مسألة النقل :

تهتم هذه المسألة إلى إيجاد الحل الأمثل لشكلة نقل بضائع أو مواد من أماكن عرضها (أو توفرها) إلى أماكن طلبها (أو استعمالها). وهي إحدى مسائل البرمجة الخطية.

نفرض أن هنالك كميات a_i $(i=1,2,\dots,m)$ من مادة معينة متوفرة في مراكز عرض S_i $(i=1,2,\dots,m)$ يراد نقلها بأقل كلفة ممكنة إلى مراكز الطلب D_j $(j=1,2,\dots,n)$ حيث يطلب المركز D_j الكمية b_j من هذه المادة. نفرض c_{ij} على أنها كلفة نقل الوحدة الواحدة من المركز S_i إلى D_j و x_{ij} الكمية المنقولة. يمكن تمثيل المسألة في الجدول التالي على افتراض أن المسألة متزنة أي $A = \sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j = B$.

مراكز العرض \ مراكز الطلب	D_1	D_2	D_j	D_n	الكميات المتوفرة
S_1					a_1
S_i			C_{ij}		a_i
S_m					a_m
الكميات المطلوبة	b_1		b_j	b_n	A / B

إن البرنامج الخطي الذي يمثل هذه المسألة هو :

$$\text{Min } Z = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}$$

تحت القيود :

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \quad (i=1,2,\dots,m)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad (j=1,2,\dots,n)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i,j$$

يمكن حل هذا البرنامج الخطي بطريقة السمبلكس. إلا أن هنالك طرق أكثر بساطة خاصة بمسألة النقل. وهذا ما سنتكلم عنه فيما يلي.

خطوات الطريقة الخاصة لحل مسألة النقل :

١- إيجاد حل أساسي (مبدئي) لمسألة النقل : يراعى فيه كون

التوازن بين العرض والطلب. كما يجب أن يكون عدد المتغيرات الأساسية مساوية لـ: $(n+m-1)$. هناك عدة طرق لإيجاد الحل الأمثل منها:
طريقة الركن الشمالي الغربي - طريقة الكلفة الأقل - طريقة فوجل التقريبية
تختلف تكاليف الحل المبدئي، ثم ننتقل إلى الخطوة الثانية.

2- اختبار مثالية الحل: حيث تم اختبار الخلايا الفارغة التي لم تستخدم في الحل لمعرفة مدى إمكانية استخدامها وأثر ذلك في تخفيض التكاليف.
واختبار مثالية الحل يتم بإحدى طريقتين: طريقة الحجر المتدرج أو طريقة التوزيع المعدلة.

3- الانتقال إلى حل أفضل: ويتم باختيار الخلية الفارغة التي يمكن أن تخفض التكاليف أكثر من غيرها فيما لو أدخلت في الحل. وهذا تكون قد وصلنا إلى حل جديد.. نحسب تكلفته ثم نعود للخطوة الثانية، وهكذا حتى نحصل على الحل الأمثل.
سنتناول هذه الخطوات الثلاث بالتفصيل

أولاً: إيجاد حل مبدئي ممكن لمشكلة النقل: سنشرح ثلاث طرق لذلك يمكن اختيار إحداها.

أ- طريقة الركن الشمالي الغربي (طريقة الدرج):
نشرح هذه الطريقة من خلال المثال التالي:

مراكز الطلب

العرض	4	3	2	1	
15	11	20	0	10	1
25	20	9	7	12	2
5	18	16	14	0	3
45	10	15	15	5	الطلب

10
25 5

نبدأ هذه الطريقة بتوزيع الكمية العظمى الممكن توزيعها من العرض والمطلوب إلى المتغير x_{11} (المتغير الموجود في الزاوية الغربية الشمالية من الجدول). نشطب العمود أو الصف المحقق، وهذا يدل على أن بقية المتغيرات في العمود أو الصف تكون مساوية الصفر. في حال وجود عمود وصف محققين نشطب أي واحد منهما (وذلك من أجل توليد متغيرات أساسية تساوي الصفر). سنتابع

نقيم المتوافر والمطلوب لجميع الصفوف والأعمدة غير المشطوبة، نوزع الكمية العظمى الممنوح بها من المتوافر والمطلوب، إلى الخلية الموجودة في الخلية الأولى من الصف أو العمود غير المشطوب. وهكذا حتى نصل إلى صف واحد أو عمود واحد غير مشطوب.

نطبق هذه الخطوات على المثال المطروح.

① نضع $x_{11}=5$ وبالتالي نشطب العمود الأول لأنه يدل على ذلك أن توزيع آخر لهذا العمود، الكمية المتبقية في الصف الأول هي 10/ وحدات

② نضع $x_{12}=10$، نشطب الصف الأول يبقى 5/ وحدات في العمود الثاني

③ نضع $x_{22}=5$، نشطب العمود الثاني، يبقى في الصف الثاني 20/ وحدة

④ نضع $x_{23}=15$، نشطب العمود الثالث، يبقى في الصف الثاني 5/ وحدات

⑤ نضع $x_{24}=5$، نشطب الصف الثاني، يبقى في العمود الرابع 5/ وحدات

⑥ نضع $x_{34}=5$، نشطب الصف الثالث أو العمود الرابع، وبما أنه تبقى صف واحد أو عمود واحد غير مشطوب تنتهي الخطوات.

الحل الأساسي الذي هو:

$$x_{11}=5,\ x_{12}=10,\ x_{22}=5,\ x_{23}=15,\ x_{24}=5$$
$$x_{34}=5$$

وتكون قيم المتغيرات الباقية أصفار.

أما تكلفة هذا الحل هي:

$$Z=5(10)+10(0)+5(7)+15(9)+5(20)+5(18)=\boxed{410}$$

ب- طريقة أدنى تكلفة:

الخطوات:

1- نبحث عن الخلية ذات التكلفة الأقل في الجدول ونخصص لها أكبر ما يمكن من المتوافر أو المطلوب.

2- نشطب العمود أو الصف المحقق، ولدى وجود صف وعمود محققين في آن واحد نشطب أحدهما فقط.

3- نعيد حساب المتوافر والمطلوب لجميع الصفوف والأعمدة غير المشطوبة ثم نعيد الخطوات من البداية. تنتهي خطوات الحل عند بقاء عمود أو صف واحد غير مشطوب.

نقوم بتطبيق هذه الخطوات على مثالنا هذا:

أدنى تكلفة $=c_{13}=c_{12}$ نختار أحدهما. نضع $x_{12}=15$ نشطب العمود

الثاني . ويكون المتوفر في الصف الأول صفر . بعد ذلك نضع $x_{31}=5$
نشطب الصف الثالث ويكون المتبقي في العمود الأول يساوي صفر
أدنى تكلفة غير مشطوبة $c_{23}=9$ ، نضع $x_{23}=15$ نشطب العمود الثالث
المتبقي في الصف الثاني 10 / وهات .
أدنى تكلفة غير مشطوبة $c_{11}=10$ وبما أن المتوفر المتبقي والطلب
المتبقي كلاهما صفر نضع $x_{11}=0$ ونشطب العمود الأول ، والمتبقي
في الصف الأول هو صفر
يتم التوزيع على باقي الخانات الأساسية وهي : $x_{14}=0$ و $x_{24}=10$
وكلفة هذا الحل تكون :

$$Z = 0(10)+15(0)+0(11)+15(9)+10(20)+5(0) = \boxed{335}$$

مراكز الطلب

مراكز العرض	1	2	3	4	المتوفر
1	0 (10)	15 (0)	(20)	0 (11)	~~15~~ 0
2	(12)	(7)	15 (9)	10 (20)	~~25~~ 10
3	5 (0)	(14)	(16)	(18)	5
الطلب	~~5~~ 0	15	15	10	45

ملاحظة : كان أريغا تطبيق طريقة أدنى تكلفة في الصف ، أو طريقة
أدنى تكلفة العمود .
إن الحل الأساسي بطريقة التكلفة الأقل أفضل من الحل الأساسي
بطريقة الزاوية الشمالية الغربية .

محاضرة (٤)

مسألة (١)،

ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل مراكز العرض والطلب لاحدى الشركات، والمطلوب التوزيع الأولي لهذا الجدول باستخدام:

١- طريقة الركن الشمالي الغربي.

٢- = الأقل تكلفة.

٣- = فوجل.

الحل،

① - طريقة الركن الشمالي الغربي،

التوزيع / المتابع	1	2	3	العرض
1	18 [7]	4 [3]	[10]	22
2	[4]	18 [6]	6 [5]	24
3	[5]	[8]	14 [9]	14
الطلب	18	22	20	60 / 60

نحسب التكلفة الاجمالية،

$$\text{التكلفة} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} \cdot X_{ij}$$

$$= 18(7) + 4(3) + 18(6) + 6(5) + 14(9) = 372$$

التوزيع / المتابع	1	2	3	العرض
1	[7]	22 [3]	[10]	22
2	4 [4]	[6]	20 [5]	24
3	14 [5]	[8]	[9]	14
الطلب	18	22	20	60 / 60

التكلفة $= 2(3) + 4(4) + 20(0) + 14(5) = 152$

م. توزيع / م. انتاج	1	2	3	العرض	D_1	D_2	D_3
1	7	22 3	10	22	4	(4)	—
2	4 11	6	20 0	24	4	2	24
3	14 5	8	9	14	3	3	(5)
الطلب	18	22	20	60	60		
D_1	1	3	(9)				
D_2	1	3	|				
D_3	1	|	|				

التكلفة = 22(3) + 4(11) + 20(0) + 14(5) = 152

ج) ١- ٩٦