رقم 5.

٦-٦ حسابات المسار الحرج

يقود تطبيق تقنية PERT-CPM إلى جدول يعطي زمني البدء والنهاية لكل فعالية من فعاليات المشروع. يمثل إنشاء المخطط الشبكي الخطوة الأولى في عملية تحقيق هذا الهدف. بسبب التداخلات بين الفعاليات المختلفة، فإن إيجاد هذين الزمنين يتطلب إجراء حسابات خاصة. تنفذ هذه الحسابات مباشرة على المخطط الشبكي، وباستخدام عمليات رياضية بسيطة. تنتهي هذه الحسابات في تصنيف فعاليات المشروع كفعاليات حرجة أو غير حرجة. تصنف فعالية ما على أنها حرجة، إذا كان أي تأخير في بدء تنفيذها سوف يسبب تأخيراً في زمن إنجاز كامل المشروع. أما الفعاليات غير الحرجة، فهي تلك التي يكون الفرق بين أبكر زمن يمكن أن تبدأ فيه، وآخر زمن يمكن أن تنتهي فيه (كما هو مسموح من قبل المشروع)، أطول من زمن تنفيذها الفعلي. في مثل هذه الحالة، تملك الفعاليات غير الحرجة أزمنة فائضة (slack) أو (float).

سوف تناقش فوائد التعرف على الفعاليات الحرجة وغير الحرجة، ومعرفة الأزمنة الفائضة في فقرة لاحقة. بينما تخصص هذه الفقرة لكيفية الحصول على هذه المعلومات فقط.

٦-٦-١ إيجاد المسار الحرج

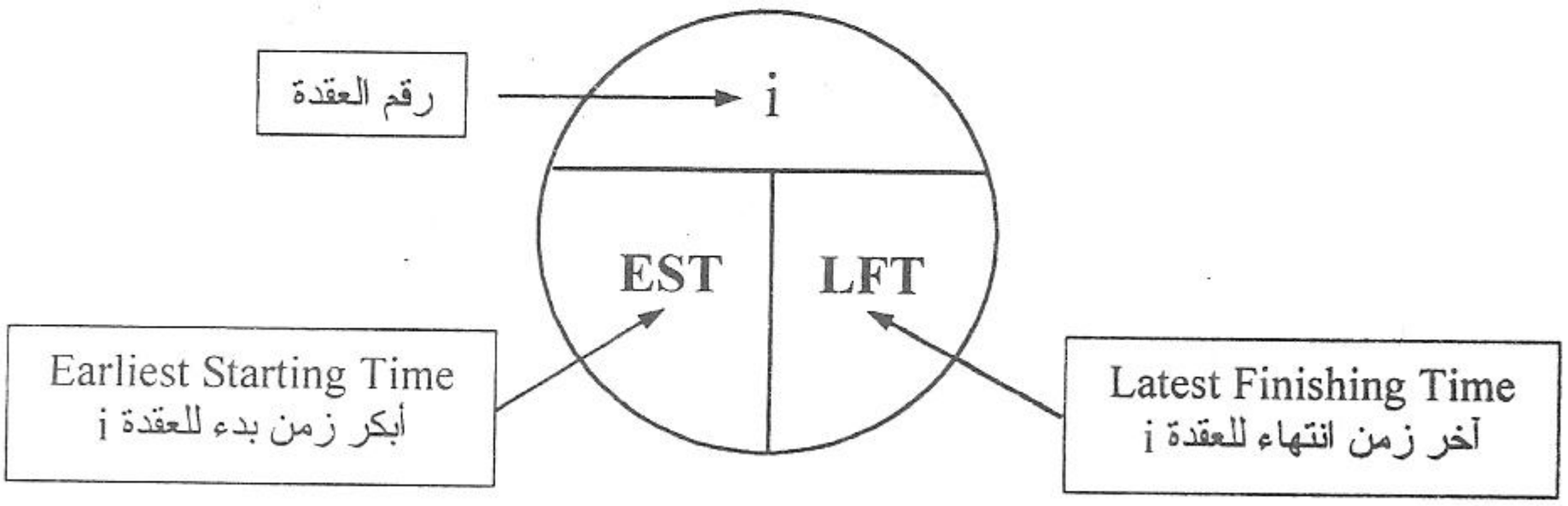
يعرف المسار الحرج جميع الفعاليات الحرجة ضمن المشروع، والفعاليات الحرجة عبارة عن سلسلة من الفعاليات تربط العقدة الأولى مع العقدة الأخيرة في المخطط الشبكي للمشروع. ستوضح طريقة إيجاد المسار الحرج بمثال عددي:

بفرض أن الفعاليات المبينة في المثال السابق مع أزمنة (وحدة زمنية[يوم]) تنفيذ كل منها معطاة كما يلي:

الفعالية	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
مدة التنفيذ	3	12	4	10	2	3	2	4	3	16	2	2

لو تمت معرفة أن أبكر زمن انتهاء للفعالية C هو نهاية اليوم الرابع، وأن أبكر زمن انتهاء للفعالية F هو نهاية اليوم الخامس عشر، أي أن أبكر زمن لانتهاء جميع الفعاليات التي تنتهي في العقدة 6 هو نهاية اليوم الخامس عشر (أطول زمن من زمني الانتهاء المبكر). فقط في هذا الوقت يمكن للفعاليات المنبثقة من العقدة ٦ أن تبدأ. أي إن الفعاليتين G و K لايمكن أن يبدأ تنفيذهما إلا في اليوم الخامس عشر لبدء تنفيذ المشروع. يعرف أبكر زمن بدء لفعالية ما، بأنه يساوي أبكر زمن للعقدة التي تبدأ منها الفعالية، أي آخر أزمان الانتهاء المبكرة لجميع الفعاليات السابقة، وفي هذه الحالة يكون هذا الزمن هو اليوم الخامس عشر. وهكذا تتم الحسابات إلى أن نوجد أبكر زمن لانتهاء تنفيذ كامل المشروع.

بغية إجراء الحسابات على المخطط الشبكي، من المناسب تقسيم دائرة كل عقدة إلى ثلاثة أجزاء، كما هو موضح في الشكل ٦-٥ التالي:



الشكل ٦-٥

حيث: EST(i) هو أبكر زمن يمكن أن تبدأ فيه الفعاليات المنبثقة من العقدة i.

و LFT(i) هو آخر زمن يمكن أن تنتهي فيه الفعاليات المنتهية في العقدة i.

. يتم حساب المسار الحرج على مرحلتين كما يلي:

المرحلة الأولى: تدعى مرحلة المرور الأمامي. حيث تبدأ الحسابات من العقدة الأولى وتتقدم حتى العقدة الأخيرة. يحسب لكل عقدة أبكر زمن يمكن البدء فيه بتنفيذ الفعاليات المنبثقة من هذه العقدة، ويسمى زمن البدء المبكر EST(i) للعقدة i، مع ملاحظة أن: $EST(1) = 0$.

بفرض أن D_{ij} تمثل زمن تنفيذ الفعالية (i,j)، يمكن إيجاد زمن البدء الباكر لجميع العقد، أي EST(j)، من $j = 2$ وحتى $j = n$ باستخدام العلاقة التالية:

$$EST(j) = \max_{i} \{EST(i) + D_{ij}\}$$

وذلك لجميع الفعاليات(i,j) المعرفة.

$$EST(1) = 0$$
$$EST(2) = 0 + 12 = 12$$
$$EST(3) = \max_{i=1,2} \{0 + 3 , 12 + 0\} = 12$$
$$EST(4) = 12 + 4 = 16$$
$$EST(5) = \max_{i=2,4} \{12 + 2 , 16 + 0\} = 16$$
$$EST(6) = \max_{i=1,2} \{0 + 4 , 12 + 3\} = 15$$
$$EST(7) = \max_{i=3,5,6} \{12 + 10 , 16 + 16 , 15 + 0\} = 32$$
$$EST(8) = 32 + 2 = 34$$
$$EST(9) = \max_{i=5,6,8} \{16 + 3 , 15 + 2 , 34 + 2\} = 36$$

بعد الانتهاء من حسابات المرحلة الأولى، يمكن الاستنتاج أن زمن تنفيذ المشروع الأصغري هو 36 يوماً.

المرحلة الثانـــية: تدعى مرحلة المرور العكسي. حيث تبدأ الحسابات من العقدة الأخيرة وتتحرك بشكل عكسي حتى العقدة الأولى. يحسب لكل عقدة آخر زمن للانتهاء فيه من تنفيذ الفعاليات المنتهية في هذه العقدة، ويسمى زمن الإنجاز المتأخر

LFT(i) للعقدة i. بفرض أن n هي آخر عقدة في المشروع يكون: LFT(n) = EST(n).

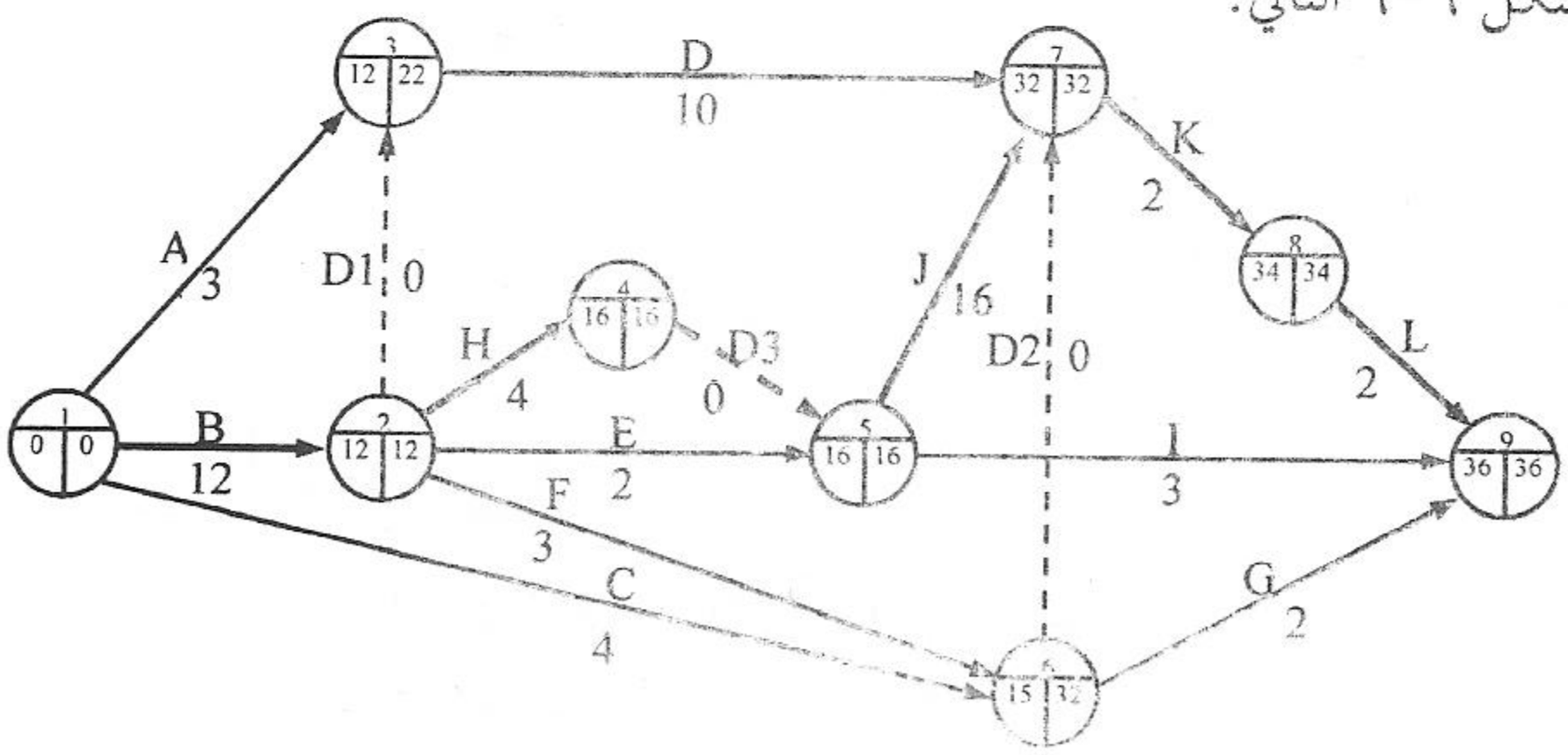
بعد ذلك، يمكن إيجاد زمن الإنجاز المتأخر لجميع العقد، أي LFT(i)، من i = n- 1 وحتى i = 1 ، أي مرحلة المرور العكسي، باستخدام العلاقة التالية:

$$LFT(i) = \min_{j} \{ LFT(j) - D_{ij} \}$$

وذلك لجميع الفعاليات(i,j) المعرفة.

$$LFT(9) = EST(9) = 36$$
$$LFT(8) = 36 - 2 = 34$$
$$LFT(7) = 34 - 2 = 32$$
$$LFT(6) = \min_{j=7,9} \{32 - 0 , 36 - 2\} = 32$$
$$LFT(5) = \min_{j=7,9} \{32 - 16 , 36 - 3\} = 16$$
$$LFT(4) = 16 + 0 = 16$$
$$LFT(3) = 32 - 10 = 22$$
$$LFT(2) = \min_{j=3,4,5,6} \{22 - 0 , 16 - 4 , 16 - 2 , 32 - 3\} = 12$$
$$LFT(1) = \min_{j=2,3,6} \{12 - 12 , 22 - 3 , 32 - 4\} = 0$$

يمكن القيام بهذه الحسابات على المخطط الشبكي مباشرة، كما هو موضح في الشكل ٦-٦ التالي:



الشكل ٦-٦

بالانتهاء من حسابات مرحلتي المرور الأمامي والعكسي، يمكن استخدام نتائج هذه الحسابات في تحديد الفعاليات الحرجة كما يلي:

اعتبر العقدة رقم 3 في الشكل ٦-٦ حيث: $EST(3)=12$, $LFT(3)=22$

وكذلك العقدة رقم 7 حيث: $EST(7)=32$

بملاحظة أن الفعالية D يستغرق تنفيذها 10 أيام فقط، نرى بوضوح أن هذه الفعالية يمكن تأخيرها 10 أيام دون أن يؤثر هذا التأخيرعلى زمن البدء الباكر للفعاليات التي تليها. وبالتالي لا تؤثر على زمن إنجاز المشروع المبكر. الفعالية D ليست حرجة.

بالمقارنة نفسها، نرى أن الفعالية H لا يمكن تأخيرها أية مدة زمنية دون أن يتأثر زمن البدء الباكر للفعاليات التي تليها، وبالتالي فإن تأخيرها سوف يؤخر زمن إنجاز المشروع المبكر. الفعالية H حرجة.

أية فعالية (i , j) تكون حرجة إذا حققت الشروط الثلاثة التالية:

1- $EST(i)=LFT(i)$

2- $EST(j)=LFT(j)$

3- $EST(j)-EST(i)=LFT(j)-LFT(i)=D_{ij}$

تدل هذه الشروط، في حال تحققها لأية فعالية، على أنه لايوجد أي زمن فائض بين زمن البدء المبكر وزمن البدء المتأخر لهذه الفعالية. كما يمكن التعرف على هذه الفعاليات الحرجة من المخطط الشبكي مباشرة، وهي تلك الفعاليات التي تكون قيم EST و LFT متساويتين لكل من عقدتي الرأس والذنب، والفرق بين قيمتي EST لعقدتي الرأس والذنب يساوي الفرق بين قيمتي LFT لعقدتي الرأس والذنب يساوي زمن تنفيذ الفعالية.

في مثالنا هذا تكون الفعاليات الحرجة (الأسهم الغامقة) هي:

$(1,2)$, $(2,4)$, $(4,5)$, $(5,7)$, $(7,8)$, $(8,9)$

B , H , D3 , J , K , L

وهي التي تعرف المسار الحرج. ويكون الزمن 36 يوماً هو فعلاً أقل زمن ممكن لإنجاز المشروع. لاحظ أن الفعاليات (5,9),(2,5) تحقق الشرطين الأول والثاني، ولكنها لا تحقق الشرط الثالث، وبالتالي فهي ليست حرجة. لاحظ أيضاً بأن المسار الحرج يشكل سلسلة من الفعاليات المتصلة بين العقدة الأولى والعقدة الأخيرة للمشروع.

٦-٦-٢ حساب الزمن الفائض

بعد الانتهاء من إجراء حسابات المسار الحرج، يجب حساب الزمن الفائض للفعاليات غير الحرجة. طبعاً، أية فعالية حرجة يكون لها صفر زمن فائض. ولهذا السبب نفسه تكون حرجة. أي فعالية ليست على المسار الحرج يمكن تأخير البدء في تنفيذها ضمن حدود، وهذا يعني أنه لكل فعالية غير حرجة زمناً فائضاً. قبل بيان كيفية حساب الزمن الفائض للفعاليات غير الحرجة، يجب تعريف المتغيرين التاليين:

LST(i,j) هو آخر زمن يمكن أن تبدأ به الفعالية (i,j).

EFT(i,j) هو أبكر زمن يمكن أن تنفذ به الفعالية (i,j).

اللذين يمكن حسابهما من تعريفهما وفق العلاقتين التاليتين:

$$LST(i,j) = LFT(j) - D_{ij}$$

$$EFT(i,j) = EST(i) + D_{ij}$$

يوجد نوعان هامان من الأزمنة الفائضة:

آ- الزمن الفائض الكلي Total Float(TF):

يعرف الزمن الفائض الكلي على أنه أطول مدة زمنية يمكن تأخير البدء بتنفيذ فعالية ما (i,j)، دون أن يؤدي هذا التأخير إلى تأخير إنجاز المشروع، ويساوي الفرق بين زمن البدء المبكر EST(i) وزمن البدء المتأخر LST(i,j) للفعالية (i,j). كما يمكن حسابه وفق العلاقة التالية:

$$TF(i,j) = LST(i,j) - EST(i) = LFT(j) - EST(i) - D_{ij}$$

في المثال السابق يحسب الزمن الفائض الكلي للفعالية غير الحرجة C أو الفعالية (١،٦) كما يلي:

$$LST(1,6) = LFT(6) - D_{16} = 32 - 4 = 28$$
$$TF(1,6) = LST(1,6) - EST(1) = LFT(6) - EST(1) - D_{16}$$
$$= 28 - 0 = 32 - 0 - 4 = 28 \quad \text{days}$$

هذا يعني أنه بالإمكان تأخير تنفيذ الفعالية C لمدة 28 يوماً دون أن يؤثر ذلك على إنجاز المشروع المبكر.

ب- الزمن الفائض الحر Free Float (FF):

يعرف الزمن الفائض الحر على أنه أطول مدة زمنية يمكن تأخير البدء بتنفيذ فعالية ما (i,j)، دون أن يؤدي هذا التأخير إلى تأخير البدء المبكر للفعاليات التي تليها، ويساوي الفرق بين زمن البدء المبكر EST(j) وزمن البدء المتأخر EFT(i,j) للفعالية (i,j). كما يمكن حسابه وفق العلاقة التالية:

$$FF(i,j) = EST(j) - EFT(i,j) = EST(j) - EST(i) - D_{ij}$$

في المثال السابق يحسب الزمن الفائض الحر للفعالية غير الحرجة C أو الفعالية (6,1) كما يلي:

$$EFT(1,6) = EST(1) + D_{16} = 0 + 4 = 4$$
$$FF(1,6) = EST(6) - EFT(1,6) = EST(6) - EST(1) - D_{16}$$
$$= 15 - 4 = 15 - 0 - 4 = 11 \quad \text{days}$$

هذا يعني أنه بالإمكان تأخير تنفيذ الفعالية C لمدة 11 يوماً دون أن يؤثر ذلك على زمن البدء المبكر للفعالية G.

إضافة إلى هذين الزمنين الفائضين الهامين (نظراً لاستخدامهما الواسع)، هنالك الزمن الفائض المستقل، والزمن الفائض للأمان، وهما يستخدمان في بعض المسائل.

وكلاهما يشتق من فرضيات قاسية أو متشائمة على جدول المشروع. الزمن الفائض الحر يكون دائماً أصغر من أو يساوي الزمن الفائض الكلي. يساعد الزمن الفائض الكلي والزمن الفائض الحر في التخطيط للمشروع ، حيث يكون لدى المخطط الخيار لزمن البدء بتنفيذ الفعاليات التي لها زمن فائض بحيث يحقق هدفاً معيناً مفروضاً عليه (مثلاً أقل عدد من العاملين، أو مايسمى اتزان الموارد الذي سيناقش في فقرة تالية).

يلخص الجدول ٦-١ حسابات المسار الحرج،التي يمكن الحصول عليها من حسابات المخطط إلشبكي، مع الأزمنة الفائضة للفعاليات غير الحرجة، والتي يجب أن تحسب وفق العلاقات السابقة، وهو يحتوي على جميع المعلومات الضرورية لإنشاء المخطط الزمني.

لاحظ أيضاً أن الزمن الفائض الكلي للفعاليات الحرجة دائماً يساوي الصفر، وكذلك الأمر فإن الزمن الفائض الحر يجب أن يساوي الصفر طالما أن الزمن الفائض الكلي هو صفر. كما أنه يمكن لفعالية غير حرجة أن تملك زمناً فائضاً حراً يساوي الصفر.

الجدول ٦-١

الفعالية	مدة التنفيذ	أبكر		آخر		الزمن الفائض الكلي	الزمن الفائض الحر
		بدء	انتهاء	بدء	انتهاء		
		EST	EFT	LST	LFT	TF	FF
A	3	0	3	19	22	19	9
B	12	0	12	0	12	0	0
C	4	0	4	28	32	28	11
D	10	12	22	22	32	10	10
E	2	12	14	14	16	2	2

F	3	12	15	29	32	17	0
G	2	15	17	34	36	19	19
H	4	12	16	12	16	0	0
I	3	16	19	33	36	17	17
J	16	16	32	16	32	0	0
K	2	32	34	32	34	0	0
L	2	34	36	34	36	0	0