مثال:

لتكن لدينا دالة الهدف التالية :

$$Z = 10\,X_1 + 25\,X_2 \rightarrow Maz$$

والقيود S.T هي :

$$^2X_1 + ^5X_2 \leq 50$$
$$^4X_1 + ^2X_2 \leq 36$$

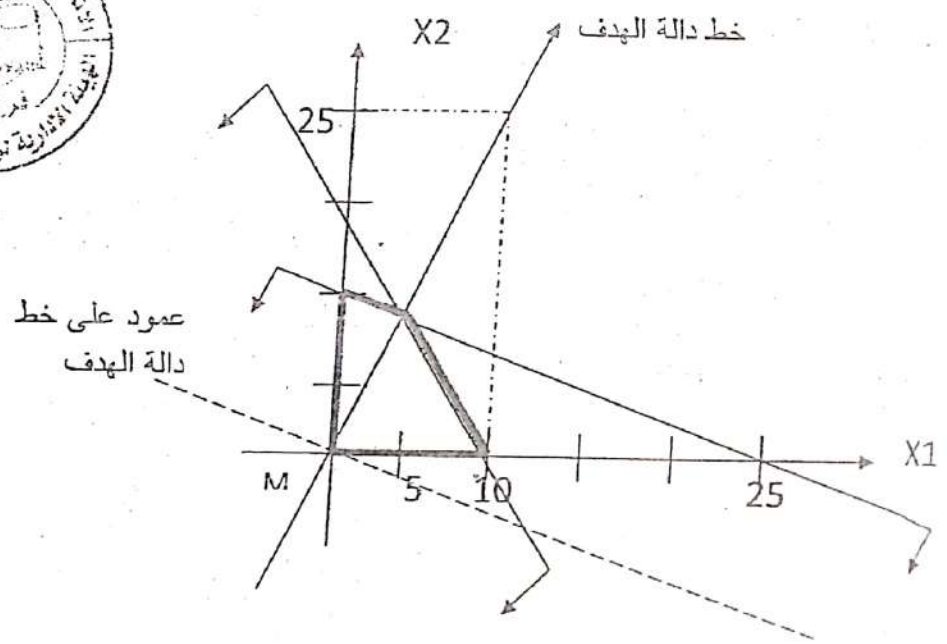
وشروط عدم السلبية هي :

$$X_1, X_2 \geq 0$$

والمطلوب: بين نوع الحالات التالية مع بيان السبب بيانياً وبطريقة السمبلكس.

الحل: إحداثيات المستقيم الأول هي : (25 , 10)

إحداثيات المستقيم الثاني هي : (9 , 18)



إحداثيات خط دالة الهدف هي : (25 , 10)

العمود على خط دالة الهدف يوازي مستقيم أحد القيود وبالتالي نحن أمام حالة خاصة هي حالة تعدد الحلول.

الحل بطريقة السمبلكس :

1ـ نحول النموذج إلى نموذج قياسي :

$$Z = 10X_1 + 25X_2 + 0S_1 + 0S_2 \rightarrow Maz$$
$$2X_1 + 5X_2 + S_1 = 50$$
$$4X_1 + 2X_2 + S_2 = 36$$

أ ـ نشكل الجدول الأول :

		10	25	0	0	
	C_j	X_1	X_2	S_1	S_2	B
0	S_1	2	5	1	0	50
0	S_2	4	2	0	1	36
	Z_j	0	0	0	0	0
	$C_j - z_j$	10	25	0	0	

السطر المحوري ←

↑ العمود المحوري

ب ـ ننتقل إلى الجدول الثاني :

		10	25	0	0	
	C_j	X_1	X_2	S_1	S_2	B
25	X_2	2/5	1	1/5	0	10
0	S_2	16/5	0	-2/5	1	16
	Z_j	10	25	5	0	250
	$C_j - z_j$	0	0	- 5	0	

↑ يوجد صفر و1x غير موجود في الحل وبالتالي يوجد حل آخر

والحل الثاني هو كما يلي :

		10	25	0	0	
	C_j	X_1	X_2	S_1	S_2	B
25	X_2	0	1	1/4	-1/8	8
10	X_1	1	0	-1/8	5/16	5
	Z_j	10	25	5	0	250
	$C_j - z_j$	0	0	- 5	0	

مثال:

أوجد النموذج المرافق من النموذج الأصلي التالي وحله بطريقة السمبلكس:

$$Z = 16X_1 + 25X_2 \rightarrow Min$$

والقيود S.T هي :

$$X_1 + 7X_2 \geq 4$$
$$X_1 + 5X_2 \geq 5$$
$$2X_1 + 3X_2 \geq 9$$

وشروط عدم السلبية هي :

$$X_1, X_2 \geq 0$$

الحل :

النموذج المرافق له هو كما يلي:

$$Z = 4Y_1 + 5Y_2 + 9Y_3 \rightarrow Max$$

والقيود S.T هي :

$$1Y_1 + 1Y_2 + 2Y_3 \leq 16$$
$$7Y_1 + 5Y_2 + 3Y_3 \leq 25$$

وشروط عدم السلبية هي :

$$Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0$$

حل النموذج المرافق بطريقة السمبلكس:

$$Z = 4Y_1 + 5Y_2 + 9Y_3 + 0S_1 + 0S_2 \rightarrow Max$$

والقيود S.T هي :

$$1Y_1 + 1Y_2 + 2Y_3 + S_1 = 16$$
$$7Y_1 + 5Y_2 + 3Y_3 + S_2 = 25$$

وشروط عدم السلبية هي :

$$Y_1, Y_2, Y_3, S_1, S_2 \geq 0$$

بالحل سيكون الجدول النهائي كما يلي:

		4	5	9	0	0	
	C_j	Y_1	Y_2	Y_3	S_1	S_2	B
9	Y_3	-2/7	0	1	5/7	-1/7	55/7
5	Y_2	11/7	1	0	-3/7	2/7	2/7
	Z_j	37/7	5	9	30/7	1/7	505/7
	$C_j - z_j$	-9/7	0	0	-30/7	-1/7	

مثال:

ليكن لدينا دالة الهدف التالية:

$$Z = 9X_1 + 10X_2 + 18X_3 \rightarrow Maz$$

والقيود S.T هي :

$$9X_1 + 8X_2 + 6X_3 \leq 190000$$
$$6X_1 + 8X_2 + 8X_3 \leq 160000$$
$$X_3 \leq 6000$$

وشروط عدم السلبية هي :

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

والمطلوب:

١. ما هي أسعار الظل وبين كيف يمكن الحصول عليها رياضياً .

٢. حدد رياضياً الموارد التي استغلت بالكامل والموارد التي لم تستغل .

٣. أوجد النموذج المرافق ثم أوجد الحل الأمثل ومن ثم احسب أسعار الظل مع المقارنة.

إذا علمت أن الجدول النهائي (للنموذج الأصلي) كما يلي:

	C_j	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	B
		9	10	18	0	0	0	
9	X_1	1	0	0	1/3	-1/3	2/3	14000
10	X_2	0	1	0	-1/4	3/8	-3/2	3500
18	X_3	0	0	1	0	0	1	6000
	Z_j	9	10	18	1/2	3/4	9	269000
	$C_j - z_j$	0	0	0	-1/2	-3/4	-9	

وأن الجدول النهائي للنموذج المرافق كما يلي:

	C_j	Y_1	Y_2	Y_3	S_1	S_2	S_3	B
		190000	160000	6000	0	0	0	
190000	Y_1	1	0	0	-1/3	1/4	0	1/2
160000	Y_2	0	1	0	1/3	-3/8	0	3/4
6000	Y_3	0	0	1	-2/3	3/2	-1	9
	Z_j	190000	160000	6000	-14000	-3500	-6000	269000
	$C_j - z_j$	0	0	0	14000	3500	6000	

الحل:

١_ حساب سعر الظل:

من سطر $C_j - z_j$ نكتب:

سعر الظل لـ S_1 $= \left|\frac{-1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

سعر الظل لـ S_2 $= \left|\frac{-3}{4}\right| = \frac{3}{4}$

سعر الظل لـ S_3 $= |-9| = 9$

أ_ حساب سعر الظل رياضياً :

بالنسبة لـ S_1 = الوفر – الخسارة $= \left(\frac{1}{4}\right)10 - \left(\frac{1}{3}\right)9 = \frac{1}{2}$

بالنسبة لـ S_2 $= \left(\frac{1}{3}\right)9 - \left(\frac{3}{8}\right)10 = \frac{3}{4}$

بالنسبة لـ S_3 $= \left(\frac{3}{2}\right)10 - (1)18 + \left(\frac{2}{3}\right)9 = 9$

لصالح الشركة زيادة المورد S_3 لأن سعر ظله أكبر .

$X_1 = 14000$

$X_2 = 3500$

$X_3 = 6000$

٣_ تحديد الموارد المستغلة وغير المستغلة:

نأخذ القيد الأول:

$9X_1 + 8X_2 + 6X_3 \le 190000$

$9(14000) + 8(3500) + 6(6000) \le 190000$

$190000 \le 190000$

المساواة محققة وبالتالي S_1 مستغلة بالكامل.

نأخذ القيد الثاني:

$6X_1 + 8X_2 + 8X_3 \le 160000$

$6(14000) + 8(3500) + 8(6000) \le 160000$

$160000 \le 160000$

المساواة محققة وبالتالي S_2 مستغلة بالكامل. ..... وهكذا بالنسبة للقيد الثالث...