تمرين ١:

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-8\sqrt{3}z+64=0$

2- نعتبر النقطتين A و B لاحقتاهما على الترتيب: $a=4\sqrt{3}-4i$ و $b=4\sqrt{3}+4i$

ـ أكتب العددين a و b على الشكل الأسّي.

3- احسب المسافات OA ، OB و AB ، ثمّ استنتج طبيعة المثلث OAB.

4- نرمز بـ C إلى النقطة التي لاحقتها $c=-\sqrt{3}+i$ ولتكن النقطة D صورة النقطة C بواسطة الدوران الذي مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{3}$.

ـ عيّن لاحقة النقطة D.

5- نسمي G مركز المسافات المتناسبة للنقط B ، D ، O المرفقة بالمعاملات 1، 1، 1– على الترتيب

أ- برّر وجود G ثم بيّن أنّ هذه النقطة لاحقتها $g=4\sqrt{3}+6i$.

ب ـ أنشئ النقط A ، B ، C ، D و G في المعلم.

ج ـ برهن أنّ النقط C ، D و G على استقامة واحدة.

د ـ برهن أنّ الرباعي $OBGD$ متوازي أضلاع.

6- أ ـ بيّن أنّ: $\frac{z_C-z_G}{z_A-z_G}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

ب ـ ماهي طبيعة المثلث AGC.

Original.tn

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-8\sqrt{3}z+64=0$

$\Delta'=48-64=-16=(4i)^2$ للمعادلة حلان هما $z_1=4\sqrt{3}+4i$ ، $z_2=4\sqrt{3}-4i$.

2- نعتبر النقطتين A و B لاحقتاهما على الترتيب: $z_A=4\sqrt{3}-4i$ و $z_B=4\sqrt{3}+4i$

كتابة العددين z_A و z_B على الشكل الأسّي.

$|z_A|=8$ و $\arg(z_A)=\theta$ حيث $\begin{cases}\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ \sin\theta=\dfrac{-1}{2}\end{cases}$ أي $\arg(z_A)=-\dfrac{\pi}{6}+2k\pi$

ومنه $z_A=8e^{i\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$ ، $z_B=\overline{z_A}=8e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)}$.

3- حساب المسافات OA ، OB و AB ، و استنتاج طبيعة المثلث OAB.

$OA=|z_A|=8$ ، $OB=|z_B|=8$ ، $AB=|z_B-z_A|=|8i|=8$

ومنه $OA=OB=AB$ بالتالي المثلث OAB متقايس الأضلاع.

4- نرمز بـ C إلى النقطة التي لاحقتها $z_C=-\sqrt{3}+i$ ولتكن النقطة D صورة النقطة C بواسطة الدوران الذي مركزه O و زاويته $-\dfrac{\pi}{3}$.

- تعيين لاحقة النقطة D.

$z_D=e^{-i\frac{\pi}{3}}z_C$ ومنه $z_D=\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(-\sqrt{3}+i\right)$ وعليه $z_D=2i$

5- نسمي G مركز المسافات المتناسبة للنقط B ، D ، O المرفقة بالمعاملات 1، 1، 1– على الترتيب

أ- تبرير وجود G و تبيين أنّ هذه النقطة لاحقتها $z_G=4\sqrt{3}+6i$.

بما أنّ $1-1+1\neq 0$ فإن G موجودة

$$z_G=\frac{z_B+z_D-z_O}{1+1-1}=\frac{4\sqrt{3}+4i+2i}{1}=4\sqrt{3}+6i$$

ج - اثبات أنّ النقط C ، D و G على استقامة واحدة.

$\dfrac{z_G-z_D}{z_C-z_D}=\dfrac{4\sqrt{3}+6i-2i}{-\sqrt{3}+i-2i}=\dfrac{4\sqrt{3}+4i}{-\sqrt{3}-i}=-4$ ومنه $\dfrac{z_G-z_D}{z_C-z_D}=-4$ أي $z_G-z_D=-4(z_C-z_D)$

وهذا يعني أنّ $\overrightarrow{DG}=-4\overrightarrow{DC}$ بالتالي النقط C ، D و G على استقامة واحدة.

ملاحظة: لإثبات أنّ النقط C ، D و G على استقامة واحدة يكفي إثبات أنّ $\dfrac{z_G-z_D}{z_C-z_D}$ هو عدد حقيقي.

د ـ إثبات أنّ الرباعي $OBGD$ متوازي أضلاع

لدينا $z_G - z_D = 4\sqrt{3}+6i-2i = 4\sqrt{3}+4i$ و منه $z_G - z_D = z_B$ وهذا يعني أنّ $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{OB}$

بالتالي الرباعي $OBGD$ متوازي أضلاع.

تبيين أنّ: $\frac{z_C - z_G}{z_A - z_G} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

$$\frac{z_C - z_G}{z_A - z_G} = \frac{-\sqrt{3}+i-4\sqrt{3}-6i}{4\sqrt{3}-4i-4\sqrt{3}-6i} = \frac{-5\sqrt{3}-5i}{-10i} = \frac{\sqrt{3}+i}{2i}$$

$$= \frac{1-i\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = e^{-i\frac{\pi}{3}}$$

ب ـ طبيعة المثلث AGC.

لدينا $\frac{z_C - z_G}{z_A - z_G} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ومنه $GC = GA$ و $\left(\overrightarrow{GA};\overrightarrow{GC}\right) = -\frac{\pi}{3}$ إذن المثلث AGC متقايس الأضلاع.

تمرين ٢:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. نعتبر النقط A ، B ، C ذات اللواحق على الترتيب $z_A = 1+i$ ، $z_B = 2-i$ و $z_C = 3+2i$.

1) احسب لاحقتي الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

2) فسّر هندسيا الطويلة والعمدة للعدد المركب: $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$.

3) بيّن أنّ $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$، ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABC.

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A ، B ، C ذات اللواحق على الترتيب $z_A = 1+i$ ، $z_B = 2-i$ و $z_C = 3+2i$.

1) حساب لاحقتي الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ **و** $\overrightarrow{AC}$.

$z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A = 2-i-1-i = 1-2i$ ، $z_{\overrightarrow{AC}} = z_C - z_A = 3+2i-1-i = 2+i$

2) تفسير هندسيا الطويلة والعمدة للعدد المركب: $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$.

$\left|\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right| = \frac{AC}{AB}$ و $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$.

3) تبيين أنّ $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$**، واستنتاج طبيعة المثلث** ABC.

$$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{3+2i-1-i}{2-i-1-i} = \frac{2+i}{1-2i} = \frac{(2+i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}$$

$$= \frac{5i}{5} = i = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

aziz_nuss1@hotmail

لدينا $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ إذن $\left|\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right| = 1$ و $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{2}$

وهذا يعني أنّ $AC = AB$ و $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{2}$ إذن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم في A.

تمرين ٣ :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1) A ، B نقطتين من المستوي لاحقتيهما على الترتيب: $z_A = -\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$ و $z_B = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$.

أ) عيّن اللاحقة z_C للنقطة C نظيرة B بالنسبة للمبدأ O.

ب) عيّن اللاحقة z_I للنقطة I منتصف القطعة $[AC]$.

ج) عيّن اللاحقة z_D للنقطة D نظيرة B بالنسبة للنقطة I.

د) أنشئ النقاط A ، B ، C ، D و I.

1) أ) فسّر هندسيا الطويلة والعمدة للعدد المركب: $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B}$.

ب) تحقق أنّ: $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B} = e^{i\frac{\pi}{2}}$.

ج) ماذا يمكن القول عن القطعتين $[AC]$ و $[BD]$؟

3) ماهي طبيعة الرباعي $ABCD$؟

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1) A ، B نقطتين من المستوي لاحقتيهما على الترتيب: $z_A = -\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$ و $z_B = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$.

أ) تعيين اللاحقة z_C للنقطة C نظيرة B بالنسبة للمبدأ O.

$$z_C = -z_B = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$$

ب) تعيين اللاحقة z_I للنقطة I منتصف القطعة $[AC]$.

$$z_I = \frac{z_A + z_C}{2} = \frac{-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i}{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$$

ج) تعيين اللاحقة z_D للنقطة D نظيرة B بالنسبة للنقطة I.

لدينا $\overrightarrow{ID} = -\overrightarrow{IB}$ معناه $z_D - z_I = -(z_B - z_I)$ ومنه $z_D = -(z_B - z_I) + z_I$ أي

$z_D = -\left(\sqrt{2} + \sqrt{2}i + \sqrt{2} - \sqrt{2}i\right) - \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ بالتالي $z_D = -3\sqrt{2} + \sqrt{2}i$.

1) أ) تفسير هندسيا الطويلة والعمدة للعدد المركب: $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B}$.

$$\left|\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B}\right| = \frac{|z_C - z_A|}{|z_D - z_B|} = \frac{AC}{BD} \quad \text{و} \quad \arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B}\right) = \left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{AC}\right) + 2k\pi$$

ب) تحقق أنّ: $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B} = e^{i\frac{\pi}{2}}$.

$z_C - z_A = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i + \sqrt{2} - 3\sqrt{2}i$ بالتالي $z_C - z_A = -4\sqrt{2}i$

$z_D - z_B = -3\sqrt{2} + \sqrt{2}i - \sqrt{2} - \sqrt{2}i$ بالتالي $z_D - z_B = -4\sqrt{2}$

$$\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B} = \frac{-4\sqrt{2}i}{-4\sqrt{2}} = i = e^{i\frac{\pi}{2}}.$$

ج) ماذا يمكن القول عن القطعتين $[AC]$ **و** $[BD]$**؟**

D نظيرة B بالنسبة إلى I معناه I منتصف $[BD]$ وبما أن I منتصف $[AC]$

فإن القطعتان $[AC]$ و $[BD]$ متناصفتان.

3) تعيين طبيعة الرباعي $ABCD$.

لدينا $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ إذن $\left|\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B}\right| = 1$ ومنه $AC = BD$ و $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B}\right) = \frac{\pi}{2}$

ومنه $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{2}$ وعليه $(AC) \perp (BD)$.

الرباعي $ABCD$ قطراه $[AC]$ و $[BD]$ متناصفان ومتقايسان ومتعامدان إذن $ABCD$ مربع.

مثال 4: لتكن لدينا المصفوفات التالية:

$$A=\begin{bmatrix}2 & -1 & 3\\ 1 & 0 & 4\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 3\\ -1 & 2\end{bmatrix},\quad C=\begin{bmatrix}0 & 2\\ -3 & 4\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

a) أوجد: $B+C$, $2B-3C$

b) أوجد: $A.B$, $A.C$, $B.A$, CA

c) تأكد أن $A(B+C)=AB+AC$

الحل:

$$B+C=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 3\\ -1 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 2\\ -3 & 4\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$B+C=\begin{bmatrix}1 & 1\\ -1 & 7\\ 0 & 3\end{bmatrix}$$

$$2B-3C=2\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 3\\ -1 & 2\end{bmatrix}-3\begin{bmatrix}0 & 2\\ -3 & 4\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 4 & 6\\ -2 & 4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0 & 6\\ -9 & 12\\ 3 & 3\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}2 & -8\\ 13 & -6\\ -5 & 1\end{bmatrix}$$

* يمكن ضرب المصفوفة (C) بـ (-3) ومن ثم جمع المصفوفتين معًا

شرح مبسط لعملية الضرب في المصفوفات:

$$A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\end{bmatrix}_{(2,3)},\quad B=\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12}\\ b_{21} & b_{22}\\ b_{31} & b_{32}\end{bmatrix}_{(3,2)}$$

$$C=A.B=\begin{bmatrix}c_{11} & c_{12}\\ c_{21} & c_{22}\end{bmatrix}$$

لإيجاد أي عنصر في ناتج ضرب المصفوفات نأخذ عدد العناصر في سطر المصفوفة الأولى يساوي عدد العناصر في عمود المصفوفة الثانية، أي لا يمكن ضرب أي مصفوفتين إلا إذا كان عدد أعمدة المصفوفة الأولى يساوي عدد أسطر المصفوفة الثانية.

فالعنصر الذي يقع في السطر الأول والعمود الأول من المصفوفة الناتجة (C) نحصل عليه من ضرب عناصر السطر الأول من المصفوفة الأولى (A) بعناصر العمود الأول من المصفوفة الثانية (B) وهكذا:

$$c_{11}=(a_{11}\cdot b_{11})+(a_{12}\cdot b_{21})+(a_{13}\cdot b_{31})$$

$$c_{12}=(a_{11}\cdot b_{12})+(a_{12}\cdot b_{22})+(a_{13}\cdot b_{32})$$

$$c_{21}=(a_{21}\cdot b_{11})+(a_{22}\cdot b_{21})+(a_{23}\cdot b_{31})$$

$$c_{22}=(a_{21}\cdot b_{12})+(a_{22}\cdot b_{22})+(a_{23}\cdot b_{32})$$

بالعودة لإيجاد (A.B) لحساب (4):

$$A.B=\begin{bmatrix}2&-1&3\\1&0&4\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1&-1\\2&3\\-1&2\end{bmatrix}$$

$$A.B=\begin{bmatrix}(2)+(-2)+(-3) & (-2)+(-3)+(6)\\(1)+(0)+(-4) & (-1)+(0)+(8)\end{bmatrix}$$

$$A.B=\begin{bmatrix}-3&1\\-3&7\end{bmatrix}$$

$$A.C=\begin{bmatrix}2&-1&3\\1&0&4\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}0&2\\-3&4\\1&1\end{bmatrix}$$

$$A.C=\begin{bmatrix}(0)+(3)+(3) & (4)+(-4)+(3)\\(0)+(0)+(4) & (2)+(0)+(4)\end{bmatrix}$$

$$A.C=\begin{bmatrix}6&3\\4&6\end{bmatrix}$$

$$B.A=\begin{bmatrix}1&-1\\2&3\\-1&2\end{bmatrix}_{(3\cdot2)}.\begin{bmatrix}2&-1&3\\1&0&4\end{bmatrix}_{(2\cdot3)}$$

لاحظ أن عدد أعمدة المصفوفة الأولى (B.) يساوي (2) وهو نفس عدد أسطر المصفوفة الثانية (A.) وبالتالي المصفوفة (3x3)

$$B.A=\begin{bmatrix}1&-1\\2&3\\-1&2\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}2&-1&3\\1&0&4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(2)+(-1) & (-1)+(0) & (3)+(-4)\\(4)+(3) & (-2)+(0) & (6)+(12)\\(-2)+(2) & (1)+(0) & (-3)+(8)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1&-1&-1\\7&-2&18\\0&1&5\end{bmatrix}$$

$$C.A=\begin{bmatrix}0&2\\-3&4\\1&1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}2&-1&3\\1&0&4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}2&0&8\\-2&3&7\\3&-1&7\end{bmatrix}$$

لحساب (C.) :

$$A.(B+C)=\begin{bmatrix}2&-1&3\\1&0&4\end{bmatrix}_{(2\cdot3)}\begin{bmatrix}1&1\\-1&7\\0&3\end{bmatrix}_{(3\cdot2)}$$

شرط الضرب محقق

$$=\begin{bmatrix}3&4\\1&13\end{bmatrix}$$

$$A.B+A.C=\begin{bmatrix}-3&1\\-3&7\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}6&3\\4&6\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}3&4\\1&13\end{bmatrix}$$

نستنتج: عكس توزيع الضرب على الجمع مع تحافظة على الترتيب.

1. المصفوفة المرافقة:

تكون المصفوفة المرافقة لمصفوفة A مربعة إذا كان:

$A = A^* = (\overline{A^T})$

حيث (A^*) هي مرافق منقول المصفوفة A

أي تكون المصفوفة المصفوفة المرافقة لمصفوفة مربعة

يجب أن تتحقق الشروط التالية:

1. $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ $\quad i, j = 1, 2, \ldots, n$
2. عناصر القطر الرئيسي أعداد حقيقية

2. المصفوفة المرافقة المخالفة:

تكون المصفوفة المصفوفة مربعة مخالفة:

$A = -A^* = -(\overline{A^T})$

أي تكون المصفوفة المصفوفة مربعة (مربعية مخالفة)

يجب أن تتحقق الشروط التالية:

1. $a_{ij} = -\overline{a_{ji}}$ $\quad i, j = 1, 2, \ldots, n$
2. عناصر القطر الرئيسي أعداد تخيلية بحتة

أو أعداد صفر

تمرين 5:

بين أي المصفوفة التالية (مربعية)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2-3i & 3+4i \\ 2+3i & 0 & 4-5i \\ 3-4i & 4+5i & -3 \end{bmatrix}$$

المصفوفة المرافقة لمصفوفة مربعية يجب أن تحقق الشرط:

$a_{ij} = \overline{a_{ji}}$

أي أن:

$a_{12} \stackrel{?}{=} \overline{a_{21}}$ $\quad 2-3i \stackrel{?}{=} \overline{2+3i}$

مرافق مرافق $2+3i$ هو $2-3i$ (محقق)

$a_{13} \stackrel{?}{=} \overline{a_{31}}$ $\quad 3+4i \stackrel{?}{=} \overline{3-4i}$

مرافق مرافق $3-4i$ هو $3+4i$ (محقق)

$a_{23} \stackrel{?}{=} \overline{a_{32}}$ $\quad 4-5i \stackrel{?}{=} \overline{4+5i}$

مرافق مرافق $4+5i$ هو $4-5i$ (محقق)

إذاً عناصر القطر الرئيسي أعداد حقيقية

فإن المصفوفة المعطاة مصفوفة مربعية (A).

تمرين 6:

بين أن المصفوفة التالية (مربعية مخالفة)

$$B = \begin{bmatrix} 3i & 3-4i & 4-5i \\ -3-4i & -4i & 5+6i \\ -4-5i & -5+6i & 0 \end{bmatrix}$$

لإثبات أن $a_{ij} = -\overline{a_{ji}}$

$a_{12} \stackrel{?}{=} -\overline{a_{21}}$ $\quad 3+4i \stackrel{?}{=} -(\overline{-3-4i})$

$\overline{-3-4i} = -3+4i \Rightarrow$ مرافق مرافق $-3-4i$ هو $-3+4i$

$-(-3+4i) = 3-4i$

$a_{13} \stackrel{?}{=} -\overline{a_{31}}$ $\quad 4-5i \stackrel{?}{=} -(\overline{-4-6i})$

$\overline{-4-5i} = -4+5i \Rightarrow$ مرافق مرافق $-4-5i$ هو $-4+5i$

$-(-4+5i) = 4-5i$ محقق

a_{23} ? $= -a_{32}$? $\quad 5+6i$? $= -(\overline{-5+6i})$

نبرهن أن: $\overline{-5+6i} = -5+6i$

$-(-5+6i) = 5+6i$ حيث

نبرهن أن: محدد المصفوفة المرافقة لمصفوفة ما يساوي محدد المصفوفة الأصلية

خطوات الحل:

نستنتج أن المصفوفة (B) المرافقة لـ (A) هي:

حساب قيمة المحدد ونعيد نشره حسب سطر أو عمود واحد منه.

تمرين 7:

1. احسب قيمة محدد المصفوفة (A):

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

سنقوم بنشر المحدد ونعتمد سطره الأول.

نتبع الإجراء التالي:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = (-1)^{1+1}\cdot 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}\cdot 2 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{3+1}\cdot 3 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

كما يلي:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \boxed{1} & -2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

المضروب المرتبط بـ (1+1)

نقوم بحذف سطره وعموده

يتبقى المحدد الصغير $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$

حساب المحدد من المرتبة الثانية كما يلي:

(جداء عناصر القطر الرئيسي) – (جداء عناصر القطر الثانوي)

وتطبيق هذا الإجراء على كامل عناصر السطر الأول

$$\Delta = 1\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = 1[(2\times 2) - (1\times 1)] - 2[(-1\times 2) - (1\times 3)] + 3[(-1\times 1) - (2\times 3)]$$

$$\Delta = (4-1) - 2(-2-3) + 3(-1-6)$$

$$\Delta = 3 + 10 - 21 = -8$$

تمرين 8:

احسب قيمة محدد المصفوفة (A)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = (-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}\cdot 2\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+3}\cdot 3\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = [(4-0)] - 2[(2+6)] + 3[(0+4)]$$

$$\Delta = 4 - 16 + 12 = 0$$

نبرهن: المحدد الناتج عن سطر الأول بضرب (2) بالمحدد الناتج عن سطر الثاني يساوي (0).