الفصل السادس
النموذج السكوني للمدخلات والمخرجات
نموذج ليونتيف

The Static Input-Output Model
Leontief Model

يطلق على النموذج السكوني للمدخلات والمخرجات اسم نموذج التشابكات القطاعية، ويأتي هذا النموذج من بين أهم النماذج المستخدمة في التخطيط سواءً على المستوى القومي أو المستوى القطاعي. يعتبر العالم الاقتصادي ليونتيف Leontief الذي قام بأبحاثه عن بنية الاقتصاد الأمريكي في عام 1931 في جامعة اكسفورد أول من وضع نموذجاً اقتصادياً لدراسة العلاقة بين المدخلات والمخرجات للاقتصاد الأمريكي.

إن الهدف الأساسي من دراسة نموذج المدخلات والمخرجات هو التحليل الكمي للتشابك بين القطاعات الاقتصادية خلال قيامها بنشاطها الإنتاجي، وبيان العلاقات بين المنتجين باعتبارهم مشترين للعناصر الداخلة في الإنتاج (المدخلات) وبائعين لمنتجاتهم (المخرجات) إلى المستخدمين النهائيين.

في جدول المدخلات والمخرجات توضع النشاطات الاقتصادية بمختلف أنواعها في عدد محدود من القطاعات الإنتاجية، ويختلف عدد تلك القطاعات من جدول إلى آخر بحسب درجة التفصيل في ذلك الجدول. فإذا كان الجدول على درجة عالية من التفصيل كان عدد القطاعات الإنتاجية فيه كثيراً ويصل إلى ثلاثمائة قطاع أو أكثر ، وإذا كان الجدول مجملاً وكانت المعلومات الواردة فيه مكثفة كان عدد القطاعات الإنتاجية فيه صغيراً لا يزيد عن عدد أصابع اليد في بعض الأحيان.

§-1 – أساسيات نموذج المدخلات والمخرجات

1-1 استخدامات النموذج:

بشكل عام يسعى تحليل جدول المدخلات والمخرجات لاقتصاد دولة ما، إلى توضيح ما هو كائن للاستدلال منه على ما يتوقع أن يكون، وتتلخص الاستخدامات الأساسية لهذا التحليل بالنقاط التالية:

- تحليل الهيكل الاقتصادي للدولة.
- التنبؤ بالتطورات المحتملة في كل قطاع من القطاعات.
- رسم خطط الإنتاج وحل مشكلة الاختيار بين الخطط البديلة التي يمكن إتباعها.

1-2 الخصائص العامة لجدول المدخلات والمخرجات:

- يوضع جدول المدخلات والمخرجات غالباً لسنة معينة .
- يتوقف اختيار القطاعات المشكلة لجدول المدخلات والمخرجات على هدف الدراسة.
- يركز جدول المدخلات والمخرجات على التشابكات بين القطاعات المكونة للجدول.
- تتضح أهمية جدول المدخلات والمخرجات بالنسبة للتخطيط الإقليمي لإمكانية استخدامه على جميع المستويات الاقتصادية، على المستوى القومي، أو على مستوى إقليم معين، أو لمدينة معينة من مدن الدولة، أو حتى على صعيد الوحدة المنتجة.

1-3 – فرضيات النموذج العام لجدول المدخلات والمخرجات:

- سنفترض أن الاقتصاد مكون من n قطاع إنتاجي.
- بصورة موازية لتصنيف النشاطات الإنتاجية في قطاعات، تقسم المنتجات الاقتصادية المختلفة من سلع وخدمات إلى نفس العدد n من الأنواع.
- عدم وجود منتجات مشتركة، أي كل قطاع إنتاجي يتخصص بصنع نوع واحد من المنتجات، وهذا يعني أن كل منتج اقتصادي يجري صنعه في قطاع واحد فقط.
- دالة الإنتاج خطية ومتجانسة من الدرجة الأولى، أي أن كل عملية إنتاجية تتطلب عناصر الإنتاج بنسب ثابتة، وأن هذه العناصر تتزايد بنسبة زيادة الإنتاج.
- ثبات الأسعار النسبية، وذلك لأن تغير هذه الأسعار قد يؤدي إلى تغير نسب مزج عناصر الإنتاج ومن ثم المعاملات الفنية للإنتاج.

§-2 – الشكل العام لنموذج المدخلات والمخرجات:

من المعروف أن عملية الإنتاج في القطاعات المختلفة هي عملية متشابكة، فكل قطاع يعتمد في إنتاجه على قطاعات أخرى لتأمين بعض المواد الوسيطة- نصف المصنعة- الداخلة في إنتاجه المتخصص، نعبر عن تشابك القطاعات بواسطة جدول التشابك القطاعي وذلك بطريقتين هما:

- الأولى: ويتم التعبير عن التشابك القطاعي بدلالة كميات المواد المنتجة (بشكلها الطبيعي) وبوحدات قياسية مناسبة.
- الثانية: ويتم التعبير عن التشابك القطاعي بدلالة قيم المواد المنتجة (بسعر المنتج أو بسعر المستهلك) وبوحدات نقدية ملائمة.

سننظر إلى عملية تحليل التشابك القطاعي في كلتا الطريقتين السابقتين على أنها: عملية سكونية ثابتة، لا تتغير فيها مقادير أو قيم المنتجات المتداخلة، لا سيما وأن عملية التحليل ستكون قصيرة الأجل (عام مثلاً)، تاركين تحليل التشابك القطاعي الديناميكي لفترة طويلة الأجل، والتي تأخذ بعين الاعتبار تغير مقادير أو قيم المنتجات المتداخلة (بسبب التقدم التقني أو التضخم النقدي... الخ) للمراحل الدراسية المتقدمة. الجدول التالي يعطينا صورة واضحة لجدول المدخلات والمخرجات على مستوى اقتصاد قومي مغلق تم تقسيم نشاطه الإنتاجي إلى n قطاع.

مدخلات ↑ / مخرجات →	القطاعات المستخدمة (المستهلكة) 1 2.... j.... n	المخرجات الوسيطة $L_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij}$	الطلب النهائي Y_i	المخرجات النهائية X_i
1	$x_{11}\ x_{12}...x_{1j}...x_{1n}$	L_1	Y_1	X_1
2	$x_{21}\ x_{22}...x_{2j}...x_{2n}$	L_2	Y_2	X_2
...	.....	.....	.....	....
i	$x_{i1}\ x_{i2}....x_{ij}....x_{in}$	L_i	Y_i	X_i
....	.....	.....	.....	.....
n القطاعات المنتجة (البائعة)	$x_{n1}\ x_{n2}...x_{nj}....x_{nn}$	L_n	Y_n	X_n
$C_j = \sum_{j=1}^{n} x_{ij}$	$C_1\ C_2....C_j.....Cn$			
V_j القيمة المضافة	$V_1\ V_2...\ V_j.....V_n$		$V = Y$	
X_j المدخلات الإجمالية	$X_1\ X_2....X_j.....X_n$			$X = \sum_{j=1}^{n} X_j$ $= \sum_{i=1}^{n} X_i$

من الجدول السابق يمكن ملاحظة ما يأتي:

1- إن كل قطاع يتكرر مرتين: المرة الأولى على الأسطر وعلى شكل قطاع منتج (بائع) ونعطيه الرمز i حيث: $(i=1,2,3,...,n)$، فالقطاعات المنتجة هي القطاعات المتمثلة في الأسطر. والأخرى على شكل قطاع مستخدم (مستهلك) ونعطيه الرمز j حيث: $(j=1,2,3,...,n)$، أي القطاعات المستخدمة متمثلة بالأعمدة.

2- سنقوم بتقدير منتجات كل القطاعات بنفس الوحدة، أي سنعتبر منتَج القطاع مساوياً الكمية العينية مضروبة بالسعر الوسطي الذي يباع به المنتَج، وبذلك يمكننا جمع مكونات كل سطر في جدول المدخلات والمخرجات، ومكونات كل عمود فيه.

3- البيانات الخاصة بمخرجات كل قطاع $(i=1,2,3,...,n)$ تقرأ سطراً سطراً.

- فالقطاع الأول $(i=1)$ يخرج ما قيمته: x_{11} لنفسه، و x_{12} للقطاع الثاني، و x_{13} للقطاع الثالث... و x_{1n} للقطاع n.

يبلغ مجموع مخرجات القطاع الأول من السلع الوسيطة لجميع القطاعات بما فيه نفسه ما قيمته: $L_1 = x_{11} + x_{12} + x_{13} + ... + x_{1n}$

X_1 المخرجات الكلية في القطاع الأول: منه L_1 عبارة عن مخرجات القطاع الأول من السلع الوسيطة لجميع القطاعات بما فيه نفسه، والباقي $Y_1 = X_1 - L_1$ عبارة عن مخرجات القطاع الأول لسد حاجة الطلب النهائي للمستهلكين النهائيين، (أي مبيعات القطاع الأول من السلع النهائية لقطاع الأعمال: القطاع العائلي، القطاع الحكومي).

- والقطاع الثاني $(i=2)$ يخرج ما قيمته: x_{21} للقطاع الأول، و x_{22} لنفسه، و x_{23} للقطاع الثالث ... و x_{2n} للقطاع n .

يبلغ مجموع مخرجات القطاع الثاني من السلع الوسيطة لجميع القطاعات بما فيه نفسه ما قيمته: $L_2 = x_{21} + x_{22} + x_{23} + ... + x_{2n}$

X_2 المخرجات الكلية في القطاع الثاني: منه L_2 عبارة عن مخرجات القطاع الثاني من السلع الوسيطة لجميع القطاعات، والباقي $Y_2 = X_2 - L_2$ عبارة عن مخرجات القطاع الثاني لسد حاجة الطلب النهائي للمستهلكين النهائيين، (أي مبيعات القطاع الثاني من السلع النهائية لقطاع الأعمال: القطاع العائلي، القطاع الحكومي).

- وهكذا القطاع $(i=n)$يخرج ما قيمته: x_{n1}للقطاع الأول و x_{n2}للقطاع الثاني و x_{n3}للقطاع الثالث ... و x_{nn} لنفسه.

يبلغ مجموع مخرجات القطاع n من السلع الوسيطة لباقي القطاعات بما فيه نفسه ما قيمته: $L_n = x_{n1} + x_{n2} + x_{n3} + ... + x_{nn}$

X_n المخرجات الكلية في القطاع n: منه L_n عبارة عن مخرجات القطاع n من السلع الوسيطة لجميع القطاعات، والباقي $Y_n = X_n - L_n$ عبارة عن مخرجات القطاع n لسد حاجة الطلب النهائي للمستهلكين النهائيين، (أي مبيعات القطاع n من السلع النهائية لقطاع الأعمال: القطاع العائلي، القطاع الحكومي).

4- البيانات الخاصة باستخدامات كل قطاع $(j=1,2,3,...,n)$ نقرأ عموداً عموداً.

- فالقطاع الأول $j=1$ يدخل (يستخدم) ما قيمته: x_{11} من نفسه ، و x_{21} من القطاع الثاني ، و x_{31} من القطاع الثالث... و x_{n1} من القطاع n.

وبذلك يبلغ مجموع مستلزمات الإنتاج الوسيطة في القطاع الأول (المدخلات الوسيطة) ما قيمته: $(C_1 = x_{11} + x_{21} + x_{31} + ... + x_{n1})$.

X_1 المدخلات الإجمالية في القطاع الأول:منه C_1 عبارة عن مستلزمات إنتاج، والباقي $V_1 = X_1 - C_1$ القيمة المضافة في القطاع الأول (أجور ورواتب، فائدة على رأس المال، أرباح).

- والقطاع الثاني $(j=2)$يدخل ما قيمته: x_{12}من القطاع الأول، و x_{22} من نفسه ، و x_{32} من القطاع الثالث ... و x_{n2} من القطاع n.

وبذلك يبلغ مجموع مستلزمات الإنتاج الوسيطة في القطاع الثاني (المدخلات الوسيطة) ما قيمته: $(C_2 = x_{12} + x_{22} + x_{32} + ... + x_{n2})$.

X_2 المدخلات الإجمالية في القطاع الثاني: منه C_2 عبارة عن مستلزمات إنتاج، والباقي $V_2 = X_2 - C_2$ القيمة المضافة في القطاع الثاني.

- وهكذا إلى القطاع $(j=n)$ يدخل ما قيمته: x_{1n} من القطاع الأول، و x_{2n} من القطاع الثاني و x_{3n} من القطاع الثالث ... و x_{nn} من القطاع نفسه. وبذلك يبلغ مجموع مستلزمات الإنتاج الوسيطة في القطاع n (المدخلات الوسيطة) ما قيمته: $(C_n = x_{1n} + x_{2n} + x_{3n} + ... + x_{nn})$.

X_n المدخلات الإجمالية في القطاع n: منها C_n عبارة عن مستلزمات إنتاج، والباقي $V_n = X_n - C_n$ القيمة المضافة في القطاع n.

5- إذن بشكل عام:

- x_{ij} هو ذلك الجزء من مخرجات القطاع i والذي يستخدم كمدخلات في القطاع j، أو بعبارة أخرى هو ذلك الجزء الذي يدخله القطاع j من إنتاج القطاع i.
- قد يكون أحد القطاعات (مثلاً الثاني) ليس بحاجة لمنتجات أحد القطاعات ولـيكن (مثلاً الثالث)، عندها تكون $x_{32} = 0$.
- Y_i هو ذلك الجزء من إنتاج القطاع i الذي يتبقى بعد استيفاء حاجة مختلف القطاعات المنتجة والذي يمثل الطلب النهائي (ويتجه للاستهلاك، الاستثمار، ... الخ) على منتجات هذا القطاع.
- $Y = Y_1 + Y_2 + ... + Y_n$ قيمة المنتجات النهائية المتولدة في الاقتصاد (الناتج القومي).
- $V = V_1 + V_2 + ... + V_n$ القيمة المضافة في الاقتصاد القومي، أو عوائد عناصر الإنتاج ويساوي الدخل القومي.
- مجموع القيم المضافة للقطاعات المستخدمة (الدخل القومي) يساوي مجموع الطلب النهائي للقطاعات المنتجة (الناتج القومي)، أي: $V = Y$.
- إجمالي المخرجات يساوي إلى إجمالي المدخلات ، حيث نلاحظ أن المخرجات الإجمالية X_i لكل قطاع يساوي إلى مدخلاته X_j الإجمالية.
- الإنتاج الإجمالي في الاقتصاد هو: $X = X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n$

§-3 – الصيغة الرياضية للنموذج:

بناءً على ما تقدم، يتمتع نموذج المدخلات والمخرجات بالصيغة الرياضية التالية من المعادلات الخطية كما يلي:

$$
\begin{aligned}
&x_{11}+x_{12}+x_{13}+\ldots+x_{1j}+\ldots+x_{1n}+Y_1=X_1\\
&x_{21}+x_{22}+x_{23}+\ldots+x_{2j}+\ldots+x_{2n}+Y_2=X_2\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&x_{i1}+x_{i2}+x_{i3}+\ldots+x_{ij}+\ldots+x_{in}+Y_i=X_i \qquad (1)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&x_{n1}+x_{n2}+x_{n3}+\ldots+x_{nj}+\ldots+x_{nn}+Y_n=X_n
\end{aligned}
$$

يمكن كتابة جملة المعادلات الخطية (1)بشكل مختصر على الشكل التالي:

$$(x_{i1}+x_{i2}+\ldots+x_{in})+Y_i=X_i \qquad ;i=1,2,\ldots,n$$

نسمي هذه العلاقة بميزان الإنتاج في القطاع i، حيث مجموع ما يذهب من المنتج إلى الاستخدام الوسيط $(x_{i1}+x_{i2}+\ldots+x_{in})$ في كل القطاعات الإنتاجية وما يذهب إلى الاستخدام النهائي Y_i يساوي إلى كمية ما يصنع من المنتج في القطاع i .

باعتبار أن x_{ij} تعبر عن ما يستخدمه القطاع j من سلع وسيطة من منتج القطاع i ويتناسب مع كمية المنتج X_j في القطاع j، نرمز لمعامل التناسب بالرمز a_{ij} حيث:

$$a_{ij}=\frac{x_{ij}}{X_j} \qquad (2)$$

نسمي المعامل a_{ij} المعامل الفني Technical Coefficient حيث يمثل اقتصادياً مقدار ما يستخدم القطاع j من السلع الوسيطة، التي ينتجها القطاع i، كي يصنع القطاع j وحدة واحدة من منتجه.

نلاحظ أن: $0 \le a_{ij} < 1$ ، أي a_{ij} غير سالب، لأن $x_{ij} \ge 0$ غير سالب، و $X_j > 0$ موجباً.

- عندما $a_{ij}=0$ ، هذا يعني أن j لا يحتاج لمستلزمات من القطاع i لإنتاج وحدة من القطاع j، أي لا يوجد تدفق قطاعي من القطاع i إلى القطاع j $(x_{ij}=0)$.
- و $a_{ij} \neq 1$ ، لأنه إذا كان $a_{ij}=1$ ، هذا يعني أن $x_{ij}=X_j$ وهذا غير ممكن، لأن كمية السلع الوسيطة x_{ij}، التي يستخدمها القطاع j في صنع منتجه ، أقل من كمية المنتج X_j.

➢ $a_{ij} < 1$ لأن ثمن منتج القطاع j هو دوماً أكبر من ثمن كل السلع الوسيطة، التي يستخدمها القطاع في الإنتاج.فإذا أريد صنع واحدة من منتج القطاع j فإن أثمان الكميات المستخدمة من السلع الوسيطة ستكون هي عناصر العمود رقم j في المصفوفة A ، لهذا فإن مجموع المعاملات الفنية في كل عمود من أعمدة المصفوفة A سيكون أقل من الواحد.

§-4 – الشكل المصفوفي لنموذج المدخلات والمخرجات:

من العلاقة (2) نستنتج مايلي:

$$x_{ij} = a_{ij} X_j \qquad (3)$$

بتعويض x_{ij} في جملة المعادلات (1) بقيمتها من العلاقة (3) فنحصل على جملة المعادلات الآتية:

$$\begin{aligned}
&a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + a_{13} X_3 + ... + a_{1j} X_j + ... + a_{1n} X_n + Y_1 = X_1 \\
&a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + a_{23} X_3 + ... + a_{2j} X_j + ... + a_{2n} X_n + Y_2 = X_2 \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&a_{i1} X_1 + a_{i2} X_2 + a_{i3} X_3 + ... + a_{ij} X_j + ... + a_{in} X_n + Y_i = X_i \qquad (4) \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&a_{n1} X_1 + a_{n2} X_2 + a_{n3} X_3 + ... + a_{nj} X_j + ... + a_{nn} X_n + Y_n = X_n
\end{aligned}$$

نكتب جملة المعادلات الخطية (4) المتضمنة n معادلة خطية بـ n مجهول بالشكل المصفوفي على اعتبار أن المعاملات الفنية a_{ij} والطلبات النهائية على المنتجات Y_i معلومة ، وكمية المنتجات X_i وهي نفسها المدخلات الكلية مجهولة فنحصل على التالي:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_j \\ \dots \\ X_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_i \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_i \\ \dots \\ X_n \end{bmatrix} \qquad (5)$$

وبالتالي تكتب العلاقة (5) بالشكل المصفوفي التالي:

$$A_{(n,n)} \cdot X_{(n,1)} + Y_{(n,1)} = X_{(n,1)} \qquad (6)$$

حيث: A مصفوفة المعاملات الفنية، Y شعاع الطلبات النهائية من المنتجات، X شعاع المنتجات المطلوب إيجاد قيمها. أي أن:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_i \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ Xi \\ \dots \\ X_n \end{bmatrix}$$

§-5- حل النموذج :

هناك العديد من الطرائق التي يمكن استخدامها لحل نماذج المدخلات والمخرجات، وجميعها لا تختلف من حيث أسلوب الحل، سنتناول الطريقة الأكثر استخداماً وهي طريقة مقلوب مصفوفة المعاملات، (حيث Y, X, A مصفوفات) بالعودة إلى العلاقة (6) نستطيع أن نكتب: $X = A \cdot X + Y$

ننقل الجداء $A.X$ إلى الطرف الأيسر فنجد:

$$X - A.X = Y$$

وبإخراج X في الطرف الأيسر من اليمين عاملاً مشتركاً نجد:

$$[I - A]X = Y \qquad (7)$$

حيث: I هي مصفوفة واحدية من مرتبة مصفوفة المعاملات الفنية A نفسها. $[I - A]$ تسمى بمصفوفة ليونتيف.

إذا كانت المصفوفة $[I - A]$ غير شاذة تكون قابلة للقلب، وبالتالي إذا ضربنا طرفي العلاقة رقم (7) من اليسار بمقلوب مصفوفة ليونتيف $[I - A]^{-1}$ سنجد العلاقة الآتية:

$$[I - A]^{-1}.[I - A]X = [I - A]^{-1}.Y$$

ولما كان الجداء $[I - A]^{-1}.[I - A] = I$ و $IX = X$ فالعلاقة السابقة تكتب كما يلي :

$$X = [I - A]^{-1}.Y \qquad (8)$$

7 – وضح جدول التشابكات القطاعية للعام القادم 2005.

الحـــل:

1- المدخلات الوسيطة للقطاعات: استخدم قطاع الزراعة ما قيمته: 100 مليون وحـــدة نقدية من منتجاته، و ما قيمته 200 مليون وحدة نقدية من القطاع الصناعي، و 150 مليون وحدة نقدية من قطاع الخدمات، وبذلك فقد بلغ مجموع مدخلاتـــه الوســـيطة 450 مليون وحدة نقدية $C_1 = 100 + 200 + 150 = 450$.

بالأسلوب نفسه نلاحظ أن مجموع المدخلات الوسيطة في القطاع الصناعي قـــد بلغ $C_2 = 50 + 300 + 450 = 800$ مليون وحدة نقدية،

وفي قطاع الخدمات قد بلـــغ : $C_3 = 20 + 100 + 200 = 320$ مليـــون وحـــدة نقدية.

أما بالنسبة للمخرجات الوسيطة للقطاعات: نلاحظ أن قطاع الزراعة قد باع ما قيمته 100 مليون وحدة نقدية لنفسه للاستمرار في العملية الإنتاجية، وقد بـــاع للقطـــاع الصناعي ما قيمته 50 مليون وحدة نقدية ولقطاع الخدمات ما قيمته 20 مليـــون وحـــدة نقديـــة ، وبـــذلك تبلـــغ مجمـــوع المخرجـــات الوســـيطة لقطـــاع الزراعـــة $C_1 = 100 + 50 + +20 = 170$ مليون وحدة نقدية.

وبنفس الأســـلوب تبلـــغ مجمـــوع المخرجـــات الوســـيطة لقطـــاع الـــصناعة $C_2 = 200 + 300 + 100 = 600$ مليـــون وحـــدة نقديـــة، ولقطـــاع الخـــدمات $C_3 = 150 + 450 + 200 = 800$ مليون وحدة نقدية.

2- المخرجات الكلية للقطاعات:

نلاحظ أن المخرجات الكلية: لقطاع الزراعة

$$X_1 = C_1 + Y_1 = 170 + 830 = 1000$$

ولقطاع الصناعة $X_2 = C_2 + Y_2 = 600 + 600 = 1200$

ولقطاع الخدمات $X_3 = C_3 + Y_3 = 800 + 350 = 1150$

المدخلات الكلية للقطاعات:

بما أن إجمالي المدخلات للقطاعات =إجمالي المخرجات للقطاعات ، إذن:

المدخلات الكلية: لقطاع الزراعة $X_1 = 1000$

ولقطاع الصناعة $X_2 = 1200$

ولقطاع الخدمات $X_3 = 1150$

3-عناصر القيمة المضافة للقطاعات:

المدخلات الكلية في القطاع الزراعي 1000 مليون وحدة نقدية: منه 450 مليون وحدة نقدية عبارة عن مستلزمات إنتاج (مدخلات وسيطة)، والباقي 550 مليون وحدة نقدية عبارة عن القيمة المضافة في ذلك القطاع:

$V_1 = X_1 - C_1 = 1000 - 450 = 550$ مليون وحدة نقدية

(أجور ورواتب، فائدة على رأس المال، أرباح).

وأن المدخلات الكلية في قطاع الصناعة تبلغ 1200 مليون وحدة نقدية: منها 800 مليون وحدة نقدية عبارة عن مدخلات وسيطة، والباقي يعبر عن القيمة المضافة في ذلك القطاع:

$V_2 = X_2 - C_2 = 1200 - 800 = 400$ **مليون وحدة نقدية**

وأن المدخلات الكلية في قطاع الخدمات تبلغ 1150 مليون وحدة نقدية: منها 320 مليون وحدة نقدية عبارة عن مستلزمات إنتاج (مدخلات وسيطة)، والباقي تعبر عن القيمة المضافة في ذلك القطاع:

$V_3 = X_3 - C_3 = 1150 - 320 = 830$ مليون وحدة نقدية.

4 – الناتج الإجمالي في الاقتصاد :ويساوي إلى مجموع المدخلات أو المخرجات النهائية للقطاعات أي:

$$X = X_1 + X_2 + X_3 = 1000 + 1200 + 1150 = 3350$$

المدخلات ← / ↑ المخرجات	الزراعة	الصناعة	الخدمات	المخرجات الوسيطة L_i	الطلب النهائي Y_i	المخرجات النهائية X_i
الزراعة	100	50	20	170	830	1000
الصناعة	200	300	100	600	600	1200
الخدمات	150	450	200	800	350	1150
المدخلات الوسيطة C_j	450	800	320	1570		
القيمة المضافة V_j	550	400	830		$V = Y$ 1780	
إجمالي المدخلات X_j	1000	1200	1150			$X = 3350$

5 – مصفوفة المعاملات الفنية: ونحصل على عناصر المصفوفة من العلاقة:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$$

$$A = a_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{100}{1000} & \frac{50}{1200} & \frac{20}{1150} \\ \frac{200}{1000} & \frac{300}{1200} & \frac{100}{1150} \\ \frac{150}{1000} & \frac{450}{1200} & \frac{200}{1150} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.04 & 0.02 \\ 0.2 & 0.25 & 0.08 \\ 0.15 & 0.37 & 0.17 \end{bmatrix}$$

نلاحظ من مصفوفة المعاملات الفنية مثلاً $a_{31} = 0.15$ تمثل ما يستخدم القطاع الأول من السلع الوسيطة، التي ينتجها القطاع الثالث، كي يصنع القطاع الأول واحدة من منتجه.

6 – لإيجاد المخرجات الكلية لكل قطاع لسد حاجة الطلب النهائي الجديد: نستخدم العلاقة (8) فنكتب:

$$X' = [I - A]^{-1} . Y'$$

– نوجد $[I - A]^{-1}$ بتطبيق العلاقة:

$$[I-A]^{-1}=\frac{1}{|I-A|}\Gamma(I-A)$$

فنحصل على:

$$[I-A]^{-1}=\begin{bmatrix}1.134 & 0.078 & 0.035\\ 0.341 & 1.423 & 0.145\\ 0.357 & 0.648 & 1.276\end{bmatrix}$$

وبالتالي:

$$X'=\begin{bmatrix}1.134 & 0.078 & 0.035\\ 0.341 & 1.423 & 0.145\\ 0.357 & 0.648 & 1.276\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1038\\ 750\\ 437.5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1251\\ 1484\\ 1415\end{bmatrix}$$

أي من أجل تلبية حاجة الطلب النهائي والمحدد بـــ 1038 على القطـــاع الأول وبـــ 750 على القطاع الثاني وبـــ 437.5 على القطاع الثالث، يتطلب ذلك أن يكـــون إجمالي قيم مخرجات القطاعات الثلاثة على الترتيب:

$$X_3=437.5 \quad , \quad X_2=1484 \quad , \quad X_1=1251$$

7 – جدول التشابكات القطاعية لعام 2005 :

نوضح التشابكات القطاعية من العلاقة:

$$x_{ij}=a_{ij}.X_j$$

حيث:

$$x_{11}=a_{11}X_1=(0.1)(1095)=109.5$$
$$x_{12}=a_{12}X_2=(0.04)(1375)=55$$
$$x_{13}=a_{13}X_3=(0.02)(1413)=28.26$$

... وهكذا

المدخلات ↑ / → المخرجات	الزراعة	الصناعة	الخدمات	المخرجات الوسيطة L_i	الطلب النهائي Y_i	المخرجات النهائية X_i
الزراعة	125.1	59.36	28.3	212.76	1038	1251
الصناعة	250.2	371	113.2	734.4	750	1484
الخدمات	187.65	549.08	240.55	977.28	437.5	1415
المدخلات الوسيطة C_j	562.95	979.44	382.05	1924.44		
القيمة المضافة V_j	688.05	504.56	1032.95		$V = Y$ 2225.56	
إجمالي المدخلات X_j	1251	1484	1415			$X = 4150$

§6 - واقعية الخطط المقترحة:

في كثير من الأحيان تكون الخطة المقترحة من قبل واضعي الخطط الاقتصادية غير واقعية وتحتاج إلى تعديل، لإجراء ذلك نأخذ التغيرات لإحدى العلاقتين (7) أو (8) السابقتين:

$$(I - A)X = Y$$

$$X = [I - A]^{-1}.Y$$

لتصبح الخطة واقعية فنحصل على العلاقتين التاليتين:

$$(I - A)\Delta X = \Delta Y \qquad (9)$$

$$\Delta X = [I - A]^{-1}\Delta Y \qquad (10)$$

وبالتالي شعاع الطلب النهائي الجديد ، وشعاع المخرجات الجديد يصبحان على التوالي:

$$Y' = Y + \Delta Y$$
$$X' = X + \Delta X$$

مثـــال:

افترض أن اقتصاد ما مكون من ثلاث قطاعات هـــي: الـــصناعة ، الزراعـــة، الخدمات. وافترض أن مصفوفة المعاملات الفنية معطاة كالتالي:

$$A = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.1 \\ 0.4 & 0.1 & 0.3 \\ 0.2 & 0.5 & 0.1 \end{bmatrix}$$

إذا كانت الخطة الاقتصادية المقترحة تستهدف تحقيق قائمـــة الطلـــب النهـــائي التالية:

100 مليون وحدة نقدية قيمة منتجات صناعية.

20 مليون وحدة نقدية قيمة منتجات زراعية.

40 مليون وحدة نقدية قيمة خدمات.

المطلوب:

1- إيجاد شعاع الناتج الكلي لتحقيق قائمة الطلب النهائي.

2 - شكل جدول المدخلات والمخرجات لهذا الاقتصاد البسيط.

3- إذا افترضنا أن الطاقة الإنتاجية القصوى هي :

180 مليون وحدة نقدية لقطاع الصناعة.

170 مليون وحدة نقدية لقطاع الزراعة.

185 مليون وحدة نقدية لقطاع الخدمات.

في ضوء هذه المعلومات هل نستطيع القول أن الخطة المقترحة هي خطة واقعية أم لا ؟ ماذا تقترح ؟

الحـــل:

1- لإيجاد شعاع الناتج الكلي :نستخدم العلاقة $X = [I - A]^{-1}.Y$

- نوجد مصفوفة ليونتيف : $[I - A]$

$$[I-A]=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0.2&0.2&0.1\\0.4&0.1&0.3\\0.2&0.5&0.1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.8&-0.2&-0.1\\-0.4&0.9&-0.3\\-0.2&-0.5&0.9\end{bmatrix}$$

ومن ثم معكوس مصفوفة ليونتيف من العلاقة:

$$[I-A]^{-1}=\frac{1}{|I-A|}\Gamma(I-A)$$ فنجد:

$$[I-A]^{-1}=\begin{bmatrix}1.626&0.567&0.369\\1.034&1.724&0.69\\0.936&1.084&1.576\end{bmatrix}$$

$$X=[I-A]^{-1}.Y=\begin{bmatrix}1.626&0.567&0.369\\1.034&1.724&0.690\\0.936&1.084&1.576\end{bmatrix}\begin{bmatrix}100\\20\\40\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}188.67\\165.517\\178.38\end{bmatrix}$$

أي لتحقيق قائمة الطلب النهائي المذكورة ينبغي أن يكون الإنتاج الكلي :

للصناعة $X_1=188.67$ مليون وحدة نقدية ، وللزراعة $X_2=165.517$ مليون وحدة نقدية ، وللخدمات $X_3=178.38$ مليون وحدة نقدية .

2- لتشكيل جدول المدخلات والمخرجات لهذا الاقتصاد البسيط : نطبق العلاقة

$$x_{ij}=a_{ij}.X_j$$

فنحصل على التشابكات القطاعية:

$$x_{ij}=\begin{bmatrix}0.2&0.2&0.1\\0.4&0.1&0.3\\0.2&0.5&0.1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}188.67\\165.517\\178.38\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}37.734+33.1034+17.838\\75.468+16.5517+53.514\\37.734+82.7585+17.838\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}88.6754\\145.5337\\138.3305\end{bmatrix}$$

↑ / →	الصناعة	الزراعة	الخدمات	L_i	Y_i	X_i
الصناعة	37.734	33.1034	17.838	88.6754	100	188.67
الزراعة	75.468	16.5517	53.514	145.5337	20	165.53
الخدمات	37.734	82.7585	17.838	138.3305	40	178.33
C_j	150.936	132.4136	89.19	372.5396		
V_j	37.734	33.1164	89.14		160	
X_j	188.67	165.53	178.33			532.53

نتيجة المقارنة بين الطاقات الإنتاجية القصوى للقطاعات الثلاث والإنتاج الكلي الواجب إنتاجه ($X_1 = 188.67$ ، $X_2 = 165.53$ ، $X_3 = 178.33$) لتأمين قائمة الطلب النهائي Y ، نلاحظ أن الخطة المقترحة غير واقعية لأنها تتوقع من قطاع الصناعة إنتاجاً كلياً أكثر مما يستطيع تحقيقه لو عمل بأقصى طاقته. إذن يجب تعديل الخطة بإحدى الطريقتين التاليتين:

الطريقة الأولى:

إذا افترضنا أننا سنخفض الإنتاج الكلي لقطاع الصناعة فقط بمقدار 8.67 مليون وحدة نقدية، أي:

$$\Delta X = \begin{bmatrix} -8.67 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

فما التغير في شعاع الطلب النهائي المترتب على تخفيض الإنتاج الكلي لقطاع الصناعة ؟.

بتطبيق العلاقة : $\Delta Y = [I - A]\Delta X$ نحصل على التغير في شعاع الطلب النهائي المترتب على هذا التخفيض في الإنتاج الكلي لقطاع الصناعة.

$$\Delta Y = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.2 & -0.1 \\ -0.4 & 0.9 & -0.3 \\ -0.2 & -0.5 & 0.9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -8.67 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.936 \\ 3.468 \\ 1.734 \end{bmatrix}$$

أي أنه نتيجة تخفيض الإنتاج الكلي لقطاع الصناعة بمقدار 8.67 مليون وحدة نقدية، سينخفض الطلب النهائي على منتجات القطاع الصناعي بمقدار 6.936 مليون وحدة نقدية، وسيزداد بمقدار 3.468 مليون وحدة نقدية على منتجات قطاع الزراعة، وأيضاً سيزداد بمقدار 1.734 مليون وحدة نقدية لقطاع الخدمات، وبالتالي شعاع الطلب النهائي الجديد الذي نقترحه والذي تستطيع القطاعات الثلاث تحقيقه في ضوء طاقاتها القصوى هو:

$$Y' = Y + \Delta Y = \begin{bmatrix} 100 \\ 20 \\ 40 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6.936 \\ 3.468 \\ 1.734 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 93.064 \\ 23.468 \\ 41.734 \end{bmatrix}$$

للتحقق من مدى واقعية الخطة بعد التعديل نستخدم العلاقة :

$$X' = [I - A]^{-1} . Y'$$

$$X' = [I - A]^{-1} . Y' = \begin{bmatrix} 1.626 & 0.567 & 0.369 \\ 1.034 & 1.724 & 0.69 \\ 0.936 & 1.084 & 1.576 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 93.064 \\ 23.468 \\ 41.734 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 180 \\ 165.517 \\ 178.325 \end{bmatrix}$$

نلاحظ بعد التعديل أن الإنتاج الكلي الواجب إنتاجه لتأمين قائمة الطلب النهائي ضمن الطاقات القصوى للقطاعات الثلاث .

الطريقة الثانية:

هي تخفيض الطلب النهائي على منتجات القطاع الصناعي بمقدار 8.67 مليون وحدة نقدية، مع ثبات الطلب النهائي للقطاعين الآخرين ومعرفة ما التغير في الإنتاج الكلي المترتب على تخفيض الطلب النهائي لقطاع الصناعة.

$$\Delta Y = \begin{bmatrix} -8.67 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

وبالتالي بتطبيق العلاقة: $\Delta X = [I - A]^{-1} \Delta Y$ نحصل على التغير في شعاع الناتج الكلي المترتب على هذا التخفيض في الطلب النهائي لقطاع الصناعة.

$$\Delta X = [I - A]^{-1} \Delta Y = \begin{bmatrix} 1.626 & 0.567 & 0.369 \\ 1.034 & 1.724 & 0.69 \\ 0.936 & 1.084 & 1.576 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -8.67 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14.09742 \\ -8.96478 \\ -8.11512 \end{bmatrix}$$

أي أن تخفيض الطلب النهائي لقطاع الصناعة بما قيمته 8.67 مليون وحدة نقدية يترتب عليه تخفيض الإنتاج الكلي بما قيمته : 14.09742 م.و.ن لقطاع الصناعة ، و 8.96478 م.و.ن لقطاع الزراعة ، و8.11512 م.و.ن لقطاع الخدمات.

وبالتالي يصبح الإنتاج الكلي الواجب إنتاجه هو :

$$X' = X + \Delta X = \begin{bmatrix} 188.67 \\ 165.53 \\ 178.33 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -14.09742 \\ -8.96478 \\ -8.11512 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 174.57258 \\ 156.56522 \\ 170.21488 \end{bmatrix}$$

نلاحظ أن الإنتاج الكلي للقطاعات الثلاثة ضمن طاقاته القصوى.