الفصل الرابع
استهلاك القروض

§1. مفهوم استهلاك القروض

يقصد باستهلاك القروض سدادها مع فوائدها، ويتم استهلاك (سداد) القروض طويلة الأجل بطرق مختلفة يتفق عليها بين الدائن والمدين ومنها:

1ـ سداد القرض مع فوائدة دفعة واحدة في نهاية مدة الاقتراض، حيث تحسب قيمة القرض في نهاية مدة الاقتراض من العلاقة: $C_n = C(1+i)^n$.

2ـ سداد الفوائد الدورية بشكل دوري أولاً وسداد أصل القرض في نهاية مدة الاقتراض مضافاً إليها الفائدة الدورية الأخيرة.

3ـ سداد القرض بدفعات دورية غير متساوية، حيث كل دفعة تتكون من قسمين. القسط المتساوي المقتطع من أصل القرض + الفائدة المترتبة على المتبقي من القرض.

4ـ سداد القرض وفوائده على دفعات دورية متساوية (سنوية، شهرية،....الخ)

وفي هذا الفصل نتناول بالدراسة مايلي:

1ـ1ـ استهلاك القرض بدفعات سنوية غير متساوية:

بموجب هذه الطريقة يقوم المدين بتسديد أصل القرض V على أقساط متساوية من الأصل فقط مع سداد الفوائد المستحقة على الأرصدة المتبقية المتناقصة بصفة دورية، وتجدر الإشارة إلى أنه طالما أصل القرض يتناقص بمبلغ متساوي بشكل دوري فإن الفائدة المحتسبة على الرصيد المتبقي في القرض سوف تتناقص هي الأخرى بقيمة ثابتة مما يجعلها تأخذ شكل متوالية عددية يمكن إيجاد مجموعها بسهولة.

يحسب مقدار القسط المتساوي المقتطع من أصل القرض من العلاقة:

$$R = \frac{V}{n}$$

V ـ أصل القرض (المبلغ الأصلي للقرض).

n ــ عدد الأقساط السنوية.

بفرض إن المبلغ الواجب سداده في نهاية السنة الأولى (الدفعة السنوية الأولـــى) k_1 هو:

$$k_1 = R + Vi$$

وإن المبلغ الواجب سداده في نهاية السنة الثانية (الدفعة السنوية الثانية) k_2 هو:

$$k_2 = R + (V - R)i$$

وإن المبلغ الواجب سداده في نهاية السنة الثالثة (الدفعة السنوية الثالثة) k_3 هو:

$$k_3 = R + (V - 2R)i$$

وإن المبلغ الواجب سداده في نهاية السنة n (الدفعة السنوية رقم n) k_n هو:

$$k_n = R + (V - (n-1)R)i$$

مثـــال:

اقترض شخص مبلغ 1200000 ل.س من أحد المصارف بفائدة مركبة معـــدلها 9 % سنوياً، على أن يسدد القرض والفوائد بدفعات دورية سنوية غير متساوية خلال ست سنوات، **والمطلوب:**

1 ــ احسب قيمة القسط المتساوي الثابت من القرض.

2 ــ تشكيل جدول استهلاك القرض.

الحـــل:

$$V = 1200000, \quad i = 0.09 \quad , \quad n = 6$$

قيمة القسط المتساوي الثابت من القرض R هي:

$$R = \frac{1200000}{6} = 200000 \quad S.p$$

المبلغ الواجب سداده في نهاية السنة الأولى (الدفعة السنوية الأولى) k_1 يساوي إلى: القسط المتساوي من أصل القرض + الفائدة المستحقة على كامل قيمـــة القـــرض خلال السنة الأولى:

فائدة السنة الأولى I_1: $I_1 = 1200000(0.09) = 108000 \ S.p$

ومنه مقدار الدفعة الأولى: $k_1 = 200000 + 108000 = 308000 \ S.p$

الرصيد المتبقي من القرض في بداية السنة الثانية هو:

$$1200000 - 200000 = 1000000 \quad S.p$$

وتكون فائدة السنة الثانية I_2: $I_2 = 1000000(0.09) = 90000 \ S.p$

مقدار الدفعة السنوية الثانية (القسط الثاني) k_2 وتساوي إلى: القسط المتساوي الثابت من أصل القرض + فائدة السنة الثانية على الرصيد المتبقي من قيمة القرض في بداية السنة الثانية:

$$k_2 = 200000 + 90000 = 290000 \ S.p$$

الرصيد المتبقي من القرض في بداية السنة الثالثة:

$$1000000 - 200000 = 800000 \ S.p$$

فائدة السنة الثالثة I_3: $I_3 = 800000(0.09) = 72000 \ S.p$

قيمة الدفعة السنوية الثالثة (القسط الثالث) k_3:

$$k_3 = 200000 + 72000 = 2720000 \ S.p$$

الرصيد المتبقي من القرض في بداية السنة الرابعة:

$$800000 - 200000 = 600000 \ S.p$$

فائدة السنة الرابعة I_4:

$$I_4 = 600000.(0.09) = 54000 \ S.p$$

مقدار الدفعة السنوية الرابعة (القسط الرابع) k_4:

$$k_4 = 200000 + 54000 = 254000 \ S.p$$

الرصيد المتبقي من القرض في بداية السنة الخامسة:

$$600000 - 200000 = 400000 \ S.p$$

فائدة السنة الخامسة I_5:

$$I_5 = 400000.(0.09) = 36000 \ S.p$$

مقدار الدفعة السنوية الخامسة (القسط الخامس) k_5:

$$k_5 = 200000 + 36000 = 236000 \ S.p$$

الرصيد المتبقي من القرض في بداية السنة السادسة:

$$400000 - 200000 = 200000 \ S.p$$

فائدة السنة السادسة I_6:

$$I_6 = 200000(0.09) = 18000 \ S.p$$

مقدار الدفعة السنوية السادسة (القسط السادس) k_6:

$$k_6 = 200000 + 18000 = 218000 \ S.p$$

جدول الاستهلاك

السنة	رصيد القرض في بداية السنة	القسط المتساوي الثابت من أصل القرض	الفائدة المستحقة على الرصيد المتبقي من القرض	قيمة الدفعة السنوية	رصيد القرض في نهاية السنة
الأولى	1200000	200000	108000	308000	1000000
الثانية	1000000	200000	90000	290000	800000
الثالثة	800000	200000	72000	272000	600000
الرابعة	600000	200000	54000	254000	400000
الخامسة	400000	200000	36000	236000	200000
السادسة	200000	200000	18000	218000	0
المجموع		1200000	378000	1578000	

لاحظ أن الفوائد تمثل متوالية عددية متناقصة حدها الأول 108000 وأساسها 18000 وحدها الأخير 18000 وعدد حدودها (6)ومجموعها 378000.

وإجمالي الدفعات المسددة = مجموع الأقساط المتساوية من أصل القرض + مجموع الفوائد المستحقة.

1-2- استهلاك القرض بدفعات متساوية من الأصل والفوائد معاً:

في ضوء هذه الطريقة يتم سداد القرض وفوائده على أقساط متساوية تدفع بشكل دوري في نهاية كل دورة زمنية خلال مدة القرض ، وأن كل قسط دوري مسدد في نهاية كل دورة يشتمل على جزئين هما:

الجزء الأول: الجزء المدفوع من القرض (قيمة الاستهلاك من أصل القرض).

الجزء الثاني: الفائدة المستحقة على الرصيد المتبقي من القرض عن فترة زمنية معينة.

1-3- معادلة حساب القسط المتساوي:

لنفرض أن لدينا قرضاً قيمته V ل.س يراد استهلاكه وفوائده على أقساط متساوية قيمة كل منها R تسدد في نهاية كل فترة زمنية لمدة (n) من الفترات الزمنية على أساس معدل فائدة مركبة i، إن الأقساط تمثل دفعات متساوية، وأن القرض في بداية المدة يمثل القيمة الحالية لهذه الدفعات V_p .

القسط المتساوي = أصل القرض $\times \frac{1}{V_p}$

مثـــال:

اقترض شخص مبلغ 500 ل.س من أحد المصارف بمعدل فائدة مركبة شهرية 1 % واتفق على سداد القرض على دفعات متساوية من الأصل والفوائد معاً على (6) دفعات شهرية متساوية.

والمطلوب: 1 ــ احسب قيمة القسط (الدفعة) الشهري.

2 ــ شكل جدول استهلاك القرض.

الحـــل: لدينا: $V = V_p = 500 \ S.p$

وجدنا سابقاً أن قيمة الدفعة الشهرية R هي:

$$V_p = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Rightarrow R = V_p\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

حيث: i معدل الفائدة الشهرية، n عدد الدفعات الشهرية:

$$R = 500\frac{0.01}{1-(1.01)^{-6}} = 86.27 \ S.p$$

الدفعة الشهرية المتساوية تتكون كما ذكرنا من جزئين الأول وهو المستهلك من القرض ونرمز له بـــ C والجزء الثاني وهو الفائدة ونرمز له بالرمز I، أي أن:

$$R = C + I$$

إن الدفعة الشهرية الأولى تستحق بعد فترة واحدة (شهر واحد) بعد الحصول على القرض في هذا الوقت يحق للمصرف فائدة I_1 مقدارها:

$$I_1 = 500(0.05) = 5 \ S.p$$

مقدار الاستهلاك الأول من القرض C_1 يساوي إلى:

$$C_1 = R - I_1 = 86.27 - 5 = 81.27 \quad S.p$$

ويكون الرصيد المتبقي من القرض بعد خصم الاستهلاك الأول في بداية الشهر الثاني:

$$500 - 81.27 = 418.73 \quad \text{S.p}$$

فائدة الفترة الثانية (الشهر الثاني) I_2:

$$I_2 = 418.73(0.01) = 4.19 \quad \text{S.p}$$

مقدار الاستهلاك الثاني C_2:

$$C_2 = 86.27 - 4.19 = 82.08 \quad \text{S.p}$$

الرصيد المتبقي من القرض بعد خصم الاستهلاك الثاني في بداية الشهر الثالث:

$$418.73 - 82.08 = 336.65 \quad S.p$$

فائدة الفترة الثالثة (الشهر الثالث) I_3:

$$I_3 = 336.65(0.01) = 3.37 \quad S.p$$

مقدار الاستهلاك الثالث C_3:

$$C_3 = 86.27 - 3.37 = 82.90 \quad S.p$$

الرصيد المتبقي من القرض بعد خصم الاستهلاك الثالث في بداية الشهر الرابع:

$$336.65 - 82.90 = 353.75 \quad S.p$$

ويستمر هذا العمل حتى نهاية الشهر السادس، حيث تصل قيمة القرض غير المسدد إلى الصفر أي أن القرض سدد.

جدول الاستهلاك

الشهر	قيمة القرض في بداية الشهر	القسط الشهري المتساوي	الفائدة المستحقة على الرصيد المتبقي من القرض	الاستهلاك الشهري من القرض	قيمة القرض في نهاية الشهر
الأول	500	86.27	5	81.27	418.73
الثاني	418.73	86.27	4.19	82.08	336.65
الثالث	336.65	86.27	3.37	82.90	253.75
الرابع	253.73	86.27	2.54	83.73	170.02
الخامس	170.02	86.27	1.70	84.57	85.45
السادس	85.45	86.30	0.85	85.45	0
المجموع		517.65	17.65	500	

لاحظ أن القسط الشهري السادس ازداد بمقدار 0.03 عن مقدار القسط الشهري المتساوي ويعود سبب الزيادة إلى التدوير في الأرقام، وفي معظم الحالات يكون القسط الأخير اكبر بمقدار ضئيل لكي تصبح قيمة القرض في نهاية المدة مساوية للصفر، للدلالة على أن القرض قد سدد.

1-4- العلاقة بين الاستهلاكات:

إن الاستهلاك الأول والثاني يرتبطان ببعضهما من خلال العلاقة الآتية:

$$C_2 = C_1(1+i)$$

والاستهلاك الثالث C_3 يرتبط مع الاستهلاك الأول C_1 بالعلاقة:

$$C_3 = C_1(1+i)^2$$

وهكذا يمكن حساب قيمة استهلاك أي قرض بإحدى العلاقات الآتية:

$$C_k = C_{k-1}(1+i)$$

أو:

$$C_k = C_1(1+i)^{k-1}$$

أو:

$$C_k = C_r(1+i)^{k-r}$$

وبمعرفة استهلاكيين متتالين يمكن معرفة معدل الفائدة.

يلاحظ أن مجموع الاستهلاكات يساوي قيمة القرض الأصلي أي أن:

قيمة القرض

$$C_1 + C_2 + C_3 + \ldots\ldots + C_n = V$$

يمكن حساب قيمة الرصيد المتبقي من القرض في نهاية الفترة ولنرمز له بـ K ويحسب بالعلاقة التالية:

قيمة الرصيد المتبقي من القرض في نهاية الفترة:

$$K = V - (C_1 + C_2 + \ldots . C_k)$$

إن مجموع الفوائد المستحقة على القرض خلال مدة القرض يساوي إلى مجموع الأقساط المتساوية مطروحاً منه أصل القرض أي أن:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots\ldots + I_n = nR - V$$

إن معدل الفائدة يعطى بالعلاقة التالية إذا تم معرفة استهلاكين متتالين:

$$C_2 = C_1(1+i) \Rightarrow 1+i = \frac{C_2}{C_1} \Rightarrow i = \frac{C_2}{C_1} - 1$$