = 5^4$$

$$75 = 3 \times 5^2$$

لمعرفة المضاعف المشترك الأصغر للعددين 75 ,625 سنأخذ جميع العوامل الأولية المشتركة وغير المشتركة بين تلك الأعداد بأكبر أس.

نلاحظ أن العوامل الأولية المشتركة وغير المشتركة بأكبر أس هي $5^4, 3$ نوجد ناتج ضربها فيكون:

$$5^4 \times 3 = 1875$$

إذاً المضاعف المشترك الأصغر للعددين 75 ,625 هو العدد 1875.

مثال (5):

أوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين 64 ,48 بطريقة التحليل (القسمة المتتالية).

الحل:

نحلل الأعداد 64 ,48 إلى عواملها الأولية بطريقة التحليل (القسمة المتتالية) كمايأتي:

64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$$

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3$$

نكتب نتائج تحليل الأعداد كمايأتي:

$$48 = 2^4 \times 3$$
$$64 = 2^6$$

لمعرفة المضاعف المشترك الأصغر للعددين 64 ,48 سنأخذ جميع العوامل الأولية المشتركة وغير المشتركة بين تلك الأعداد بأكبر أس.

نلاحظ أن العوامل الأولية المشتركة وغير المشتركة بأكبر أس هي $2^6, 3$ نوجد ناتج ضربها فيكون:

$$2^6 \times 3 = 192$$

إذاً المضاعف المشترك الأصغر للعددين 64 ,48 هو العدد 192.

تمارين ومسائل غير محلولة

1. أوجد العامل المشترك الأكبر للأعداد 35، 30، 15 بالطريقة التي تختارها.

2. أوجد العامل المشترك الأكبر للأعداد 16، 18، 12 بطريقة إيجاد العوامل المشتركة.

3. أوجد العامل المشترك الأكبر للأعداد 428، 326، 218 بطريقة التحليل.

4. صنف الأعداد الآتية إلى أعداد أولية وأعداد غير أولية:

319, 285, 132, 19, 39, 225, 1111, 680

5. أوجد الجذر التربيعي لكل من الأعداد الآتية:

256, 10000, 169

وذلك بتحليل كل عدد إلى عوامله الأولية.

6. حقل على شكل مربع مساحته 5184 متراً مربعاً، احسب طول ضلع هذا الحقل.

7. أوجد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 112، 46، 84 بالطريقة التي تختارها.

8. أوجد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 8، 2، 12 بطريقة إيجاد المضاعفات المشتركة.

9. أوجد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 25، 75، 225 بطريقة التحليل.

10. أوجد ذهنياً المضاعف المشترك الأصغر للأعداد (3، 15، 5).

خامساً . تدريس الكسور

مقدمة:

يواجه غالبية التلاميذ صعوبة في إدراك مفهوم الكسر، وعدم القدرة على التعامل مع هذا الموضوع بشكل موضوعي وسليم، وقد يعود ذلك إلى الطريقة التي يتم من خلالها عرض هذا الموضوع، حيث إن عدم البدء بالمرحلة الحسية عند تدريس هذا الموضوع ثم الانتقال إلى المرحلة شبه الحسية ثم المرحلة المجردة قد يؤدي إلى صعوبات في تعلمه، وسنحاول في الصفحات القليلة المقبلة التعرض إلى هذا الموضوع وتبسيط أسلوب عرضه وكيفية تقديمه للتلاميذ.

2. 17 . مفهوم الكسر:

أصل كلمة كسر Fraction مشتقة من الكلمة اللاتينية Fraction وتعني (يكسر) أو يهشم، فالكسر $\frac{3}{4}$ يعني أن شيئاً قد كُسر إلى أربعة أجزاء متساوية وأُخذ منها ثلاث، وللكسر عدة معان نذكر منها الآتي، مع مراعاة المرحلة الدراسية التي يُقدم فيها مفهوم الكسر: (السلطاني، 2002، 198. 200)

1. الكسر هو جزء أو أجزاء متساوية من وحدة، فـ $\frac{3}{4}$ تعني ثلاثة أجزاء من أربعة أجزاء كسر (قسم) إليها الواحد الصحيح.

2. الكسر هو جزء أو أكثر من أجزاء متساوية من مجموعة من الوحدات فـ $\frac{3}{4}$ يعني ثلاثة أجزاء من أربعة وحدات متساوية.

3. الكسر هو دلالة على القسمة فـ $\frac{3}{4}$ تعني $3 \div 4$

4. الكسر هو نسبة فـ $\frac{3}{4}$ تعني 3 من 4.

5. الكسر هو زوج من الأعداد في وضع معين فالزوج المرتب (3, 4) هو عدد نسبي، وهذا المفهوم يدرسه التلميذ في مراحل دراسية أعلى.

ويمكن توضيح المعاني السابقة للكسر كمايأتي:

كما مر سابقاً في تقديم مفهوم العدد، نمر بتقديم مفهوم الكسر بثلاث مراحل أساسية هي المرحلة الحسية (الأشياء كما هي) ثم المرحلة شبه الحسية أي بصور الأشياء ورسوماتها وأخيراً بالرموز المجردة، وعلى هذا فمعنى $\frac{1}{2}$ يمكن أن يُوضح بتقسيم برتقالة إلى نصفين متساويين، ثم أخذ نصف منها، يلي ذلك توضيح هذا التقسيم على لوحة وبرية أو على السبورة، ثم بعد ذلك يُعرض الرمز $\frac{1}{2}$ الذي يمثل النصف. وهذا هو المعنى الأول للكسر.

ولتوضيح المعنى الثاني للكسر (باعتباره جزء أو أكثر من أجزاء متساوية من مجموعة من الوحدات) نتبع الخطوات السابقة نفسها، وعليه يمكن عرض برتقالتين ثم تُؤخذ واحدة منها وتُعرض على لوحة وبرية ثم يُكتب الرمز $\frac{1}{2}$.

ثم تُعرض فكرة الكسر باعتباره عملية قسمة:

وعلى هذا $\frac{1}{2}$ تعني $1 \div 2$ ويدل خط الكسر على القسمة.

ثم تُعرض فكرة الكسر كنسبة:

فإذا كان لدى طفل ليرتان ولدى آخر ثلاث ليرات فإن نسبة ليرات الأول إلى الثاني $2:3$ أو $\frac{2}{3}$ ، ويؤجل هذا المعنى لحين دراسة مفهوم النسبة والتناسب في الصفوف التي يتم فيها عرض هذا الموضوع.

والطريقة الأخيرة لتفسير الكسر كزوج مرتب أو عدد نسبي لا تُدرس في الحلقة الأولى من التعليم الأساسي.

ويُفضل عند تدريس معنى الكسر أن نبدأ بالكسور ذات الوحدة في البسط (التي بسطها واحد) مثل $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ ، .... ثم بعد ذلك نوضح معنى الكسور $\frac{2}{3}$ ، $\frac{2}{4}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{2}{5}$ ، $\frac{2}{6}$ ، .... ، ....

ويتكون الكسر من ثلاثة أجزاء، ففي الكسر $\frac{2}{6}$ مثلاً 2 هي البسط و6 هي المقام و — خط الكسر، ويُطلق على البسط والمقام مصطلح (حدي الكسر).

والكسور هي عناصر من مجموعة الأعداد العادية Q حيث:

$$Q = \left\{\frac{a}{b}, a \in Z, b \in Z^*\right\}$$

Z هي مجموعة الأعداد الصحيحة.

. تُستخدم الكسور للتعبير عن قياس كمية ما، ولتمثيل علاقة بين مجموعتين من العناصر، ولتمثيل نسبة ما، .... (أبو يونس والعيسى، 2006 2007، 150)

وتنقسم الكسور إلى:

1. أعداد كسرية (كسور غير عادية):

يكون بسطها أكبر من مقامها.

مثال (1):

الكسور الآتية:

$$\frac{7}{4} \quad , \quad \frac{9}{5} \quad , \frac{5}{2}$$

هي عبارة عن أعداد كسرية (كسور غير عادية).

2. كسور عادية:

يكون بسطها أصغر من مقامها .

مثال (2):

الكسور الآتية:

$$\frac{5}{7} \quad , \frac{3}{5} \quad , \frac{1}{2}$$

هي عبارة عن كسور عادية.

3. كسور عشرية:

والكسر العشري هو كسر عادي مقامه 10 أو 100 أو 1000 أو ....،

مثال (3):

الكسور الآتية:

$$\frac{5}{100} \quad , \quad \frac{3}{10} \quad , \quad \frac{15}{1000}$$

هي عبارة عن كسور عشرية.

وعادة يبدأ التعليم بالكسور العادية، أي الكسور التي بسطها أصغر من مقامها.

نشاط:

اذكر أمثلة من عندك عن أعداد كسرية، وكسور عادية، وكسور عشرية.

2. 18. تدريس الكسور العادية: (السواعي، 2004، 223 233)

يمكن الاستفادة من خبرات الأطفال ومعارفهم السابقة للبدء بتدريسهم الكسور، ومن المفضل أن يتم تدريس الكسور كأي موضوع آخر في الرياضيات، حيث يتم البدء بالأشياء المحسوسة ثم الأشياء شبه المحسوسة ثم المجردة، **وفيما يأتي خطة من سبع مراحل لتدريس موضوع الكسور:**

المرحلة الأولى. خبرات ما قبل الكسور:

هذه الخبرات التي لا تتضمن مصطلحات كسرية بوضوح، يمكن أن تزود الأطفال بأساس قوي لفهم مفهوم الكسر، ويمكن أن يبدأ هذا في مرحلة الروضة، ففي هذه المرحلة يجب على المعلم أن يدع الأطفال يتشاركون بمجموعات من الأشياء (كميات منفصلة)، ثم يتحرك بعد ذلك إلى مهمات أعقد كالمشاركة في كميات متصلة، ويمكن في الحالتين استخدام أمور حياتية مثل المشاركة في عدد من الأوراق، أو تقاسم أقلام، أو تقاسم ورقة واحدة، وهكذا ......

المرحلة الثانية . التعبير عن النماذج المادية بالكلمات:

بعد قيام الأطفال بنشاط مثل اقتسام خمسة أقلام من قبل خمسة أطفال، ندعهم يحددون حصصهم بقول: قلم واحد من خمسة أقلام، واحد من خمسة، خمس أو حصة طفلين بقول: قلمان من خمسة أقلام، اثنان من خمسة، خمسان.

المرحلة الثالثة . عمل نماذج للتعبير عن الكلمات:

وهي عكس المرحلة الثانية، على سبيل المثال ندع الأطفال يعملون نماذج للتعبير عن خمس، ربع، ثلث، ......

المرحلة الرابعة . تمثيل النماذج والكلمات رمزياً:

بعد الشعور بأن الأطفال بدأوا يستخدمون التعابير الكلامية بسهولة، يجب تقديم رموز مكتوبة مثل $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}$, ...

وربط هذه الرموز بمعنى القسمة العادلة ومعنى جزء من كل، فمثلاً في معنى جزء من كل فإن $\frac{2}{3}$ تعني جزأين أُخذت من 3 أجزاء متساوية، أما في معنى القسمة العادلة فإن $\frac{2}{3}$ تعني شيئين قُسما بالتساوي بين 3 أطفال.

المرحلة الخامسة . التمثيل الكلامي و النمذجة المادية للرموز:

يجب البدء بكسر مثل $\frac{1}{5}$ والطلب من الأطفال التعرف عليه كلامياً ثم نمذجته إما من خلال معنى القسمة العادلة أو من خلال معنى جزء من كل.

المرحلة السادسة . التخيل الذهني للنماذج المادية:

يجب تشجيع الأطفال على أن يتخيلوا نماذج مادية ذهنياً ويستخدموا هذه التخيلات لحل المسائل.

المرحلة السابعة . استخدام الرموز كأعداد مجردة:

يجب تشجيع الأطفال على حل مسائل الكسور بدون نماذج مادية أو صور ذهنية.

2. 18. 1. تمثيل الكسور العادية:

يوجد العديد من الطرائق التي يمكن استخدامها لتمثيل الكسر العادي، منها:

أ. نماذج المساحة:

وتعتبر من أكثر الطرائق شيوعاً في تمثيل الكسور العادية، ويتم ذلك عن طريق تقسيم المساحة إلى مساحات جزئية متساوية، ويُراعى هنا استخدام الأشكال الهندسية المختلفة كالدائرة والمربع والمستطيل والمثلث، وعدم التركيز على شكل معين وذلك لإكساب التلاميذ خبرة أشمل بتمثيل الكسور.

ب. نماذج الطول:

يتم هنا تقسيم الطول إلى أطوال جزئية متساوية، ويعتبر خط الأعداد مثالاً على نماذج الطول.

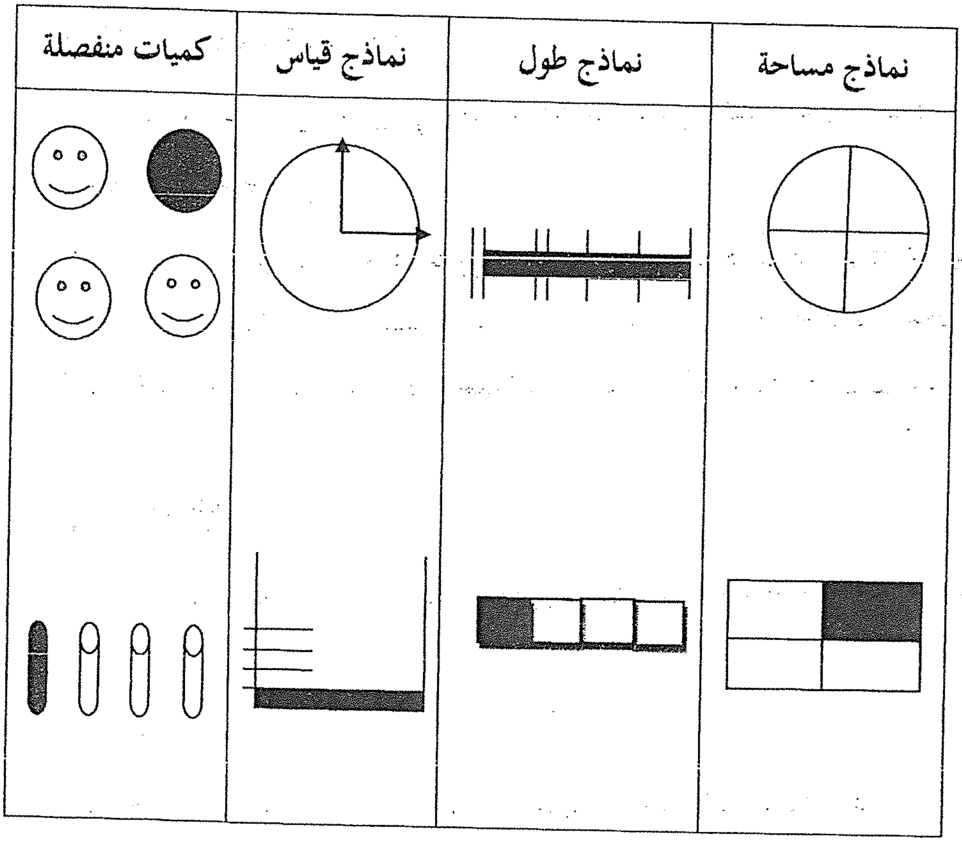
ج. نماذج القياس:

وتُستخدم هنا أدوات قياس مثل القوارير المخبرية المدرجة والساعات وغيرها، ويمكن للتلاميذ أن يستخدموا هذه الأدوات كجزء من نشاط معملي (مخبري).

د. الكميات المنفصلة:

إضافة إلى استخدام الكميات المتصلة والمتمثلة بالنماذج الثلاثة الأولى، فإنه يجب استخدام الكميات المنفصلة في تمثيل الكسور العاديةُ، ويتم ذلك من خلال تحديد مجموعة جزئية من مجموعة تضم عدداً من العناصر، ومثال ذلك: قلم واحد من مجموعة تحتوي على أربعة أقلام، تفاحتان من مجموعة تحتوي على سبع تفاحات.

ويبين الشكل الآتي الطرائق المختلفة لتمثيل الكسور العادية، حيث أستخدم الكسر $\frac{1}{4}$ كمثال:



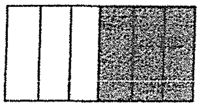
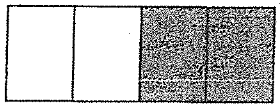
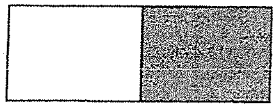
تمثيل الكسر "ربع" بطرائق مختلفة

2.18.2. تكافؤ الكسور:

يمكن توضيح مفهوم تكافؤ الكسور بعدة طرائق، وسنكتفي بعرض نماذج المساحة وخط الأعداد لمناسبتها للتلاميذ في مرحلة التعليم الأساسي.

. نماذج المساحة:

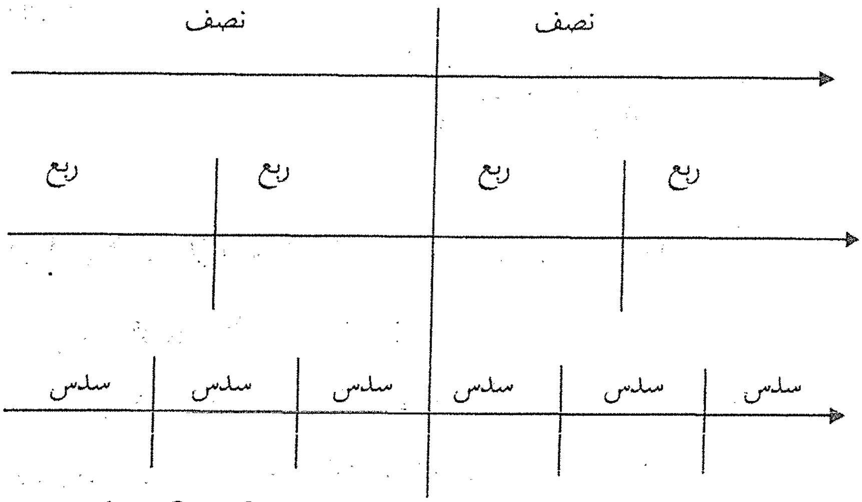
تقوم هذه الطريقة على تمثيل كسر ما عن طريق نموذج مساحة، وتمثيل كسر آخر أو عدة كسور بنماذج مماثلة، وإظهار تساوي المساحات الممثلة لهذه الكسور، والشكل الآتي يبين تكافؤ الكسور $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$

		
$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{2}$

استخدام نماذج المساحة في توضيح تكافؤ الكسور

. خط الأعداد:

يمكن استخدام خط الأعداد في توضيح تكافؤ الكسور، وذلك برسم خط أعداد خاص بكل من الكسور المراد تبيان تكافئها، وذلك كمايأتي:



نصف = ربعان = ثلاثة أسداس أي أن: $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}$

استخدام خط الأعداد في توضيح تكافؤ الكسور

نتيجة:

من خلال ما سبق يتضح لنا أنه يمكن تحويل أي كسر من صورة إلى أخرى بضرب بسطه ومقامه بعدد واحد، بحيث لا يكون هذا العدد صفراً.

مثال (4):

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$$

مثال (5):

$$\frac{2}{8} = \frac{2 \times 5}{8 \times 5} = \frac{10}{40}$$

وكذلك يمكن تحويل أي كسر من صورة إلى أخرى وذلك بقسمة كل من بسطه ومقامه على عدد ما لا يساوي الصفر.

مثال (6):

$$\frac{12}{24} = \frac{12 \div 3}{24 \div 3} = \frac{4}{8}$$

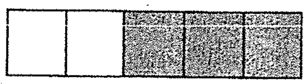
مثال (7):

$$\frac{15}{40} = \frac{15 \div 5}{40 \div 5} = \frac{3}{8}$$

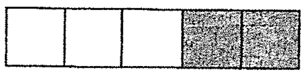
2. 18. 3. موازنة (مقارنة) الكسور: (أبو يونس والعيسى، 2006 2007، 157، 160)

أ. موازنة الكسور ذات المقامات المتساوية:

لتعليم الموازنة بين كسرين تساوى مقاماهما، نبدأ من المرحلة شبة الحسية (باستخدام الصور)، ثم الانتقال إلى المرحلة الرمزية، كما في المثال الآتي:



$\frac{3}{5}$ يمثل 3 عدد الأجزاء الملونة من أصل خمسة أجزاء



$\frac{2}{5}$ يمثل 2 عدد الأجزاء الملونة من أصل خمسة أجزاء

من خلال النظر، أيهما أكبر؟ 3 أجزاء من أصل خمسة أجزاء، أم جزأين من أصل خمسة أجزاء؟

أيهما أكبر؟ $\frac{3}{5}$ أم $\frac{2}{5}$ ؟

وبعدها يتوصل التلاميذ مع المعلم إلى النتيجة الآتية:

نتيجة: إذا تساوى مقاما كسرين، فالكسر الذي بسطه أكبر هو الكسر الأكبر.

وبعد ذلك يعرض المعلم على تلاميذه عدداً من الأمثلة ويناقشهم في حلها.

مثال (8):

وازن بين كل كسرين من الكسور الآتية:

$$\frac{3}{8} \quad , \quad \frac{5}{8}$$

$$\frac{7}{9} \quad , \quad \frac{1}{9}$$

الحل:

$$\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$$

$$\frac{7}{9} > \frac{1}{9}$$

نشاط:

ضع إشارة ($>$) أو ($<$) في الفراغات الآتية:

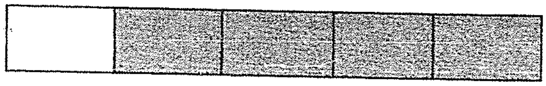
$$\frac{2}{9} \cdots\cdots \frac{4}{9}$$

$$\frac{45}{60} \cdots\cdots \frac{54}{60}$$

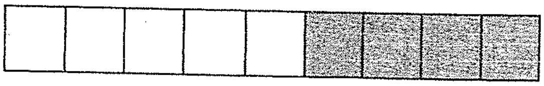
$$\frac{7}{15} \cdots\cdots \frac{4}{15}$$

ب . موازنة الكسور ذات البسوط المتساوية:

لتعليم الموازنة بين كسرين تساوى بسطاهما، نبدأ أيضاً من المرحلة شبه الحسية (باستخدام الصور)، ثم الانتقال إلى المرحلة الرمزية، كما في المثال الآتي:



الجزء الملون يمثل $\frac{4}{5}$



الجزء الملون يمثل $\frac{4}{9}$

من خلال النظر، أيهما أكبر؟ الجزء الملون في الشكل الأعلى أم الجزء الملون في الشكل الأسفل؟

أيهما أكبر؟ $\frac{4}{5}$ أم $\frac{4}{9}$ ؟

وبعدها يتوصل التلاميذ مع المعلم إلى النتيجة الآتية:

نتيجة: **إذا تساوى بسطا كسرين، فالكسر الذي مقامه أصغر هو الكسر الأكبر.**

وبعد ذلك يعرض المعلم على تلاميذه عدداً من الأمثلة ويناقشهم في حلها.

مثال (9): وازن بين كل كسرين من الكسور الآتية:

$$\frac{5}{8} \quad , \quad \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{3} \quad , \quad \frac{1}{7}$$

الحل:

$$\frac{5}{8} < \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{7}$$

نشاط:

ضع إشارة (>) أو (<) في الفراغات الآتية:

$$\frac{4}{5}\cdots\cdots\frac{4}{9}$$

$$\frac{34}{40}\cdots\cdots\frac{34}{45}$$

$$\frac{2}{7}\cdots\cdots\frac{2}{5}$$

ج . موازنة الكسور ذات المقامات غير المتساوية:

تحتاج الموازنة في هذه الحالة إلى توحيد المقامات، ويتم ذلك باستخدام فكرة الكسر المكافئ، وتوجد حالتان:

(1) . الحالة التي يكون فيها مقام أحد الكسور مضاعفاً لكل من مقامات الكسور الأخرى:

فللموازنة بين الكسرين $\frac{5}{24}$ ، $\frac{3}{8}$ نحاور التلاميذ في إيجاد كسر يكافئ الكسر $\frac{3}{8}$ ويكون مقامه 24 ثم موازنة الكسرين الناتجين:

ما العدد الذي نضربه بحدي الكسر $\frac{3}{8}$ (بسطه ومقامه) ليصبح المقام 24

$$\frac{3}{8}=\frac{3\times 3}{8\times 3}=\frac{9}{24}$$

وتكون الموازنة بين الكسرين الآتيين:

$$\frac{9}{24}\ ,\qquad \frac{5}{24}$$

وحسب النتيجة: إذا تساوى مقاما كسرين، فالكسر الذي بسطه أكبر هو الكسر الأكبر، يكون:

$$\frac{9}{24} > \frac{5}{24}$$

ومنه يكون:

$$\frac{3}{8} > \frac{5}{24}$$

وبعد ذلك يضع المعلم عدداً من الأمثلة ويناقش التلاميذ في حلها.

مثال (10):

وازن بين الكسرين الآتيين:

$$\frac{2}{9} \quad , \quad \frac{1}{3}$$

الحل:

نبحث عن كسر يكافئ الكسر $\frac{1}{3}$ ويكون مقامه 9 ثم موازنة الكسرين الناتجين:

ما العدد الذي نضربه بحدي الكسر $\frac{1}{3}$ (بسطه ومقامه) ليصبح المقام 9

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 3}{3 \times 3} = \frac{3}{9}$$

وتكون الموازنة بين الكسرين الآتيين:

$$\frac{2}{9} \quad , \quad \frac{3}{9}$$

وحسب النتيجة: إذا تساوى مقاما كسرين، فالكسر الذي بسطه أكبر هو الكسر الأكبر، يكون:

$$\frac{2}{9} < \frac{3}{9}$$

ومنه يكون:

$$\frac{2}{9} < \frac{1}{3}$$

نشاط:

وازن بين الكسرين:

$$\frac{4}{15}, \qquad \frac{2}{30}$$

(2). الحالة التي لا يكون فيها مقام أحدهما مضاعفاً لمقام الآخر، كما في المثال الآتي:

مثال (11):

وازن بين الكسرين الآتيين:

$$\frac{2}{3} \quad , \qquad \frac{3}{4}$$

الحل: للموازنة بين الكسرين السابقين نتبع الخطوات الآتية:

- ✓ نوحد المقامين بإيجاد المضاعف المشترك الأصغر للمقامين 4 ,3 وهو العدد 12.
- ✓ نضرب حدي كل كسر بالعدد الذي يجعل مقامه يساوي 12، حيث نضرب حدي الكسر الأول بالعدد 4 ونضرب حدي الكسر الثاني بالعدد 3.
- ✓ نوازن بين الكسرين الناتجين، حيث نعود إلى الحالة التي يكون فيها مقاما الكسرين متساويين.

وبالتالي يكون لدينا:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$$
$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

ونجد أن:

$$\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$$

وبالتالي فإن:

$$\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

مثال (12):

وازن بين الكسرين الآتيين:

$$\frac{4}{5} \quad , \quad \frac{2}{3}$$

الحل:

✓ نوحد المقامين بإيجاد المضاعف المشترك الأصغر للمقامين 3 ,5 وهو العدد 15.

✓ نضرب حدي كل كسر بالعدد الذي يجعل مقامه يساوي 15، حيث نضرب حدي الكسر الأول بالعدد 3 ونضرب حدي الكسر الثاني بالعدد 5.

✓ نوازن بين الكسرين الناتجين، حيث نعود إلى الحالة التي يكون فيها مقاما الكسرين متساويين.

وبالتالي يكون لدينا:

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}$$
$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$$

ونجد أن:

$$\frac{10}{15} < \frac{12}{15}$$

وبالتالي فإن:

$$\frac{2}{3} < \frac{4}{5}$$

نشاط:

وازن بين:

$$5 \quad , \frac{14}{8}$$

2. 18 .4 . العمليات على الكسور:

لإكساب التلاميذ مهارة إجراء هذه العمليات يجب البدء من المرحلة الحسية، ثم الانتقال إلى المرحلة شبه الحسية فمرحلة الرموز المجردة.

✓ **الجمع:**

يمكن ربط الجمع بمواقف الإضافة والضم، ويستطيع المعلم عرض بعض الأنشطة التي تساعد التلاميذ على إجراء عملية الجمع بطريقة سهلة ومشوقة، وذلك كمايأتي:

أ . جمع الكسور ذات المقامات المتساوية:

مثال (13):

يعرض المعلم على التلاميذ نموذج قرص حلوى ويقوم بتقطيعه إلى ثمان قطع متساوية، ثم يحاور التلاميذ:

ما عدد القطع التي تؤلف قرص الحلوى؟

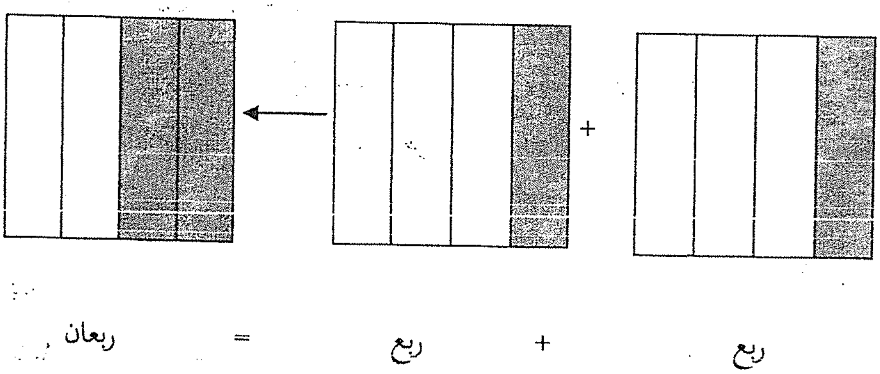
ما الكسر الذي يدل على قطعة واحدة من مجموعة القطع؟

كم قطعة تقابل الكسر $\frac{2}{8}$ ؟كم قطعة تقابل الكسر $\frac{4}{8}$ ؟

أكل أحمد $\frac{1}{8}$ وأكلت عبير $\frac{2}{8}$ من قرص الحلوى، ما مجموع ما أكله الاثنان؟

$\frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8}$ ويطرح المعلم بالطريقة نفسها عدداً من الأسئلة المشابهة حتى يتوصل التلاميذ بمساعدة المعلم إلى صياغة قاعدة جمع كسرين لهما المقام نفسه.

وبعد ذلك يمكن الانتقال إلى المرحلة شبه الحسية (باستخدام الصور والرسوم) لتعليم التلاميذ جمع الكسور ذات المقامات المتساوية، كمايأتي: (السواعي، 2004، 234 239)



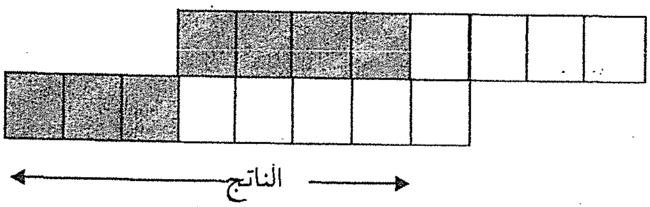
جمع الكسور ذات المقامات المتساوية

مسألة (1):

إذا أنجز عبدالله $\frac{3}{8}$ من عمله في الساعة الأولى وأنجز $\frac{4}{8}$ منه في الساعة الثانية، فكم يكون قد أنجز من عمله خلال الساعتين؟

الحل:

يمكن نمذجة هذه المسألة كما في الشكل الآتي، وبالتالي لن يجد التلاميذ صعوبة في إيجاد الحل الصحيح:



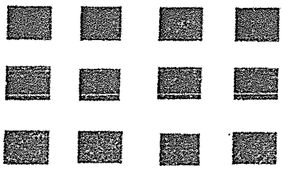
ويمكن عمل هذا النموذج بالعديد من المواد كالورق أو الخشب أو البلاستيك، ويمكن أن يتم رسمه على السبورة أو الورق.

مسألة (2):

لدى أسامة علبة من الحلوى تحتوي على (12) قطعة، فإذا استهلك ربع القطع في اليوم الأول وربعي القطع في اليوم الثاني، فكم يكون قد استهلك من علبة الحلوى في اليومين؟

الحل:

يمكن نمذجة هذه المسألة كما في الشكل الآتي:



ربع في اليوم الأول يعني 3 قطع، وربعان في اليوم الثاني يعنيان 6 قطع، فالمجموع هو 9 قطع، وبالنظر إلى الشكل فإن 9 قطع تعني 3 أرباع.

وبعد تقديم عملية جمع الكسور باستخدام الرسومات والصور، ننتقل إلى المرحلة الرمزية، وذلك بعد معرفة التلاميذ لقاعدة جمع الكسور ذات المقامات المتساوية: **ناتج جمع كسرين أو أكثر هو كسر بسطه مجموع البسوط ومقامه هو المقام نفسه.**

مثال (14):

أوجد ناتج مايأتي:

$$\frac{4}{7} + \frac{2}{7}$$

الحل:

$$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$$

ب . جمع الكسور ذات المقامات المختلفة:

على عكس ما يتبادر إلى الأذهان، فإن تعلم جمع الكسور ذات المقامات المختلفة عن طريق توحيد المقامات ليس بالأمر الصعب إذا كوّن التلاميذ فهماً حقيقياً لمفهوم تكافؤ

الكسور، حيث إن كل ما في الأمر هو إيجاد كسور مكافئة للكسور الأصلية لها المقام نفسه، ويفضل أن يبدأ المعلم بكسور يكون أحد مقاماتها هو المضاعف المشترك الأصغر لكل من مقامات الكسور الأخرى. (السواعي 2004، 240)

وينبغي تعليم التلاميذ هذه المهارة بدءاً من المرحلة الحسية، ويفضل البدء بجمع كسرين أحد مقاميهما مضاعف للآخر: (أبو يونس والعيسى، 2006 2007، 163)

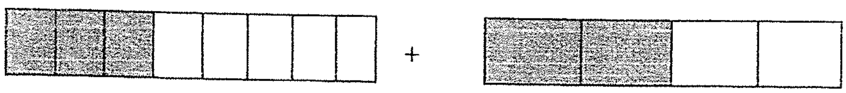
مثال (15):

أوجد ناتج مايأتي:

$$\frac{3}{8}+\frac{2}{4}$$

الحل:

يصنع المعلم شريطين طبوقين من الورق المقوى، أحدهما مجزأ إلى ثماني قطع متساوية، والآخر إلى أربع قطع متساوية.

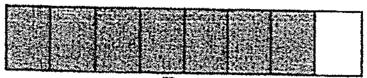


$\frac{3}{8}$ + $\frac{2}{4}$

وبعد ذلك يجزأ المعلم كل ربع في الشريط الثاني إلى جزأين طبوقين، فيصبح الشريط الثاني مجزأ إلى ثماني قطع متساوية.

$\frac{3}{8}$ + $\frac{4}{8}$

وبعدها يجعل المعلم الشريطين متجاورين،ويعد التلميذ الأثمان الملونة فيجد أنها تساوي $\frac{7}{8}$



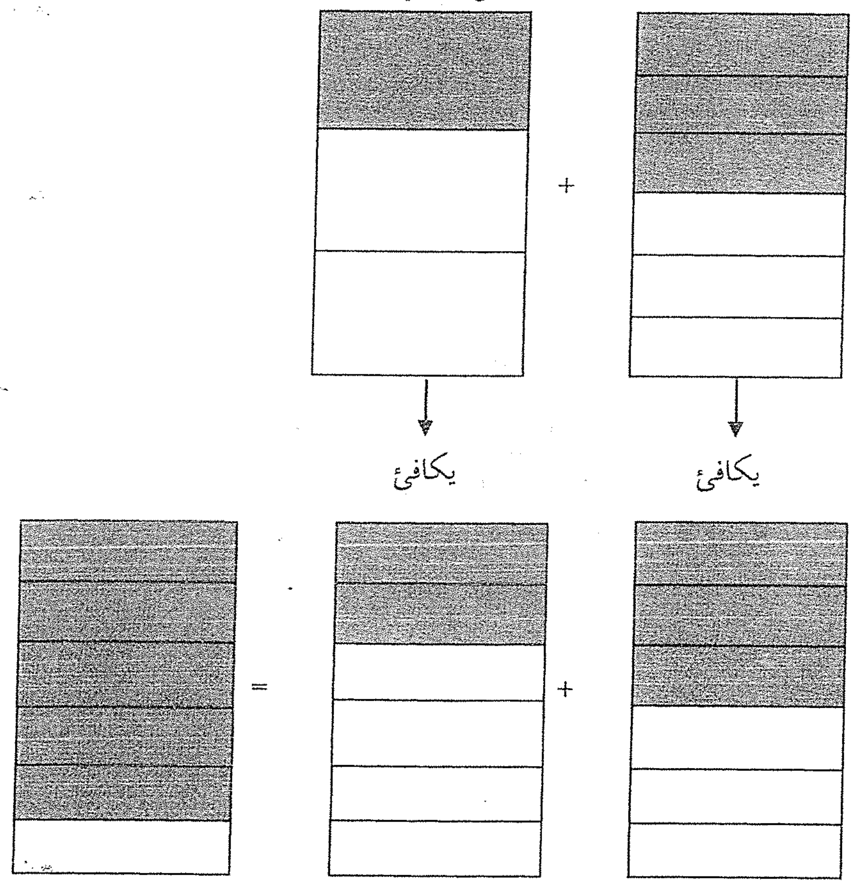
$\frac{7}{8}$

وبعد ذلك يمكن الانتقال إلى المرحلة شبه الحسية (باستخدام الصور والرسوم) لتعليم التلاميذ جمع الكسور ذات المقامات المختلفة، كمايأتي: (السواعي، 2004، 240 250)

مثال (16):

أوجد ناتج مايأتي:

$$\frac{1}{3}+\frac{3}{6}$$



جمع كسور مقاماتها مختلفة

وبعد تقديم عملية جمع الكسور باستخدام الرسومات والصور، ننتقل إلى المرحلة الرمزية، فبعد أن يكون التلاميذ قد مارسوا توجيد المقامات، يصبح من الضروري أن يطوروا هذه المهارة رمزياً، ويمكن استخدام صفوف التكافؤ في هذا الصدد.

مثال (17):

أوجد ناتج مايأتي:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$$

الحل:

صفوف التكافؤ (الكسور المكافئة) للكسر $\frac{1}{3}$ هي:

$$\frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \dots \dots \dots$$

صفوف التكافؤ (الكسور المكافئة) للكسر $\frac{1}{2}$ هي:

$$\frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \dots \dots \dots$$

نأخذ الكسرين اللذين لهما المقام نفسه ونجمعهما:

$$\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$$

وبعد ذلك يمكن الاستعانة بتوحيد المقامات لإيجاد ناتج الجمع وذلك كمايأتي:

مثال (18):

أوجد ناتج مايأتي:

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$$

الحل:

نوجد المضاعف المشترك الأصغر للمقامين 3 و4 وهو 12

نضرب حدي الكسر الأول بالعدد 4 ونضرب حدي الكسر الثاني بالعدد 3

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{8}{12}+\frac{9}{12}=\frac{17}{12}$$

✓ الطرح:

يمكن ربط الطرح بمواقف الانتزاع حيث يكون الناتج مجهولاً، ويستطيع المعلم عرض بعض الأنشطة التي تساعد التلاميذ على إجراء عملية الطرح بطريقة سهلة ومشوقة، وذلك كمايأتي:

أ. طرح الكسور ذات المقامات المتساوية:.

للوصول إلى هذا الهدف، ينبغي تعليم التلاميذ هذه المهارة بدءاً من المرحلة الحسية:

مثال (19):

يعرض المعلم على التلاميذ تفاحة ويقوم بتقطيعها إلى ست قطع متساوية، ثم يحاور التلاميذ:

ما عدد القطع التي تكوّن التفاحة؟

ما الكسر الذي يدل على قطعة واحدة من مجموعة القطع؟

كم قطعة تقابل الكسر $\frac{3}{6}$ ؟كم قطعة تقابل الكسر $\frac{4}{6}$ ؟

أخذ عامر أربع قطع، فكم قطعة بقي؟

هل يصح القول بأن عامر أخذ $\frac{4}{6}$ فبقي $\frac{2}{6}$ ؟

أي إن:

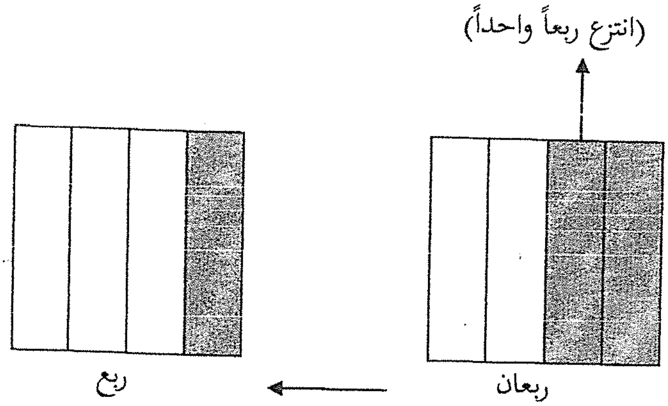
$\frac{6}{6}$ نقص $\frac{4}{6}$ فبقي $\frac{2}{6}$

أي إن:

$$\frac{6}{6}-\frac{4}{6}=\frac{2}{6}$$

ويطرح المعلم بالطريقة نفسها عدداً من الأسئلة المشابهة حتى يتوصل التلاميذ بمساعدة المعلم إلى صياغة قاعدة طرح كسرين لهما المقام نفسه.

وبعد ذلك يمكن الانتقال إلى المرحلة شبه الحسية (باستخدام الصور والرسوم) لتعليم التلاميذ طرح الكسور ذات المقامات المتساوية، كمايأتي: (السواعي، 2004، 235 239)



طرح الكسور ذات المقامات المتساوية

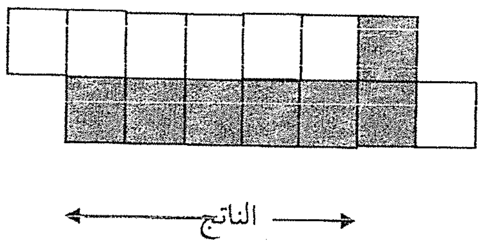
ولحل مسائل وتمارين الطرح يمكن توظيف النماذج كمايأتي:

مثال (20):

أوجد ناتج مايأتي:

$$\frac{6}{7}-\frac{1}{7}$$

الحل: يمكن نمذجة هذه المسألة كما في الشكل الآتي، وبالتالي لن يجد التلاميذ صعوبة في إيجاد الحل الصحيح:



. وبعد تقديم عملية طرح الكسور باستخدام الرسومات والصور، ننتقل إلى المرحلة الرمزية، وذلك بعد معرفة التلاميذ **لقاعدة طرح الكسور ذات المقامات المتساوية: ناتج طرح كسرين أو أكثر هو كسر بسطه ناتج طرح البسوط ومقامه هو المقام نفسه.**

مثال (21):

أوجد ناتج مايأتي:

$$\frac{8}{9}-\frac{2}{9}$$

الحل:

$$\frac{8}{9}-\frac{2}{9}=\frac{6}{9}$$

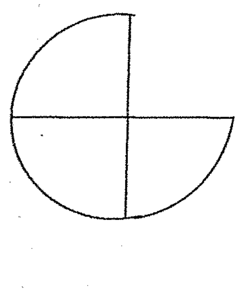
ب . طرح الكسور ذات المقامات المختلفة:

ينبغي تعليم التلاميذ هذه المهارة بدءاً من المرحلة الحسية، ثم الانتقال إلى المرحلة شبه الحسية، فمرحلة الرموز، وذلك على النحو الآتي: (أبو يونس والعيسى، 2006، 2007، 165، 166)

طرح كسرين أحد مقاميهما مضاعف للآخر:

مثال (22):

يعرض المعلم على التلاميذ $\frac{3}{4}$ نموذج قرص حلوى، فإذا أكل سامر وأصدقاؤه $\frac{1}{2}$ القرص، فكم يبقى من القرص؟



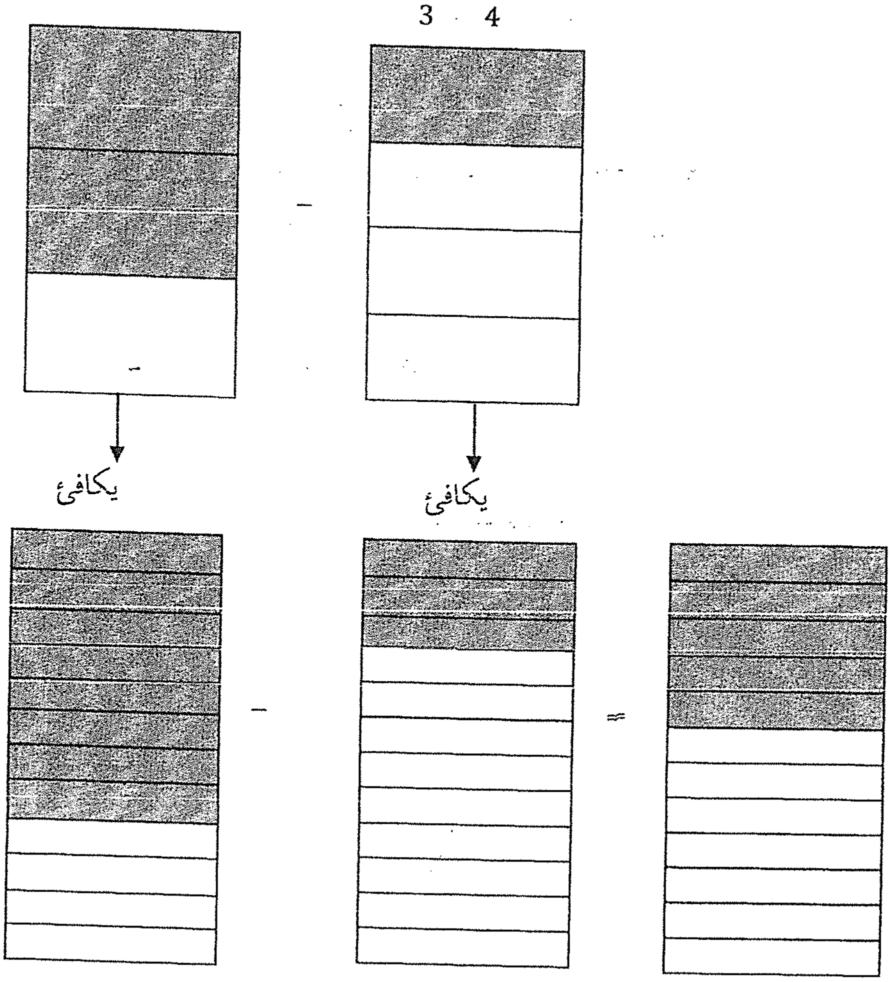
يقوم التلاميذ بمساعدة المعلم بأخذ نصف القرص، فيجدون أن ما تبقى هو ربع القرص فقط.

أي أنه بقي من القرص $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ وبعد توحيد المقامات وإجراء عملية الطرح يتبين للتلاميذ أنه بقي ربع القرص، وذلك كما هو موضح على نموذج القرص.

ـ وبعد ذلك يمكن الانتقال إلى المرحلة شبه الحسية (باستخدام الصور والرسوم) لتعليم التلاميذ طرح الكسور ذات المقامات المختلفة، كمايأتي: (السواعي، 2004، 241)

مثال (23): أوجد ناتج مايأتي:

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$$



طرح كسور مقاماتها مختلفة

وبعد تقديم عملية طرح الكسور باستخدام الرسومات والصور، ننتقل إلى المرحلة الرمزية، فبعد أن يكون التلاميذ قد مارسوا توحيد المقامات، يصبح من الضروري أن يطوروا هذه المهارة رمزياً، ويمكن استخدام صفوف التكافؤ في هذا الصدد.

مثال (24):

أوجد ناتج مايأتي:

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$$

الحل:

صفوف التكافؤ (الكسور المكافئة) للكسر $\frac{1}{3}$ هي:

$$\frac{2}{6},\ \frac{3}{9},\ \frac{4}{12},\ \dots\dots\dots$$

صفوف التكافؤ (الكسور المكافئة) للكسر $\frac{1}{4}$ هي:

$$\frac{2}{8},\ \frac{3}{12},\frac{4}{16},\frac{5}{20},\ \dots\dots\dots$$

نأخذ الكسرين اللذين لهما المقام نفسه ونطرحهما:

$$\frac{4}{12}-\frac{3}{12}=\frac{1}{12}$$

وبعد ذلك يمكن الاستعانة بتوحيد المقامات لإيجاد ناتج الطرح وذلك كمايأتي:

مثال (25):

أوجد ناتج مايأتي:

$$\frac{2}{5}-\frac{1}{3}$$

الحل: نوجد المضاعف المشترك الأصغر للمقامين 3 و5 وهو 15

نضرب حدي الكسر الأول بالعدد 3 ونضرب حدي الكسر الثاني بالعدد 5

$$\frac{2}{5}-\frac{1}{3}=\frac{6}{15}-\frac{5}{15}=\frac{1}{15}$$

✓ **الضرب:** (السواعي، 2004، 251)

تُعتبر قاعدة ضرب الكسور سهلة بالنسبة إلى التلاميذ، حيث إنها تتضمن ببساطة ضرب البسوط ببعضها وضرب المقامات ببعضها.

مثال (26):

أوجد ناتج مايأتي:

$$\frac{3}{5}\times\frac{6}{9}$$

الحل:

$$\frac{3}{5}\times\frac{6}{9}=\frac{3\times 6}{5\times 9}=\frac{18}{45}$$

مثال (27):

أوجد ناتج مايأتي:

$$7\times\frac{2}{5}$$

الحل:

$$7\times\frac{2}{5}=\frac{7\times 2}{1\times 5}=\frac{14}{5}$$

✓ القسمة:

توجد قاعدتان مهمتان في قسمة الكسور، وهما قاعدة المقام المشترك، وقاعدة قلب المقسوم عليه ثم الضرب. (السواعي، 2004، 251، 253)

أ . قاعدة المقام المشترك (توحيد المقامات):

تقوم هذه القاعدة على إيجاد مقام مشترك للكسرين، ثم قسمة بسط الكسر المقسوم على بسط الكسر المقسوم عليه.

مثال (28):

أوجد ناتج مايأتي:

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{8}$$

الحل:

لإيجاد ناتج $\frac{2}{8} \div \frac{3}{4}$ فإن المقام المشترك هو 8 ويكون ناتج قسمة $\frac{2}{8} \div \frac{6}{8}$ هو:

$$6 \div 2 = 3$$

ب . قاعدة قلب المقسوم عليه ثم الضرب:

تقوم هذه القاعدة على قلب الكسر المقسوم عليه ثم إجراء عملية الضرب.

مثال (29):

أوجد ناتج مايأتي:

$$\frac{5}{7} \div \frac{3}{5}$$

الحل:

$$\frac{5}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{5}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{25}{21}$$

وبذلك يتمكن التلاميذ من إتقان مهارة جمع الكسور العادية وطرحها وضربها وقسمتها وذلك في حالة الكسور ذات المقامات المتساوية، والكسور ذات المقامات المختلفة.

2. 18. 5. صعوبات تعلم الكسور العادية:

يكون فهم التلاميذ للكسور العادية ضيقاً وغير كامل وذلك لمجموعة من الأسباب منها: (السواعي، 2004، 222، 223)

1- يستخدم المعلمون عادة المناطق الدائرية والمستطيلة فقط لتوضيح معاني الكسور، ولذلك يوجد لدى الأطفال صعوبة في ربط مفهوم الكسر في مواقف أخرى مثل المثلث وخط الأعداد والكميات المنفصلة.

2- لا يفهم كثير من الأطفال أن تحديد جزء من كل يتطلب تجزئة الكل إلى أجزاء متساوية.

3- لا يدرك بعض الأطفال أن الكسور العادية تتضمن جزءاً من كل، وبدلاً من ذلك فهم يقارنون الجزء ببقية الأجزاء وليس بالكل الذي ينتمي إليه الجزء.

4. لا يملك كثير من الأطفال حساً جيداً بحجم الكسر، فهم لا يعرفون أن الكسور، غير كسر الوحدة، يمكن أن تُبنى من كسور الوحدة، فعلى سبيل المثال لا يدركون أن $\frac{3}{5}$ هي $(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5})$ ، كما يوجد لديهم صعوبة في الاستدلال النوعي حول الكسور، حيث إنهم لا يستطيعون توقع ما سيحدث لقيمة الكسر إذا زاد المقام على سبيل المثال.

5- لا يفهم كثير من الأطفال تكافؤ الكسور، فقد يستطيعون ربط الكسر بنموذج مادي أمامهم، ولكنهم لا يستطيعون عمل الربط غير المباشر، فعلى سبيل المثال، إذا نظروا إلى دائرة مقسمة إلى ثمانية أجزاء، ظُلل اثنان منها، فإن بإمكانهم معرفة أن الجزء المظلل يساوي $\frac{2}{8}$ من مساحة الدائرة، ولكنهم لا يدركون أنه يمثل $\frac{1}{4}$ من مساحتها.

6. تشير الأبحاث إلى أن مهارات التقدير لدى الأطفال في مجال الكسور ضعيفة.

7. لا يفهم الأطفال في كثير من الأحيان أن الكسر يمثل علاقة وليس عدداً من الأشياء، فهم يعتقدون مثلاً أن نصف شيء هو دائماً أكبر من ثلث شيء آخر، والواقع أنه لا يمكن المقارنة في مثل هذه الحالة إلا إذا عرف الكل في كلا الحالتين.

8. يصعب على كثير من الأطفال مقارنة الكسور العادية، فقد يعتقد بعضهم أن $\frac{1}{3} < \frac{1}{4}$ لأن $3 < 4$.

9. لا يدرك كثير من الأطفال أهمية تعريف الكل أو الوحدة بوضوح عند حل مسائل على الكسور العادية.

2. 19 . الأعداد الكسرية:

2. 19 . 1. تعريف العدد الكسري: (أبو يونس والعيسى، 2006 2007، 166)

هو كسر أكبر من الواحد كُتب على شكل عدد صحيح وإلى يمينه كسر أصغر من الواحد، أو هو كسر بسطه أكبر من مقامه.

مثال (30):

$\frac{24}{5}$ هو كسر أكبر من الواحد، ويسمى كسراً غير عادي وهو كسر بسطه أكبر من مقامه.

ملاحظة:

يسمى الكسر الذي يساوي الواحد كسراً غير عادي، مثل الكسر $\frac{8}{8}$.

2. 19 . 2 . تحليل الكسور (تحويل الكسور غير العادية إلى أعداد كسرية):

لتحويل الكسر غير العادي (الأكبر من الواحد) إلى عدد كسري نقسم البسط على المقام، فيكون ناتج القسمة هو العدد الصحيح، وباقي القسمة هو بسط الكسر والمقسوم عليه هو مقام الكسر.

مثال (31):

حلل كلاً من الكسرين الآتيين:

$$\frac{29}{7} \quad , \quad \frac{32}{9}$$

الحل:

$$\frac{29}{7} = 4\frac{1}{7} \quad , \quad \frac{32}{9} = 3\frac{5}{9}$$

نشاط:

حلل كلاً من الكسور الآتية:

$$\frac{45}{7} \quad , \quad \frac{73}{9} \quad , \quad \frac{17}{4}$$

2. 19 . 3 . تركيب الكسور (تحويل الأعداد الكسرية إلى كسور غير عادية):

لتحويل العدد الكسري إلى كسر غير عادي (أكبر من الواحد) نضرب العدد الصحيح بمقام الكسر ونجمع الناتج مع بسط الكسر ونضع مجموعهما بسطاً لكسر مقامه المقام ذاته.

مثال (32):

ركب كلاً من الكسرين الآتيين:

$$5\frac{2}{3} \quad , \quad 7\frac{4}{5}$$

الحل:

$$5\frac{2}{3} = \frac{(3 \times 5) + 2}{3} = \frac{17}{3}$$

$$7\frac{4}{5} = \frac{(5 \times 7) + 4}{5} = \frac{39}{5}$$

نشاط:

ركب كلاً من الكسور الآتية:

$$6\frac{3}{5} \quad , \quad 2\frac{7}{9} \quad , \quad 5\frac{6}{8}$$

2. 19. 4. موازنة الأعداد الكسرية:

بعد تعليم التلاميذ موازنة الكسور العادية يصبح من السهل عليهم موازنة الأعداد الكسرية، حيث تتم هذه الموازنة على الشكل الآتي:

✓ للموازنة بين عددين كسريين، نوازن بين عدديهما الصحيحين، فالذي عدده الصحيح أكبر هو العدد الكسري الأكبر.

مثال (33):

وازن بين كل عددين كسريين من الأعداد الكسرية الآتية:

$$7\frac{1}{4} \quad , \quad 3\frac{1}{3}$$
$$4\frac{3}{5} \quad , \quad 8\frac{2}{3}$$

الحل:

$$7\frac{1}{4} > 3\frac{1}{3}$$
$$4\frac{3}{5} < 8\frac{2}{3}$$

✓ للموازنة بين عددين كسريين، تساوى عدداهما الصحيحان، فإننا نوازن بين الكسرين العاديين.

مثال (34):

وازن بين كل عددين كسريين من الأعداد الكسرية الآتية:

$$5\frac{3}{4} \quad , \quad 5\frac{2}{4}$$

$$6\frac{4}{5} \quad , \quad 6\frac{4}{7}$$

$$9\frac{1}{2} \quad , \quad 9\frac{3}{4}$$

الحل:

$$5\frac{3}{4} > 5\frac{2}{4}$$

$$6\frac{4}{5} > 6\frac{4}{7}$$

$$9\frac{1}{2} < 9\frac{3}{4}$$

نشاط:

1. رتب تنازلياً الكسور الآتية:

$$3\frac{2}{5} \quad , \quad 6\frac{4}{9} \quad , \quad 2\frac{3}{5} \quad , \quad 6\frac{4}{7}$$

2. مستطيل بعداه $2\frac{4}{5}$ ، $2\frac{3}{7}$ أيهما طوله؟

2. 19 . 5 . العمليات على الأعداد الكسرية:

يستطيع المعلم تعليم التلاميذ إجراء العمليات على الأعداد الكسرية (ذات المقامات المتساوية والمقامات المختلفة) وإكسابهم هذه المهارة بالأسلوب نفسه الذي تم فيه تعليمهم إجراء العمليات على الكسور العادية بنوعيها، وسنكتفي هنا بعرض قاعدة

كل عملية من العمليات الأربع الأساسية (الجمع والطرح والضرب والقسمة) وذكر بعض الأمثلة لكل قاعدة .

ملاحظة:

بما أن الكسور في الأعداد الكسرية هي عبارة عن كسور عادية، نتبع نفس قواعد إجراء العمليات الأربع على الكسور العادية التي تم عرضها سابقاً.

❖ **الجمع:**

قاعدة: لجمع أعداد كسرية، نجمع الكسور أولاً ثم نجمع الأعداد الصحيحة.

أ. جمع أعداد كسرية مقاماتها متساوية:

نجمع البسوط ثم نجمع الأعداد الصحيحة، ثم نختصر الكسر الناتج إن أمكن.

مثال (35):

أوجد ناتج مايأتي:

$$7\frac{3}{5}+2\frac{1}{5}+3\frac{2}{5}$$

$$5\frac{4}{6}+3\frac{5}{6}$$

الحل:

$$7\frac{3}{5}+2\frac{1}{5}+3\frac{2}{5}=12\frac{6}{5}$$

$$5\frac{4}{6}+3\frac{5}{6}=8\frac{9}{6}$$

نشاط:

1. أوجد ناتج مايأتي واكتبه بأبسط شكل ممكن:

$$2\frac{3}{8}+6\frac{2}{8}+4\frac{1}{8}=$$

2. مثلث أطوال أضلاعه $2\frac{3}{7}$, $4\frac{2}{7}$, $6\frac{1}{7}$ احسب طول محيطه.

ب . جمع أعداد كسرية مقاماتها مختلفة:

يفضل دائماً عرض الأمثلة المتدرجة في صعوبتها، حيث يمكن للمعلم البدء بجمع أعداد كسرية أحد مقاماتها مضاعف مشترك للمقامات الأخرى، ثم يتم عرض أمثلة عن الحالة العامة التي تتطلب إيجاد المضاعف المشترك الأصغر لمقامات الكسور.

ولإجراء عملية الجمع في هذه الحالة نوحد مقامي الكسرين ونجمع البسوط ثم نجمع الأعداد الصحيحة، ثم نختصر الكسر الناتج إن أمكن.

مثال (36):

أوجد ناتج مايأتي:

$$5\frac{2}{3}+3\frac{3}{4}+6\frac{3}{6}$$

$$4\frac{2}{3}+3\frac{1}{6}$$

الحل:

$$5\frac{2}{3}+3\frac{3}{4}+6\frac{3}{6}=5\frac{8}{12}+3\frac{9}{12}+6\frac{6}{12}$$

$$=14\frac{23}{12}$$

$$4\frac{2}{3}+3\frac{1}{6}=4\frac{4}{6}+3\frac{1}{6}$$

$$=7\frac{5}{6}$$

ملاحظة:

يمكن اتباع طريقة أخرى لإجراء عملية جمع الأعداد الكسرية، وذلك بعد تركيبها.

مثال (37):

أوجد ناتج مايأتي:

$$2\frac{2}{5} + 3\frac{1}{5} =$$

الحل:

نركب الكسرين ثم نجمعهما:

$$\frac{12}{5} + \frac{16}{5} = \frac{28}{5}$$

نحلل الكسر الناتج فنجد:

$$\frac{28}{5} = 5\frac{3}{5}$$

مثال (38):

أوجد ناتج مايأتي:

$$3\frac{2}{5} + 4\frac{1}{10} =$$

الحل:

نوحد المقامين:

$$3\frac{4}{10} + 4\frac{1}{10} =$$

نركب الكسرين ثم نجمعهما:

$$\frac{34}{10} + \frac{41}{10} = \frac{75}{10}$$

نحلل الكسر الناتج فنجد:

$$\frac{75}{10} = 7\frac{5}{10}$$

نشاط:

أوجد ناتج الجمع بعد تركيب الأعداد الكسرية:

$$3\frac{4}{7} + 6\frac{2}{3}$$
$$5\frac{4}{9} + 2\frac{2}{3}$$

❖ **الطرح:**

قاعدة: لطرح أعداد كسرية، نطرح الكسور أولاً ثم نطرح الأعداد الصحيحة.

أ . طرح عدد كسري من عدد كسري (المقامان متساويان):

☒ **كسر المطروح أصغر من كسر المطروح منه:**

مثال (39):

أوجد ناتج مايأتي:

$$5\frac{3}{5} - 3\frac{2}{5}$$

الحل:

نطرح البسوط من بعضها، ثم نطرح العدد الصحيح من العدد الصحيح الآخر:

$$5\frac{3}{5} - 3\frac{2}{5} = 2\frac{1}{5}$$

نختصر الكسر الناتج إن أمكن.

☒ كسر المطروح أكبر من كسر المطروح منه:

مثال (40):

أوجد ناتج مايأتي:

$$7\frac{2}{7}-3\frac{3}{7}=$$

الحل:

لإيجاد الناتج نقوم بالخطوات الآتية:

ـ نستلف (1) من العدد الصحيح للمطروح منه، ثم نحوله إلى كسر، ونجمعه إلى الكسر الأصلي للمطروح منه:

$$7\frac{2}{7}=6+1+\frac{2}{7}=6+\frac{7}{7}+\frac{2}{7}=6+\frac{9}{7}=6\frac{9}{7}$$

ونتابع العمل كما في الخطوات السابقة:

$$7\frac{2}{7}-3\frac{3}{7}=6\frac{9}{7}-3\frac{3}{7}=3\frac{6}{7}$$

ب . طرح عدد كسري من عدد كسري (المقامان مختلفان):

لإجراء عملية الطرح في هذه الحالة نوحد مقامي الكسرين ونطرح البسوط ثم نطرح الأعداد الصحيحة، ثم نختصر الكسر الناتج إن أمكن.

مثال (41):

أوجد ناتج مايأتي:

$$5\frac{3}{4}-3\frac{1}{8}$$

الحل:

$$5\frac{3}{4}-3\frac{1}{8}=5\frac{6}{8}-3\frac{1}{8}=2\frac{5}{8}$$

ملاحظة:

يمكن اتباع طريقة أخرى لإجراء عملية طرح الأعداد الكسرية، وذلك بعد تركيبها.

مثال (42):

أوجد ناتج مايأتي:

$$7\frac{2}{7} - 3\frac{3}{7}$$

الحل:

نركب الكسرين ثم نطرحهما:

$$\frac{51}{7} - \frac{24}{7} = \frac{27}{7}$$

نحلل الكسر الناتج فنجد:

$$\frac{27}{7} = 3\frac{6}{7}$$

مثال (**43**):

أوجد ناتج مايأتي:

$$5\frac{3}{4} - 3\frac{1}{8} =$$

الحل:

نوحد المقامين:

$$5\frac{3}{4} - 3\frac{1}{8} = 5\frac{6}{8} - 3\frac{1}{8}$$

نركب الكسرين ثم نطرحهما:

$$5\frac{3}{4} - 3\frac{1}{8} = 5\frac{6}{8} - 3\frac{1}{8} = \frac{46}{8} - \frac{25}{8} =$$

$$= \frac{21}{8}$$

نحلل الكسر الناتج فنجد:

$$5\frac{3}{4}-3\frac{1}{8}=5\frac{6}{8}-3\frac{1}{8}=\frac{46}{8}-\frac{25}{8}$$
$$=\frac{21}{8}=2\frac{5}{8}$$

نشاط:

أوجد ناتج الطرح بعد تركيب الأعداد الكسرية:

$$4\frac{2}{3}-2\frac{2}{5}$$

$$5\frac{2}{3}-2\frac{3}{9}$$

❖ **الضرب:**

لضرب عدد كسري بعدد كسري نقوم بتركيب الكسرين ثم نحسب الناتج بضرب البسوط ببعضها وضرب المقامات ببعضها.

مثال (44):

أوجد ناتج مايأتي:

$$3\frac{2}{5}\times 4\frac{1}{3}$$

الحل:

$$3\frac{2}{5}\times 4\frac{1}{3}=\frac{17}{5}\times\frac{13}{3}=\frac{17\times 13}{5\times 3}$$
$$=\frac{221}{15}$$

❖ القسمة:

لقسمة عدد كسري على عدد كسري نقوم بتركيب الكسرين ثم نحسب ناتج القسمة كقسمة كسر على كسر كما مر معنا سابقاً (قاعدة المقام المشترك أو قاعدة قلب المقسوم عليه ثم الضرب)

مثال (45):

أوجد ناتج مايأتي:

$$2\frac{3}{5} \div 1\frac{1}{4}$$
$$3\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{4}$$

الحل:

$$2\frac{3}{5} \div 1\frac{1}{4} = \frac{13}{5} \div \frac{5}{4} = \frac{13}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{13 \times 4}{5 \times 5}$$
$$= \frac{52}{25}$$

$$3\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{4} = \frac{7}{2} \div \frac{9}{4} = \frac{7}{2} \times \frac{4}{9} = \frac{7 \times 4}{2 \times 9}$$
$$= \frac{28}{18}$$

2. 20 . الكسور العشرية:

يعاني معظم التلاميذ من صعوبة في فهم موضوع الكسور العشرية وتعلمها، وقد يعود ذلك إلى عدم قدرتهم على الربط بين الكسور العشرية والعادية، وعدم تمكنهم من إدراك مفهوم الكسر العشري أولاً، ثم إجراء العمليات الحسابية على هذه الكسور، ومن الممكن أن يعود السبب في ذلك إلى طريقة تقديم هذا الموضوع للتلاميذ، وإلى عدم تمكنهم من المتطلبات القبلية اللازمة لتعلم هذا الموضوع، بينما نلاحظ أنه إذا تم عرض الموضوع وتقديمه للتلاميذ بأسلوب ممتع ومشوق وبسيط، فإن هذا قد يؤدي إلى اكتسابهم مهارة التعامل مع الكسور العشرية، بالإضافة إلى تنمية التفكير والإبداع لديهم بسبب العلاقة بين كل من الكسور العادية والكسور العشرية. وسنحاول في الصفحات القادمة التطرق إلى هذا الموضوع واختيار الطرائق والأساليب الأمثل لتعليمه للتلاميذ.

2. 20 . 1 . تعريف الكسر العشري:

إذا كان $\frac{a}{b}$ كسراً عادياً وكانت $b = 10, 100, 1000, \ldots\ldots$ فإننا نسميه كسراً عشرياً، فالكسر العشري هو كسر عادي مقامه 10 أو 100 أو 1000 أو ....

مثال (46):

الكسور الآتية هي كسور عشرية:

$$\frac{5}{10}, \quad \frac{25}{1000}, \quad \frac{8}{100}, \quad \frac{13}{100}$$

ملاحظة:

يمكن تحويل بعض الكسور إلى كسور عشرية بأن نضرب حدي الكسر بعدد مناسب يجعل مقام الكسر 10 أو 100 أو 1000 أو ....

مثال (47):

لدينا الكسر $\frac{4}{5}$ ولو ضُرب كل من حديه بـ 2 يصبح الكسر العشري $\frac{8}{10}$

لدينا الكسر $\frac{6}{25}$ ولو ضُرب كل من حديه بـ 4 يصبح الكسر العشري $\frac{24}{100}$

ملاحظة:

. إن :

$$\frac{8}{10} = 0,8$$

$$\frac{24}{100} = 0,24$$

$$\frac{4}{100} = 0,04$$

نسمي كلاً من 0,04 , 0,24 , 0,8 عدداً عشرياً.

. في العدد العشري 0,24 نسمي 0 الآحاد و2 جزء من عشرة و4 جزء من مئة ...،

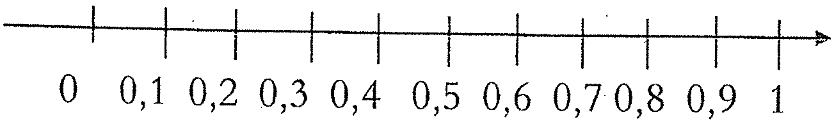
وينطبق هذا على جميع الأعداد العشرية.

2. 20 . 2 . تقديم مفهوم الكسر العشري: (السواعي، 2004، 266 272)

يمكن الاستعانة بطرائق عدة لتقديم مفهوم الكسر العشري للتلاميذ، منها خط الأعداد ونماذج المساحة ونماذج الطول، وسنتناول كلاً من هذه الطرائق على حدة.

. خط الأعداد:

يمثل خط الأعداد وسيلة جيدة لتقديم مفهوم الكسر العشري، ويتم تقديم المفهوم عن طريق تقسيم خط الأعداد إلى أعشار كما هو مبين في الشكل الآتي:



استخدام خط الأعداد لتوضيح مفهوم الكسر العشري

ـ **نماذج المساحة:**

تقوم هذه الطريقة على رسم مستطيل يمثل الوحدة وتقسيمه إلى عشرة أجزاء أو مئة جزء أو أي عدد آخر من قوى العدد 10، والشكل الآتي يبين مثالاً على استخدام هذه النماذج:

0,8   0,3

استخدام نماذج المساحة لتوضيح مفهوم الكسر العشري

ـ **وحدات الطول المترية:**

نظراً لاستخدام وحدات الطول المترية بشكل شبه يومي، فقد يبدأ الأطفال بالتعرف عليها في سن مبكرة، لذا فمن المناسب أن يستفيد المعلم منها في تقديم مفهوم الكسر العشري لتلاميذه، لاحظ أن:

1 كيلو متر = 1000 متر

1 متر = 0,001 كيلو متر

1 متر = 100 سنتمتر

1 سنتمتر = 0, 01 متر

2. 20. 3. العمليات على الأعداد العشرية:

يمكن استخدام نماذج المساحة أو خط الأعداد لإكساب التلاميذ مهارة إجراء العمليات الحسابية الأربع، وذلك بالطريقة نفسها التي تم فيها تعليم التلاميذ العمليات على الكسور العادية التي تم عرضها سابقاً.

- **جمع الأعداد العشرية:**

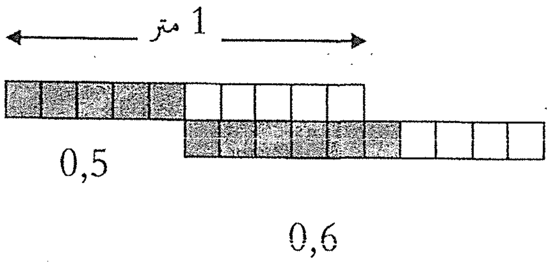
نماذج المساحة:

مسألة:

طول سلك 0,5 من المتر، إذا وُصل مع سلك آخر طوله 0,6 من المتر، فكم يصبح طول السلكين معاً؟

الحل:

باستخدام نماذج المساحة نلاحظ مايأتي:

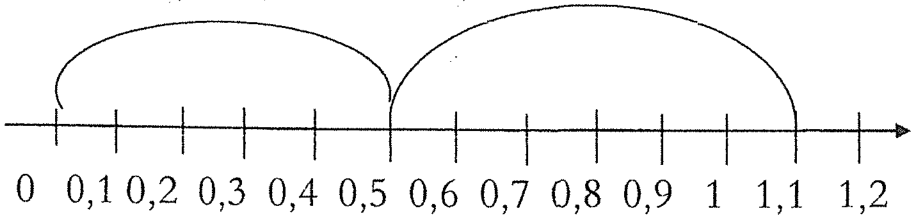


فيكون الناتج 1,1 أي أن:

$$0,5 + 0,6 = 1,1$$

خط الأعداد:

يمكن حل المسألة السابقة باستخدام خط الأعداد كمايأتي:



وبعد عرض مجموعة من الأمثلة المتنوعة يتم التوصل مع التلاميذ إلى **قاعدة جمع الأعداد العشرية الآتية:**

لجمع الأعداد العشرية عمودياً نرتب هذه الأعداد بحيث تكون الفواصل العشرية تحت بعضها وكذلك الأجزاء العشرية المتماثلة وكذلك الأعداد الصحيحة ثم نجمع كجمع الأعداد الصحيحة مع وضع الفاصلة في المكان المناسب في ناتج الجمع.

مثال (48):

أوجد ناتج مايأتي: $3,572 + 12,023$

الحل:

نضع العددين عمودياً كمايأتي:

$$\begin{array}{rr} & 3,572 \\ + & 12,023 \\ \hline & 15,595 \end{array}$$

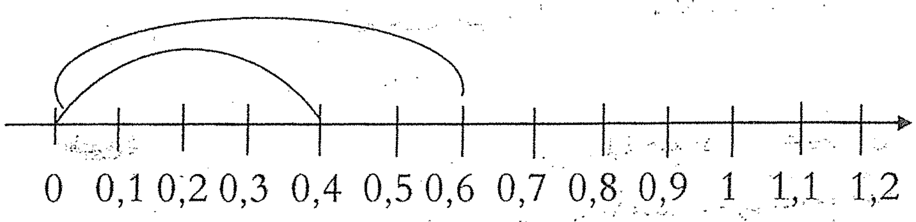
ونتبع القاعدة نفسها عند إجراء عملية الجمع أفقياً.

- **طرح عدد عشري من آخر:**

مسألة: سلك طوله $0,6$ من المتر، قص منه $0,4$ من المتر، فكم يتبقى منه؟

الحل:

باستخدام خط الأعداد نجد مايأتي:



فيكون الناتج $0,2$ أي أن:

$$0,6 - 0,4 = 0,2$$

وبعد عرض مجموعة من الأمثلة المتنوعة يتم التوصل مع التلاميذ إلى **قاعدة طرح عدد عشري من آخر:**

لطرح عدد عشري من عدد عشري آخر عمودياً نرتب أرقام المطروح تحت أرقام المطروح منه بحيث تكون الفواصل العشرية تحت بعضها وكذلك الأجزاء العشرية المتماثلة وكذلك الأعداد الصحيحة ثم نطرح كطرح عدد صحيح من آخر مع وضع الفاصلة في المكان المناسب في ناتج الطرح.

مثال (48):

أوجد حاصل طرح العددين العشريين:

12,7 ، 35,25

الحل:

نضع العددين عمودياً كما يأتي:

$$\begin{array}{r} 35,25 \\ -\ 12,7 \\ \hline 22,55 \end{array}$$

ونتبع القاعدة نفسها عند إجراء عملية الطرح أفقياً.

ملاحظة:

من الضروري التأكيد على أنه يجب على المعلم أن يوجه تلاميذه من خلال الأسئلة والمناقشة إلى اكتشاف الأفكار الآتية:

أ - إن عملية جمع الأعداد العشرية قريبة جداً من عملية جمع الأعداد الطبيعية، وإنه من المهم جداً أن تُجمع الآحاد مع الآحاد، والأعشار مع الأعشار، وأجزاء المئة مع أجزاء المئة وهكذا....

ب . إذا كان المجموع في عمود ما 10 أو أكثر وجب الترحيل كما في جمع الأعداد الطبيعية، وتتم عملية الاستلاف تماماً كما تتم في حالة الأعداد الطبيعية.

ج . أن عملية الاستلاف تتم من أي عمود إلى العمود الذي يليه إلى اليسار وليس فقط من عشرات إلى آحاد أو من مئات إلى عشرات وهكذا.

د . كافة خصائص الجمع والطرح في الأعداد الطبيعية تكون صحيحة في حالة الأعداد العشرية (مثل الخاصتين التبديلية والتجميعية لعملية الجمع).

- **ضرب الأعداد العشرية:**

قاعدة 1:

لضرب عدد عشري بعدد صحيح نجري عملية الضرب كما في الأعداد الصحيحة ثم نضع الفاصلة العشرية في الناتج بحيث يكون عدد المنازل العشرية مساوياً عدد المنازل العشرية في العدد العشري.

مثال (49):

أوجد ناتج ضرب العددين:

2,54 و24

الحل:

نجري عملية ضرب العددين بغض النظر عن الفاصلة

$$\begin{array}{r} 2,54 \\ \times\ \underline{\quad 24} \\ 1016 \\ +\ \underline{508\ \ } \\ 60,96 \end{array}$$

نلاحظ أن الفاصلة العشرية بعد رقمين فنضعها بعد رقمين في ناتج الضرب.

قاعدة 2:

لضرب عدد عشري بآخر نجري عملية الضرب كما في الأعداد الصحيحة ثم نضع الفاصلة العشرية في الناتج بحيث يكون عدد المنازل العشرية مساوياً لمجموع عدد المنازل العشرية في العددين.

مثال (50):

أوجد ناتج ضرب العددين العشريين:

2,23 و 2, 3

الحل:

نجري عملية ضرب العددين بغض النظر عن الفاصلة

$$\begin{array}{r} 2{,}23 \\ \times \quad 2{,}3 \\ \hline 669 \\ +\ 446 \\ \hline 5{,}129 \end{array}$$

نلاحظ أن الفاصلة العشرية بعد ثلاثة أرقام فنضعها بعد ثلاثة أرقام في ناتج الضرب.

قاعدة 3:

لضرب عدد عشري بالعدد 10 فإننا نحصل على الناتج بإزاحة الفاصلة العشرية منزلة واحدة نحو اليمين، والضرب بالعدد 100 يزيح الفاصلة العشرية في الناتج منزلتين نحو اليمين، وهكذا ....

مثال (51):

أوجد ناتج مايأتي:

$$0,4 \times 10$$
$$34,512 \times 1000$$

الحل:

$$0,4 \times 10 = 4 \Leftrightarrow \frac{4}{10} \times 10 = 4$$
$$34,512 \times 1000 = 34512$$

قاعدة 4:

لضرب عدد عشري بالعدد $0,1$ فإننا نحصل على الناتج بإزاحة الفاصلة العشرية منزلة واحدة نحو اليسار، والضرب بالعدد $0,01$ يزيح الفاصلة العشرية في الناتج منزلتين نحو اليسار، وهكذا ....

مثال (52):

أوجد ناتج مايأتي:

$$45,3 \times 0,1$$
$$819,37 \times 0,01$$

الحل:

$$45,3 \times 0,1 = 4,53$$
$$819,37 \times 0,01 = 8,1937$$

- قسمة الأعداد العشرية:

قاعدة 1:

لقسمة عدد عشري على عدد صحيح، نقسم العدد الصحيح على العدد المقسوم عليه، ثم نضع الفاصلة في ناتج القسمة وتتم قسمة الأجزاء العشرية على العدد المقسوم عليه كما في قسمة الأعداد الصحيحة.

مثال (53):

أوجد ناتج مايأتي

$$84,56 \div 14$$

الحل:

$$\begin{array}{r|l} & 6,04 \\ \hline 14 & 84,56 \\ & 84\quad - \\ \hline & 0\,5\,6 \\ & 5\,6\; - \\ \hline & 0\;\;0 \end{array}$$

ومنه فإن:

$$84,56 \div 14 = 6,04$$

قاعدة 2:

لقسمة عدد صحيح (أو عدد عشري) على عدد عشري نضرب المقسوم والمقسوم عليه بالعدد 10 أو 100 أو 1000 أو ...... لنجعل المقسوم عليه عدداً صحيحاً فتصبح العملية قسمة عدد صحيح (أو عدد عشري) على عدد صحيح.

مثال (54):

أوجد ناتج مايأتي:

$$576 \div 1,2$$

الحل:

لقسمة 576 على 1,2 نضرب المقسوم والمقسوم عليه بالعدد 10 ثم نقسم 5760 على 12 فنجد:

$$5760 \div 12 = 480$$

مثال (55):

أوجد ناتج مايأتي:

$$6,25 \div 2,5$$

الحل:

$$\begin{aligned} 6,25 \div 2,5 &= 625 \div 250 \\ &= 2,5 \end{aligned}$$

قاعدة 3:

لقسمة عدد صحيح (أو عدد عشري) على 10 أو 100 أو 1000 أو ...... يكون الناتج هو العدد نفسه بعد وضع فاصلة عشرية بعد منزلة أو أكثر (أو إزاحة فاصلته العشرية نحو اليسار منزلة أو منزلتين أو .... وذلك حسب عدد أصفار المقسوم عليه).

مثال (56):

أوجد ناتج مايأتي:

$$459,34 \div 100$$
$$512,9 \div 1000$$

الحل:

$$459,34 \div 100 = 4,5934$$
$$512,9 \div 1000 = 0,5129$$

قاعدة 4:

لقسمة عدد عشري على 0,1 أو 0,01 أو ..... فإن هذه العملية هي عملية ضرب المقسوم بالعدد 10 أو 100 أو ...... (وذلك بعد تحويل عملية القسمة إلى عملية ضرب وقلب المقسوم عليه).

مثال (57):

أوجد ناتج مايأتي:

$$538,2 \div 0,1$$

الحل:

$$538,2 \div 0,1 = 538,2 \div \frac{1}{10}$$
$$= 538,2 \times 10 = 5382$$

✓ **تحويل الكسر العشري إلى كسر عادي:**

لتحويل الكسر العشري إلى كسر عادي فإننا نقسم حدي الكسر على عدد واحد.

مثال (58):

حول الكسر العشري $\frac{5}{10}$ إلى كسر عادي.

الحل:

$$\frac{5}{10} = \frac{5 \div 5}{10 \div 5} = \frac{1}{2}$$

✓ **تحويل الكسر العادي إلى كسر عشري:**

توجد طريقتان لتحويل الكسر العادي إلى كسر عشري:

1. تحويل مقام الكسر العادي إلى 10 أو أي من قواها.

مثال (59):

حول الكسر $\frac{3}{5}$ إلى كسر عشري.

الحل:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$$

2. قسمة البسط على المقام.

تُستخدم هذه الطريقة عندما لا نستطيع تحويل مقام الكسر، المراد تحويله إلى كسر عشري، إلى العدد 10 أو أحد قواه بضربه في عدد صحيح.

مثال (60):

حول الكسر $\frac{2}{3}$ إلى كسر عشري.

الحل:

لا نستطيع تحويل 3 إلى العدد 10 أو أحد قواه، ولذلك نلجأ إلى عملية القسمة الطويلة.

$$2 \div 3 \approx 0{,}6666$$

من خلال ما سبق، فإننا نلاحظ أن إكساب التلاميذ مهارة إجراء العمليات الحسابية على الكسور هو أمر ضروري وفي غاية الأهمية بالنسبة لهم، وذلك لاستخدامهم الكسور بجميع أنواعها في حياتهم اليومية، ولأنها تُعتبر متطلبات قبلية لموضوعات أخرى سيتعلمها التلاميذ لاحقاً.

أمثلة محلولة

مثال (1):

وازن بين كل كسرين من الكسور الآتية:

$$\frac{5}{7} \quad , \quad \frac{2}{7}$$

$$\frac{3}{5} \quad , \quad \frac{3}{7}$$

الحل:

$$\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$$

$$\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$$

مثال (2):

وازن بين كل عددين كسريين من الأعداد الكسرية الآتية:

$$5\frac{3}{4} \quad , \quad 5\frac{2}{4}$$

$$8\frac{1}{4} \quad , \quad 4\frac{1}{3}$$

الحل:

$$5\frac{3}{4} > 5\frac{2}{4}$$

$$8\frac{1}{4} > 4\frac{1}{3}$$

مثال (3):

حلل كلاً من الكسور الآتية:

$$\frac{15}{4} \quad , \quad \frac{29}{3} \quad , \quad \frac{15}{2}$$

الحل:

$$\frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

$$\frac{29}{3} = 9\frac{2}{3}$$

$$\frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$$

مثال (4):

ركب كلاً من الكسريين الآتيين:

$$2\frac{3}{8} \quad , \quad 4\frac{2}{9}$$

$$2\frac{3}{8} = \frac{(2 \times 8) + 3}{8} = \frac{19}{8}$$

$$4\frac{2}{9} = \frac{(4 \times 9) + 2}{8} = \frac{38}{8}$$

مثال (5):

حول الكسر العشري $\frac{4}{100}$ إلى كسر عادي.

الحل:

$$\frac{4}{100} = \frac{4 \div 4}{100 \div 4} = \frac{1}{25}$$

مثال (6):

حول الكسر $\frac{3}{4}$ إلى كسر عشري.

الحل:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}$$

مثال (7):

أوجد ناتج مايأتي:

$$4\frac{2}{3} - 3\frac{1}{2}$$

$$2\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{4} =$$

$$57{,}238 \times 100$$

$$76{,}25 \div 0{,}01$$

الحل:

$$4\frac{2}{3} - 3\frac{1}{2} = 4\frac{4}{6} - 3\frac{3}{6}$$

$$= 1\frac{1}{6}$$

$$2\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{17}{4} = \frac{5 \times 17}{2 \times 4}$$

$$= \frac{85}{8}$$

$$57{,}238 \times 100 = 5723{,}8$$

$$76{,}25 \div 0{,}01 = 76{,}25 \div \frac{1}{100}$$

$$= 76{,}25 \times 100 = 7625$$

تمارين غير محلولة

1. رتب الكسور الآتية ترتيباً تنازلياً:

$$\frac{2}{18}, \quad \frac{4}{9}, \quad \frac{5}{36}, \quad \frac{1}{3}$$

$$3\frac{2}{5}, \quad 7\frac{1}{3}, \quad 2\frac{7}{30}, \quad 3\frac{5}{6}, \quad 2\frac{4}{6}$$

2. حلل كلاً من الكسور الآتية:

$$\frac{75}{3}, \quad \frac{68}{9}, \quad \frac{19}{4}$$

3. ركب كلاً من الكسور الآتية:

$$5\frac{7}{12}, \quad 8\frac{11}{13}, \quad 2\frac{22}{18}$$

4. مستطيل بعداه $3\frac{2}{5}$, $3\frac{1}{7}$ بيّن أيهما طوله وعرضه ثم احسب طول محيطه ومساحته.

5. أوجد ناتج مايأتي:

$$2\frac{1}{3}+\left(6\frac{2}{7}-2\frac{3}{5}\right)=$$

$$7\frac{2}{3}\times 3\frac{5}{6}\times 2\frac{1}{3}=$$

$$8\frac{4}{7}\div 2\frac{3}{4}=$$

$$35,25-27,4) = + (32,6$$

$$(13,25 \times 12,43) \div 2,235$$