لتكن لدينا مسألة النقل التالية من مراكز العرض الى مراكز الطلب .

مراكز التوزيع / مراكز الانتاج	A	B	C	D	العرض
1	6	8	3	1	400
2	10	7	2	5	500
3	8	2	3	4	600
الطلب	200	200	800	300	1500 / 1500

المطلوب : ① - حل هذه المسألة بطريقة الركن الشمالي الغربي

② - = = = = الأقل تكلفه

③ - اختبار مثالية الحل باستخدام الحجر المتحرك .

الحل :

① - طريقة الركن الشمالي الغربي

مراكز التوزيع / مراكز الانتاج	A	B	C	D	العرض
1	200 (6)	200 (8)	(2)	(1)	400
2	(10)	(7)	500 (2)	(5)	500
3	(8)	(2)	300 (3)	300 (4)	600
الطلب	200	200	800	300	1500 / 1500

سنقوم الآن بتطوير المثال الذي قمنا بحلّه بطريقة أقل التكاليف ونوضح الجوانب النظرية

والخطوات من خلال الحل:

السوق / معمل	1	2	3	4	العرض
A	6	8	2 400	1	400
B	10	7	2 200	0 300	500
C	8 200	2 200	3 200	4	600
الطلب	200	200	800	300	1500 / 1500

المطلوب: اختبار وتطوير الحل وفقاً لطريقة المسار المتعرّج .

عـــــلماً أن : التكلفة الإجمالية تبلغ /3800/ .

الحـــــل :

أولاً : نختبر شرط بدء التطوير

1 – عدد مراكز العرض + عدد مراكز الطلب = عدد الخلايا المليئة

$$6 = 3 + 4 - 1$$

$6 = 6$ ⇦ الشرط مُحقّق

هذا يعني أننا يمكن أن نبدأ بالتطوير.

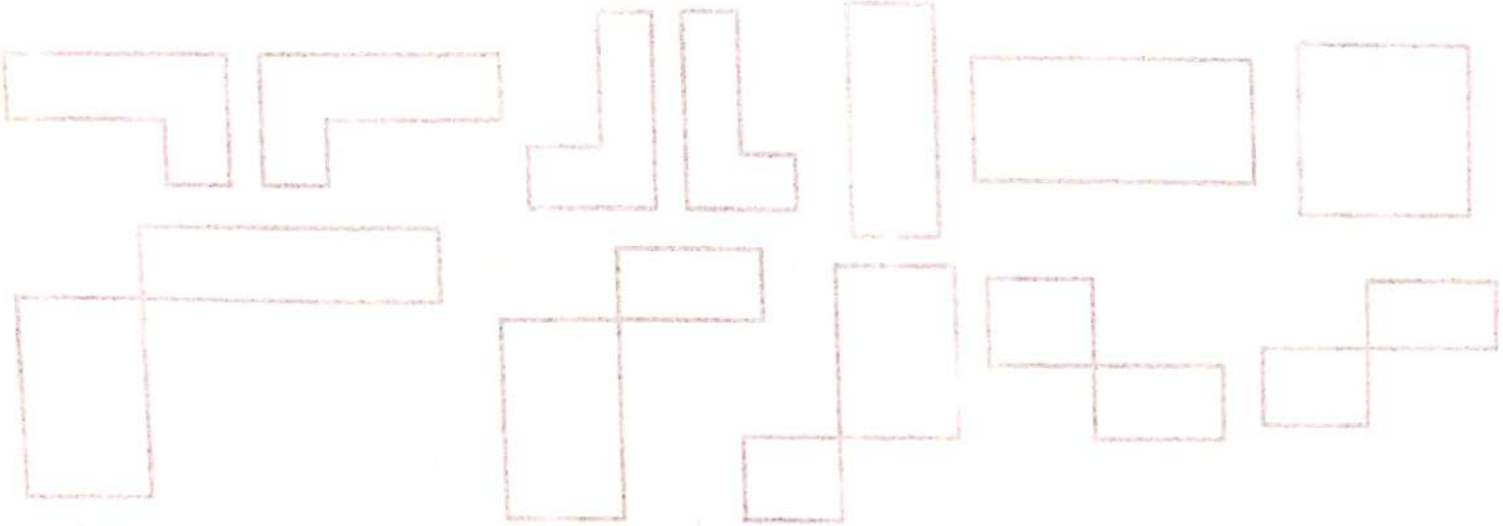
- لدينا /6/ خلايا فارغة يجب أن نرسم مساراً لكل خلية فارغة، **وشروط هذا المسار هـــــي :**

1) يجب أن يكون المسار مغلقاً.
2) يتألف من مجموعة من المستقيمات الأفقية أو العامودية تتقاطع مع بعضها عند الخلايا الممتلئة.
3) عدد أضلع المسار **زوجي حصراً** وأقلُّها أربعة.
4) يبدأ المسار وينطلق من الخلية الفارغة المُخْتبرة ويتّجه بخط مستقيم إلى أقرب خلية مليئة مجاورة لها، وهكذا حتى تعود إلى الخلية الفارغة التي انطلقنا منها ويتم اغلاق المسار.
5) نتوقّف عند الخلية الممتلئة ونُشَكِّل زاوية قائمة ثمّ ننتقل إلى خلية مليئة أخرى وهكذا يتم الانتقال والتوقّف عند الخلايا المليئة حصراً .
6) ممنوع التوقُّف وتشكيل زاوية قائمة عند الخلايا الفارغة.
7) خط المسار يمكن أن يكون باتجاه عقارب الساعة أو بعكس عقارب الساعة لا فرق.

ملاحظة

يمكن التجاوز أو المرور فوق خلايا فارغة أو أحياناً مليئة دوت التوقّف عندها بهدف تسهيل المسار.

- أشكال المسار التي يمكن أن نصادفها :



سنرسم الجدول السابق من أجل أن نضع عليه المسارات الستة للخلايا الفارغة ولمن سنضع عليه مسار وحيد للخلية الفارغة الأولى حتى تتوضّح طريقة إيجاد المسار وحتى لا تتداخل المسارات مع بعضها.

السوق / معمل	1	2	3	4	العرض
A	6	8	2 (400)	1	400
B	10	7	2 (200)	0 (300)	500
C	8 (200)	2 (200)	3 (200)	4	600
الطلب	200	200	800	300	1500 / 1500

الآن سنضع جدول المسارات لاختبار الخلايا الفارغة

الخلايا الفارغة	المسار	التكاليف غير المباشرة
X_{11}	$\overset{+}{X_{11}} \rightarrow \overset{-}{X_{13}} \rightarrow \overset{+}{X_{33}} \rightarrow \overset{-}{X_{31}}$	$+6-2+3-8 = -1$
X_{12}	$\overset{+}{X_{12}} \rightarrow \overset{-}{X_{13}} \rightarrow \overset{+}{X_{33}} \rightarrow \overset{-}{X_{32}}$	$+8-2+3-2 = +7$
X_{14}	$\overset{+}{X_{14}} \rightarrow \overset{-}{X_{24}} \rightarrow \overset{+}{X_{23}} \rightarrow \overset{-}{X_{13}}$	$+1-0+2-2 = +1$
X_{21}	$\overset{+}{X_{21}} \rightarrow \overset{-}{X_{31}} \rightarrow \overset{+}{X_{33}} \rightarrow \overset{-}{X_{23}}$	$+10-8+3-2 = +3$
X_{22}	$\overset{+}{X_{22}} \rightarrow \overset{-}{X_{23}} \rightarrow \overset{+}{X_{33}} \rightarrow \overset{-}{X_{32}}$	$+7-2+3-2 = +6$
X_{34}	$\overset{+}{X_{34}} \rightarrow \overset{-}{X_{33}} \rightarrow \overset{+}{X_{23}} \rightarrow \overset{-}{X_{24}}$	$+4-3+2-0 = +3$

X [1] [1]

العامود الأول ← السطر الأول

1) نبدأ بإعطاء إشارة موجبة للخلية التي انطلقنا منها (الخلية الفارغة) ثم إشارة سالبة للخلية التي تليها وهكذا بالتناوب والتعاقب حتى نعود إلى الخلية التي انطلقنا منها .
2) يبدأ المسار بإشارة موجبة دائماً وينتهي بإشارة سالبة دائماً .
3) نضع تكلفة كل خلية بالتكاليف غير المباشرة مع إشارتها ونوجد ناتج جمع وطرح تلك التكاليف.
4) الخلية التي يتم تجاوزها سواء كانت ممتلئة أو فارغة لا تُحتسب ولا تدخل لا بالقيم ولا بالكميات ولا بإشارات

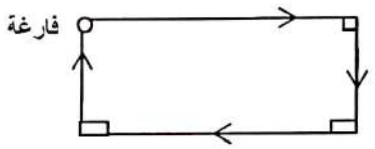
حتى نقول أن الحل مثالي والمسألة ليست بحاجة إلى تطوير يجب أن تكون جميع التكاليف غير المباشرة أكبر أو تساوي الصفر.

نلاحظ في جدول المسارات أن جميع القيم موجبة عدا القيمة الأولى والذي يجعل الحل غير مثالي وبحاجة إلى تطوير.

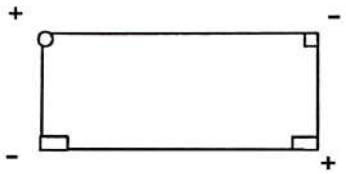
في حال وجود أكثر من قيمة سالبة نختار الخلية ذات التكلفة الغير مباشرة الأشد سلبية.

ملاحظة الخلية السالبة سيتم تعديل وجلب كميات لهذه الخلية كالتالي:

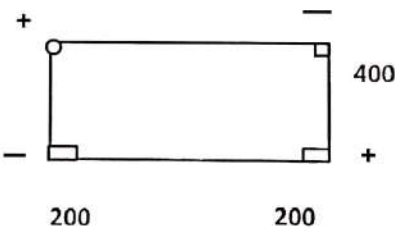
1) نرسم مسار الخلية المُختارة:



2) نضع الإشارات على الزوايا :

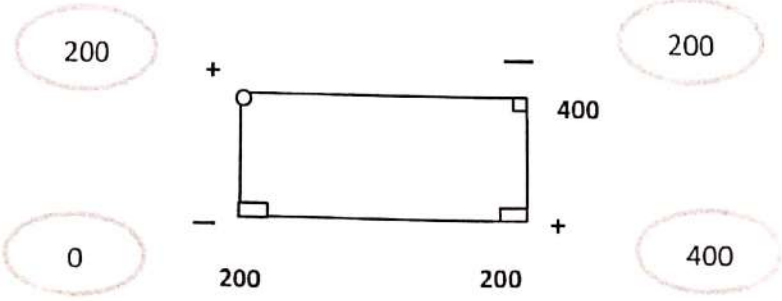


3) نضع الكمّيات على هذا المسار **(الكميات وليس التكاليف)**



الآن ننظر إلى الزوايا السالبة في المسار ثم ننظر إلى الكميات الموجودة عند هذه الزوايا السالبة ونختار الكمية الاقل وهي (200) بالإشارة السالبة.

- عندما تكون الزاوية موجبة نضيف عليها (200)
- عندما تكون الزاوية سالبة نطرح منها (200)



الآن نرسم جدول نقل جديد ونضع فيه الكميات المعدّلة الجديدة والكميات القديمة التي لم يطرأ عليها تعديل أصبحت مسألة جديدة ، نبدأ تطويرها من البداية.

ملاحظة: لدينا الخلية X_{31} هي الوحيدة التي أصبحت فيها الكمية مساوية للصفر ولذا حذفنا هذا الصفر وأصبحت خلية فارغة، ولو نتج معنا أكثر من صفر نستغني عن أحد الأصفار فقط والموجود عند التكلفة الأعلى.

السوق / معمل	1	2	3	4	العرض
A	6 — 200	8	2 — 200	1	400
B	10	7	2 — 200	0 — 300	500
C	8	2 — 200	3 — 400	4	600
الطلب	200	200	800	300	1500 / 1500

◄ نتأكد من مجموع القيم الداخلية في الجدول = 1500

التكلفة الإجمالية $= 200 \times 6 + 200 \times 2 + 200 \times 2 + 300 \times 0 + 400 \times 3 + 200 \times 2$

و.ن $\mathbf{3600} =$

◄ انخفاض التكاليف هو دليل على أننا في الاتجاه الصحيح ، يجب علينا أن نستمر بالتطوير حتى تصبح جميع التكاليف غير المباشرة موجبة .

◄ من جديد نختبر شرط بدء التطوير :

الخلايا الملينة$=3+3-1=\mathbf{6}$

$6 = 6$

◄ جدول المســـــارات :

الخلايا الفارغة	المسار	التكاليف غير المباشرة
X_{12}	$X_{12}^{+} \rightarrow X_{13}^{-} \rightarrow X_{33}^{+} \rightarrow X_{32}^{-}$	$+8-2+3-2 = +7$
X_{14}	$X_{14}^{+} \rightarrow X_{13}^{-} \rightarrow X_{23}^{+} \rightarrow X_{24}^{-}$	$+1-2+2-0 = +1$
X_{21}	$X_{21}^{+} \rightarrow X_{11}^{-} \rightarrow X_{13}^{+} \rightarrow X_{23}^{-}$	$+10-6+2-2 = +3$
X_{22}	$X_{22}^{+} \rightarrow X_{23}^{-} \rightarrow X_{33}^{+} \rightarrow X_{32}^{-}$	$+7-2+3-2 = +6$
X_{31}	$X_{31}^{+} \rightarrow X_{11}^{-} \rightarrow X_{13}^{+} \rightarrow X_{33}^{-}$	$+8-6+2-3 = +1$
X_{34}	$X_{34}^{+} \rightarrow X_{33}^{-} \rightarrow X_{23}^{+} \rightarrow X_{24}^{-}$	$+4-3+2-0 = +3$

بما أن جميع التكاليف غير المباشرة موجبة والحل مثالي وليس بحاجة لتطوير آخر .

$TC = 3600 \leftarrow$ التكلفة أقل ما يمكن