الرياضيات الاقتصادية والمالية

السنة الثانية

القسم العملي

المحاضرة الثامنة

الاحتمالات وتوزيع ثنائي الحد

2020/5/5

علا البغدادي

تمارين ومسائل غير محلولة

المبحث الأول (مقدمة في الاحتمالات)

التمرين 1 :ما هو احتمال حدوث التضخم أو الكساد، إذا كان احتمال التضخم هو 0.4 واحتمال الكساد هو 0.6واحتمال التضخم والكساد معا 0.24؟

الحل : نرمز لاحتمال حدوث تضخم ب p(I)واحتمال حدوث كساد ب p(R)وبما أن احتمال حدوث التضخم والكساد في نفس الوقت ليس 0 فإن الحدثين ليس متنافيين ومنه نطبق قاعدة الجمع

فتحصل$p (i \cup r) = p(i) + p(r)- (i \cap r) = 0.4 + 0.6 - 0.24 = 0.76$

التمرين 2 :إذا كانت لدينا تجربة تتمثل في رمي حجرة نرد مزيفة مرقمة من 1 إلى 6 على الأرض، حيث أن احتمال ظهور رقم زوجي هو ضعف احتمال ظهور رقم فردي . 1- أحسب احتمال ظهور رقم زوجي ثم احتمال ظهور رقم فردي؟

2-احسب احتمال ظهور الرقم2 ؟

1-احتمال ظهور رقم زوجي ثم احتمال ظهور رقم فردي هو

لدينا عدد الحالات الممكنة لهذه التجربة هو $\Omega = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

وبما أن احتمال ظهور رقم زوجي هو ضعف ظهور رقم فردي فإنه :

$P(2,4,6)=2p(1,3,5)$

نرمز لاحتمال ظهور رقم فردي ب Aحيث$p(1,3,5)=A$

$P(2,4,6)=2A$ وبما أن $P((2,4,6) \cup p(1,3,5)=1$

فإن $A+2A=1$ أي $3A=1$ أي $A=\frac{1}{3}$ وهو احتمال ظهور عدد فردي أما $2A=\frac{2}{3}$ وهو احتمال ظهور عدد زوجي.

2-احتمال ظهور الرقم 2 هو:

$$P(2) \cup P(4) \cup P(6)=\frac{2}{3}$$

$P(2)+P(4)+P(6)=\frac{2}{3}$ فإذا رمزنا لكل احتمال منهم بـ h

فتكون $3h=\frac{2}{3}$ أي $H=\frac{2}{9}$ وهو احتمال ظهور الرقم 2.

تمارين التوزيع ثنائي الحد:

1- في مصنع لإنتاج الصمامات الكهربائية أشارت الإنتاجية بأن نسبة التالف من الصمامات هو 4% فإذا أخذنا عينة من 20 صمام كهربائي ما هو احتمال بأن كل الصمامات سليمة وما الاحتمال بأن ثلاثة صمامات تالفة؟ وما الاحتمال بأن أقل من أربعة صمامات تالفة؟

الحل:

نطبق قانون توزيع ثنائي الحدين

$$P(x) = c_n^x * q^{n-x} * p^x$$

مع العلم أن p هو احتمال ظهور الحدث و qاحتمال عدم ظهوره

فاحتمال أن تكون الصمامات سليمة

$$P(0) = c_0^{20} * 0.96^{20} * 0.04^0$$

تذكير بمثال: $c_3^5=10=\frac{60}{6}= = \frac{5*4*3}{3*2*1}$

$$P(0) = 1 * 0.442 * 1$$

P(0)=0.442

احتمال أن تكون ثلاث صمامات تالفة $P(3) = c_3^{20} * 0.96^{17} * 0.04^3$

p(3)=0.036=0.000064*0.4996*1140

P(x<4)=p(x=0)+p(x=1)+p(x=2)+p(x=3)

$P(1) = c_1^{20} * 0.96^{19} * 0.04^1$

0.368=0.04*0.46*20

$P(2) = c_2^{20} * 0.96^{18} * 0.04^2$

0.146=0.0016*0.4796*190

فيكون بذلك احتمال أقل من اربع صمامات تالفة = p

0.99=0.036+0.146+0.368+0.442=(0)+p(1)+p(2)+p(3)

2-إذا كان 77% من المستهلكين يستخدمون مسحوق ما. فما هو الاحتمال في عينة من 10 مستهلكين:

أ-بالضبط أربعة من المستهلكين يستخدمون المسحوق.

ب-على الأقل أربعة يستخدمون المسحوق.

الحل:

P=0.77,Q=0.23

أ-

$P(4) = c_4^{10} * 0.77^4 * 0.23^6$

P(4)=210*0.352*0.0001=0.01

ب-P(X>=4)=1-P(X>=3)

$P(3) = c_3^{10} * 0.77^3 * 0.23^7$

0.002=120*0.00003*0.4565

$P(2) = c_2^{10} * 0.77^2 * 0.23^8$

0.0002=0.000008*0.5929*45

$P(1) = c_1^{10} * 0.77^1 * 0.23^9$

0.00001=0.000002*0.77*10

$P(0) = c_0^{10} * 0.77^0 * 0.23^{10}$

=1*1*0.0000004=0.0000004

مجموع الاحتمالات=0.0022 نطرحها من 1

فتكون 0.998 وهو احتمال على الأقل أربعة اشخاص يستخدمون المسحوق

مع التمنيات بالتوفيق الدائم