الرياضيات الاقتصادية والمالية

السنة الثانية

القسم العملي

المحاضرة السابعة

النموذج السكوني للمدخلات والمخرجات

نموذج ليونتيف

2020/4/28

علا البغدادي

تمارين ومسائل غير محلولة

1-لتكن مصفوفة المعاملات الفنية لاقتصاد دولة ما، وشعاع الناتج الكلي محددان كالتالي:

$$A=\begin{matrix}0.2 & 0.3 & 0.1\\ 0.3 & 0.3 & 0.3\\ 0.1 & 0.2 & 0.2\end{matrix}\quad ،\quad X=\begin{matrix}1000\\ 1000\\ 1000\end{matrix}$$

المطلوب:1-أوجد شعاع الطلب النهائي، واستنتج مجموع القيم المضافة.2-تنظيم جدول التشابكات القطاعية بشكل كامل.

الحل:حسب قانون الطلب فإن $Y=|I-A|\ X$

$$I-A=\begin{matrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{matrix}-\begin{matrix}0.2 & 0.3 & 0.1\\ 0.3 & 0.3 & 0.3\\ 0.1 & 0.2 & 0.2\end{matrix}\quad \text{حيث}$$

$$I-A=\begin{matrix}0.8 & -0.3 & -0.1\\ -0.3 & 0.7 & -0.3\\ -0.1 & -0.2 & 0.8\end{matrix}$$

$Y=|I-A|\ X$(نضرب عناصر السطر الأول بالعمود الأول فينتج العنصر الأول أي

$400=(1000*-0.1+1000*0.3-+1000*0.8)$ وهكذا

$$\begin{matrix}0.8 & -0.3 & -0.1 & 1000\\ -0.3 & 0.7 & -0.3 & 1000\\ -0.1 & -0.2 & 0.8 & 1000\end{matrix}$$

$$Y=\begin{matrix}400\\ 100\\ 500\end{matrix}$$

القيم المضافة نستخرجها من مصفوفة المعاملات الفنية حيث $X= a_{IJ} * X_{IJ}$

200 300 100
300 300 300
100 200 200

هكذا نكون حصلنا على نسبة ما يستخدمه كل قطاع مما ينتجه القطاعات الأخرى

مجموع المدخلات الوسيطة للقطاع الأول 600 وبما اجمالي المدخلات 1000 فالقيمة المضافة 400.

اما القطاع الثاني فإن مجموع مدخلاته الوسيطة 800 وبما ان اجمالي المدخلات 1000 فالقيمة المضافة 200.

اما القطاع الثالث فإن مجموع المدخلات الوسيطة 600 والمدخلات الكلية 1000 فتكون القيمة المضافة 400.

2-جدول التشابكات القطاعية بشكل كامل.

	القطاع الأول	القطاع الثاني	القطاع الثالث	المخرجات الوسطة	الطلب النهائي	المخرجات النهائية
القطاع الاول	200	300	100	600	400	1000
القطاع الثاني	300	300	300	900	100	1000
القطاع الثالث	100	200	200	500	500	1000
المدخلات الوسطة	600	800	600	2000		
القيمة المضافة	400	200	400		1000	
إجمالي المدخلات	1000	1000	1000			3000

2-احسب حجم منتجات ثلاثة قطاعات لاقتصاد دولة ما، فيه مصفوفة المعاملات الفنية وشعاع الطلب النهائي محددان كالتالي:

$$A=\begin{matrix}0 & 0.3 & 0.4\\ 0.5 & 0 & 0.2\\ 0.4 & 0.3 & 0.1\end{matrix} \quad Y=\begin{matrix}300\\300\\200\end{matrix}$$

الحل: $X=|I-A|^{-1} * Y$

أولاً نحسب:

$$I-A=\begin{matrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{matrix}-\begin{matrix}0 & 0.3 & 0.4\\ 0.5 & 0 & 0.2\\ 0.4 & 0.3 & 0.1\end{matrix}=\begin{matrix}1 & -0.3 & -0.4\\ -0.5 & 1 & -0.2\\ -0.4 & -0.3 & 0.9\end{matrix}$$

لحساب معكوس هذه المصفوفة حسب ما تم شرحه في المحاضرة السابقة

$$|I-A|^{-1}=\frac{1}{|I-A|} * \neg(I-A)$$

نحسب قيمة معين I-Aوتساوي=

$$(-1^2)^* 1^* \begin{matrix}1 & -0.2\\ -0.3 & 0.9\end{matrix} + (-1^3)^* -0.3^* \begin{matrix}-0.5 & -0.2\\ -0.4 & 0.9\end{matrix} + (-1^4)^* -0.4^* \begin{matrix}-0.5 & 1\\ -0.4 & -0.3\end{matrix}$$

$$= +0.84 -0.159-0.22$$

$$\frac{1}{|I-A|}=2.169 \text{و} 0.461=$$

ومن ثم نجد المصفوفة المرافقة وذلك عن طريق حساب المتمم الجبري لكل عنصر ومن ثم اخذ منقول المصفوفة الجديدة بعد التعويض بالمتمم الجبري:

العنصر الأول السطر الأول= $-1^{2} * \begin{matrix} 1 & -0.2 \\ -0.3 & 0.9 \end{matrix}$ =0.84

العنصر الثاني السطر الأول $-1^{3} * \begin{matrix} -0.5 & -0.2 \\ -0.4 & 0.9 \end{matrix}$ =0.53

العنصر الثالث السطر الأول $-1^{4} * \begin{matrix} -0.5 & 1 \\ -0.4 & -0.3 \end{matrix}$ =0.55

العنصر الأول السطر الثاني $-1^{3} * \begin{matrix} -0.3 & -0.4 \\ -0.3 & 0.9 \end{matrix}$ =0.39

العنصر الثاني السطر الثاني $-1^{4} * \begin{matrix} 1 & -0.4 \\ -0.4 & 0.9 \end{matrix}$ =0.74

العنصر الثالث السطر الثاني $-1^{5} * \begin{matrix} 1 & -0.3 \\ -0.4 & -0.3 \end{matrix}$ =0.42

العنصر الاول السطر الثالث $-1^{4} * \begin{matrix} -0.3 & -0.4 \\ 1 & -0.2 \end{matrix}$ =0.46

العنصر الثاني السطر الثالث $-1^{5} * \begin{matrix} 1 & -0.4 \\ -0.5 & -0.2 \end{matrix}$ =0.4

العنصر الثالث السطر الثالث $-1^{6} * \begin{matrix} 1 & -0.3 \\ -0.5 & 1 \end{matrix}$ =0.85

$$\begin{matrix} 0.84 & 0.53 & 0.55 \\ 0.39 & 0.74 & 0.42 \\ 0.46 & 0.4 & 0.85 \end{matrix}$$

ومن ثم نأخذ منقول المصفوفة وذلك بقلب الاسطر أعمدة

$$\begin{matrix} 0.84 & 0.39 & 0.46 \\ 0.53 & 0.74 & 0.4 \\ 0.55 & 0.42 & 0.85 \end{matrix}$$

بعد ذلك نحسب مقلوب المصفوفة =

$$\begin{matrix} 0.84 & 0.39 & 0.46 \\ 0.53 & 0.74 & 0.4 \\ 0.55 & 0.42 & 0.85 \end{matrix} * 2.169 = \begin{matrix} 1.822 & 0.846 & 0.998 \\ 1.150 & 1.605 & 0.868 \\ 1.193 & 0.911 & 1.844 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1000 & 1.822 & 0.846 & 0.998 & 300 \\ 1000 = & 1.150 & 1.605 & 0.868 & *300 \\ 1000 & 1.193 & 0.911 & 1.844 & 200 \end{matrix}$$

وهذه حجم منتجات ثلاث قطاعات اما جدول المخرجات والمدخلات

المخرجات النهائية	الطلب النهائي	المخرجات الوسطة	القطاع الثالث	القطاع الثاني	القطاع الأول	
1000	300	700	400	300	0	القطاع الاول
1000	300	700	200	0	500	القطاع الثاني
1000	200	800	100	300	400	القطاع الثالث
		2200	700	600	900	المدخلات الوسطة
	800		300	400	100	القيمة المضافة
3000			1000	1000	1000	إجمالي المدخلات

3- إذا علمت أن إجمالي الناتج القومي في دولة ما في سنة معينة كان 1400 مليون وحدة نقدية موزعة كالتالي:500 مليون وحدة نقدية إنتاج صناعي، 600 مليون وحدة نقدية انتاج زراعي، 300 مليون وحدة نقدية خدمات و أن مصفوفة المعاملات الفنية للإنتاج هي:

0.30 0.20 0.20
0.30 0.35 0.10
0.20 0.10 0.20

المطلوب إعداد جدول المدخلات والمخرجات لهذا الاقتصاد.

	الصناعة	الزراعة	الخدمات	المخرجات الوسطة	الطلب النهائ	المخرجات النهائية
الصناعة	150	120	60	330	170	500
الزراعة	150	210	30	390	210	600
الخدمات	100	60	60	220	80	300
المدخلات الوسطة	400	390	150	940		
القيمة المضافة	100	210	150		460	
إجمالي المدخلات	500	600	300			1400

4-ناقش مدى واقعية خطة اقتصادية تستهدف تحقيق طلب نهائي قدره:

95 مليون وحدة نقدية موزعة كالتالي:

60 مليون وحدة نقدية صناعية.

20 مليون وحدة نقدية زراعة.

15 مليون وحدة نقدية خدمات.

مع العلم أن مصفوفة المعاملات الفنية معطاة بالعلاقة:

$$A=\begin{matrix}0.3 & 0.2 & 0.2\\ 0.2 & 0.1 & 0.03\\ 0.1 & 0.05 & 0.1\end{matrix}$$

وأن الطاقات الإنتاجية القصوى هي:

100 مليون وحدة نقدية للصناعة.

35 مليون وحدة نقدية للزراعة.

30 مليون وحدة نقدية للخدمات.

$$Y=\begin{matrix}60\\ 20\\ 15\end{matrix}$$

نحسب I-A

$$I-A=\begin{matrix}0.7 & -0.2 & -0.2\\ -0.2 & 0.9 & -0.03\\ -0.1 & -0.05 & 0.9\end{matrix}$$

ومن ثم نحسب |I-A|=

$$=\begin{matrix}0.9 & -0.03\\ -0.05 & 0.9\end{matrix}*0.7*1^{2}-\begin{matrix}-0.2 & -0.03\\ -0.1 & 0.9\end{matrix}*0.2*(-1^{3})+\begin{matrix}-0.2 & -0.9\\ -0.1 & -0.05\end{matrix}*0.2*-1^{4}$$

$$=0.56595+0.0366-0.16=0.545 \text{ والمقلوب}=\frac{1}{||I-A||}=1.835$$

نحسب المتممات الجبرية

$$0.81=-1^{2*}\begin{matrix}0.9 & -0.03\\ -0.05 & 0.9\end{matrix}$$

$$0.183=-1^{3*}\begin{matrix}-0.2 & -0.03\\ -0.1 & 0.9\end{matrix}$$

$$0.1=-1^{4*}\begin{matrix}-0.2 & 0.9\\ -0.1 & -0.05\end{matrix}$$

$$0.19=-1^{3*}\begin{matrix}-0.2 & -0.2\\ -0.05 & 0.9\end{matrix}$$

$$0.61=-1^{4*}\begin{matrix}0.7 & -0.2\\ -0.1 & 0.9\end{matrix}$$

$$0.055=-1^{5*}\begin{matrix}0.7 & -0.2\\ -0.1 & -0.05\end{matrix}$$

$$0.186=-1^{4*}\begin{matrix}-0.2 & -0.2\\ 0.9 & -0.03\end{matrix}$$

$$0.061=-1^{5*}\begin{matrix}0.7 & -0.2\\ -0.2 & -0.03\end{matrix}$$

$$0.59=-1^{6*}\begin{matrix}0.7 & -0.2\\ -0.2 & 0.9\end{matrix}$$

$$\begin{matrix}0.81 & 0.183 & 0.1\\ 0.19 & 0.61 & 0.055\\ 0.186 & 0.061 & 0.59\end{matrix}$$

أي تصبح المصفوفة

$$\begin{matrix}0.81 & 0.19 & 0.186\\ 0.183 & 0.61 & 0.061\\ 0.1 & 0.055 & 0.59\end{matrix}$$

ونأخذ المنقول

ونضربها بمقلوب معين المصفوفة الذي استخرجناه 1.835

$$\begin{matrix}1.486 & 0.349 & 0.341\\ 0.336 & 1.119 & 0.112\\ 0.184 & 0.1 & 1.083\end{matrix}$$

$$\begin{matrix}60\\20\\15\end{matrix}$$ ونضربها بشعاع الطلب $Y=$

$$\begin{matrix}101.255\\44.22\\29.285\end{matrix}$$ فتنتج شعاع الناتج الكلي $X=$

ولكن نجد أن هذه الخطة غير واقعية لأنها تفوق الطاقة القصوى لقطاع الزراعة والصناعة، ونحتاج لتخفيض الإنتاج ليلائم الطاقة القصوى أي $\Delta X = \begin{matrix}-1.255\\-14.22\\0\end{matrix}$

وبالتالي تكون $\Delta Y = \begin{matrix}0.7 & -0.2 & -0.2\\-0.2 & 0.9 & -0.03\\-0.1 & -0.05 & 0.9\end{matrix} * \begin{matrix}-1.255\\-14.22\\0\end{matrix}$

$$\Delta Y = \begin{matrix}1.965\\-12.547\\0.8365\end{matrix}$$ التغير في الطلب

$Y' = \begin{matrix}61.965\\5.78\\15.8365\end{matrix}$ الطلب الجديد بعد جمع مصفوفة تغير الطلب

$$X' = \begin{matrix}1.486 & 0.349 & 0.341\\0.336 & 1.119 & 0.112\\0.184 & 0.1 & 1.083\end{matrix} * \begin{matrix}61.965\\5.78\\15.8365\end{matrix}$$

$X' = \begin{matrix}99.497\\29.062\\29.130\end{matrix}$ ونجد أن الإنتاج الكلي بعد ضرب مصفوفة المعاملات بالطلب الجديد انخفض نتيجة تعديل الخطة ليصبح ضمن الطاقة القصوى للإنتاج مما يعني أن الخطة أصبحت واقعية ومناسبة.

مع التمنيات بالتوفيق الدائم