1-2الوسيط Median :

يعّرف الوسيط على أنه القيمة التي تقع في منتصف القيم المرتبة أو المبوبة ، أي أن الوسيط مُعّرف على المعلومات المرتبة أو المبوبة حصراً ويرمز له ب Me .

وبتعبير آخر ، إن الوسيط هو القيمة التي تقسم السلسلة المرتبة أو المبوبة إلى قسمين متساويين ، بحيث يكون عدد القيم التي أصغر منها يساوي عدد القيم التي أكبر منها .

1-2-1 الوسيط لمعلومات مرتبة : تفترض أن المعلومات المرتبة ذات تكرارات أحادية (تساوي الواحد) ونرمز لها بالرموز :

رقم الترتيب i	1	2	3	.....	$\frac{n}{2}$	$\frac{n}{2}+1$	.....	n
قيمة المتحول x_i	x_1	x_2	x_3	.....	$x_{\frac{n}{2}}$	$x_{\frac{n}{2}+1}$	.....	x_n

وعندها نجد أن الوسيط يرتبط بعددها n .

فإذا كان n عددا فردياً فإن قيمة الوسيط والتي نرمز لها Me تساوي قيمة x_i التي تقع في الوسط ويكون ترتيبها $\frac{n+1}{2}$ وتحسب من العلاقة التالية :

$$Me = x_{\frac{n+1}{2}} \qquad (18-6)$$

أما إذا كانت n عددا زوجياً فإن قيمة الوسيط والتي نرمز لها Me تساوي متوسط القيمتين اللتين تقعان في الوسط ويكون ترتيبهما $\frac{n+1}{2}$ و $\frac{n}{2}$ وتساوي :

$$Me = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} \qquad (19-6)$$

مثال (6-19): ليكن لدينا السلسلة التالية :

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x_i	3	5	6	7	9	10	15	16	18	20	22	24	26

والمطلوب : إيجاد الوسيط

الحل :

بملاحظة أن $n=13$ فردياً فإننا نجد أن الوسيط يساوي القيمة التي ترتيبها $\frac{n+1}{2}=\frac{14}{2}=7$ ، أي أن :

$$Me=\frac{n+1}{2}=x_7=15$$

مثال (6-13): لنفترض أنه لدينا البيانات التالية :

i	1	2	3	4	5	6
x_i	14	18	20	40	60	70

والمطلوب : إيجاد الوسيط

الحل :

بملاحظة أن $n=6$ زوجياً فإننا نجد أن الوسيط يساوي متوسط القيمتين اللتين ترتيبهما 3 و 4 ، أي أن :

$$Me=\frac{x_3+x_4}{2}=\frac{20+40}{2}=30$$

أما إذا كانت البيانات مرتبة وذات تكرارات غير أحادية ، فإن عملية إيجاد الوسيط تختلف .

تفترض أن المعلومات المرتبة ذات تكرارات غير أحادية ونرمز لها بالرموز :

رقم الترتيب i	1	2	3	.....	i	.....	m
قيمة المتحول x_i	x_1	x_2	x_3	.....	x_i	.....	x_m

التكرارات المطلقة n_i	n_1	n_2	n_3	.....	n_i	.....	n_m
التكرار التجميعي الصاعد $k \uparrow$	k_1	k_2	k_3	.....	k_i	.....	k_m

قيمة الوسيط تعطى بالعلاقة التالية :

$$Me = x_i : \frac{n}{2} \le k_i < \frac{n}{2} + n_i \qquad (20-6)$$

حيث أن : k_i التكرار التجميعي .

وتقرأ العلاقة السابقة كما يلي :

قيمة الوسيط هي القيمة x_i التي يكون عندها التكرار التجميعي k_i لا يقل عن $\frac{n}{2}$ ولا يتجاوز المقدار $\left(\frac{n}{2} + n_i\right)$.

مثال (6-14): لنفترض أنه لدينا البيانات المرتبة التالية :

رقم الترتيب i	1	2	3	4	5	6	8	9	
قيمة المتحول x_i	14	17	18	19	25	30	35	40	$\sum$
التكرارات المطلقة n_i	3	4	3	4	5	3	2	1	25
التكرار	3	7	10	14	19	22	24	25	

التجميعي الصاعد $k_i \uparrow$									

والمطلوب : إيجاد الوسيط

الحل :

بملاحظة أن $n = \sum n_i = 25$ ، نجد التكرار التجميعي الصاعد ونضعه في الجدول السابق في السطر الأخير.

وبملاحظة أن $\frac{n}{2} = 12.5$ ، فإن قيمة الوسيط تساوي :

$Me = x_4 = 19$ ، بحيث يحقق الشرط $12.5 < 14 < 16.5$.

2-2-1 الوسيط لمعلومات مبوبة : لنفترض أنه لدينا المعلومات المبوبة التالية والتي سنرمز لها بالرموز :

رقم المجال i	1	2	3	.....	m	
المجالات	$[x_1, x_2]$	$[x_2, x_3]$	$[x_3, x_4]$	.....	$[x_m, x_{m+1}]$	$\sum$
التكرارات	n_1	n_2	n_3	.....	n_m	n
التكرارات التجميعية	k_1	k_2	k_3	.....	k_m	

فإن قيمة الوسيط تحسب من العلاقة التالية :

$$Me = X_M + d_M \frac{\frac{n}{2} - k_{M-1}}{n_M} \qquad (21-6)$$

حيث أن :

X_M الحد الأدنى لفئة الوسيط .

d_M طول فئة الوسيط .

$\frac{n}{2}$ ترتيب الوسيط .

k_{M-1} التكرار التجميعي الصاعد السابق لفئة الوسيط .

n_M التكرار المطلق المقابل لفئة الوسيط .

خطوات إيجاد الوسيط :

- إيجاد ترتيب الوسيط .
- إيجاد التكرار التجميعي الصاعد .
- نبحث في عمود التكرار التجميعي الصاعد عن القيمة $\frac{n}{2}$ ، إن لم نجدها نأخذ الأعلى منها مباشرة وتكون الفئة المقابلة لهذه القيمة هي فئة الوسيط .
- نحدد من فئة الوسيط كافة المعلومات اللازمة لتطبيق العلاقة (6-21) .

وهنالك مقياسان آخران يتبعان في تعريفهما الوسيط هما الربيع الأول والربيع الثالث ونعرفهما كما يلي :

- الربيع الأول : هو وسيط الجزء الأيسر الناجم عن الوسيط الأساسي . نرمز له ب Q_1 ويعطى بالعلاقة التالية :

$$Q_1 = X_{q_1} + d_{q_1} \frac{\frac{n}{4} - k_{q_1-1}}{n_{q_1}} \qquad (6-22)$$

حيث أن :

X_{q_1} الحد الأدنى لفئة الربيع الأول .

d_{q_1} طول فئة الربيع الأول.

$\frac{n}{4}$ ترتيب الربيع الأول.

k_{q_1-1} التكرار التجميعي الصاعد السابق لفئة الربيع الأول.

n_{q_1} التكرار المطلق المقابل لفئة الربيع الأول.

- الربيع الثالث : هو وسيط الجزء الأيمن الناجم عن الوسيط الأساسي . نرمز له ب Q_3 ويعطى بالعلاقة التالية :

$$Q_3 = X_{q_3} + d_{q_3} \frac{\frac{3n}{4} - k_{q_3-1}}{n_{q_3}} \qquad (23-6)$$

حيث أن :

X_{q_3} الحد الأدنى لفئة الربيع الثالث .

d_{q_3} طول فئة الربيع الثالث .

$\frac{3n}{4}$ ترتيب الربيع الثالث .

k_{q_3-1} التكرار التجميعي الصاعد السابق لفئة الربيع الثالث .

n_{q_3} التكرار المطلق المقابل لفئة الربيع الثالث .

يمكن دمج العلاقتين (6-22) و (6- 23) بعلاقة واحدة :

$$Q_i = X_{q_i} + d_{q_i} \frac{\frac{i.n}{4} - k_{q_i}}{n_{q_i}} \qquad (2-6)$$

حيث $i = 1,2,3$

مثال (6-15) : إذا أردنا توزيع الطلاب بالتساوي على الأقسام الأربعة في الكلية وهي : الاقتصاد – المحاسبة – الإدارة – الإحصاء ، وذلك حسب معدل النجاح ووفق الترتيب السابق للأقسام ، علماً بأن تبويب الطلاب حسب معدلاتهم كان كما يلي :

i	مجالات المعدل	التكرار	التكرار التجميعي الصاعد
1	$[50-55[$	10	10
2	$[55-60[$	50	60

3	$[60-65[$	45	105
4	$[65-70[$	30	135
5	$[70-75[$	7	142
6	$[75-80[$	18	160
7	$[80-85[$	12	172
8	$[85-90[$	4	176
	$\sum$	176	

المطلوب : إيجاد الحدود الفاصل بين الأقسام الأربعة .

الحل :

بما أننا نريد توزيع الطلاب بالتساوي على الأقسام الأربعة فإن كل قسم يجب أن يضم 44 طالباً . ولإيجاد الحدود الفاصلة للمعدلات التي تجعل كل قسم يضم 44 طالباً علينا أن نقوم بحساب الربيعيات (الأول والثاني والثالث)، لأنها هي التي تقسم عدد الطلاب إلى أقسام متساوية .

ولإيجاد المعدل الفاصل بين قسمي الاقتصاد والمحاسبة ، نقوم بحساب قيمة الربيع الأول Q_1 ، نجد ترتيب الربيع الأول $\frac{n}{4}=\frac{176}{4}=44$ ، وبالتالي فئة الربيع الأول $[55-60[$.

بتطبيق العلاقة (6-22) ، نجد أن :

$$Q_1 = 55+5\frac{\frac{176}{4}-10}{50}=58.4$$

وهو المعدل الفاصل بين قسمي الاقتصاد والمحاسبة .

ولإيجاد المعدل الفاصل بين قسمي المحاسبة و الإدارة ، نقوم بحساب قيمة الربيع الأول Q_2 ، نجد ترتيب الربيع الثاني $\frac{n}{2}=\frac{176}{2}=85$ ، وبالتالي فئة الربيع الثاني $]65-60]$.

بتطبيق العلاقة (6-23) ، نجد أن :

$$Q_1 = 60 + 5\frac{\frac{176}{2}-60}{45} = 63.11$$

وهو المعدل الفاصل بين قسمي المحاسبة و الإدارة.

ولإيجاد المعدل الفاصل بين قسمي الإدارة و الإحصاء ، نقوم بحساب قيمة الربيع الأول Q_3 ، نجد ترتيب الربيع الثالث $\frac{3n}{4}=\frac{3.176}{4}=132$ ، وبالتالي فئة الربيع الثالث $]70-65]$.

بتطبيق العلاقة (6-24) ، نجد أن :

$$Q_1 = 65 + 5\frac{132-105}{30} = 69.5$$

وهو المعدل الفاصل بين قسمي الإدارة و الإحصاء .

وبذلك نجد أن الحدود الفاصلة للمعدلات بين الأقسام الأربعة والتي تجعل في كل قسم 44 طالباً ، تقريباً هي : (58.4-63.11- 69.5) على الترتيب .

ويمكننا إيجاد الوسيط بيانياً بالاعتماد على منحنى التكرارات التجميعية الصاعدة والمتنازلة ، فتكون قيمة الوسيط هي نقطة تقاطع المنحنيين .

1-3 المنوال Mod :

يُعّرف المنوال على أنه القيمة الأكثر تكراراً ، وبالتالي لا يمكننا إيجاد المنوال إلا إذا كانت المعلومات مرتبة ومبوبة . ونرمز له ب M_O .

1-3-1 المنوال لمعلومات مرتبة :

يُعطى المنوال للمعلومات المرتبة بالعلاقة التالية :

$$M_O = x_k : n_k = \max[n_i] \qquad (6-25)$$

مثال (6 - 16) : أوجد المنوال لدرجات الطلاب التالية :

الترتيب i	1	2	3	4	5	6	
القيم x_i	96	81	70	60	50	20	$\sum$
التكرار n_i	2	5	13	30	24	10	84

بملاحظة أن الدرجة الأكثر تكراراً $x_4 = 60$ ، لذلك يكون $M_O = x_4 = 60$.

1-3-2 المنوال لمعلومات مبوبة : عندما تكون البيانات مبوبة حسب مجالات معينة فإن القيمة الأكثر تكراراً لا تظهر مباشرة . بل يظهر المجال الأكثر تكراراً ، وهو ما نسميه بالمجال المنوالي لأنه المجال الأكثر تكراراً ولأن قيمة المنوال تقع فيه حتماً . ويعطى المنوال رياضياً بالعلاقة التالية :

$$M_O = X_m + d_m \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \qquad (26-6)$$

حيث أن :

X_m الحد الأدنى لفئة المنوال .

d_m طول فئة المنوال .

$\Delta_1 = n_M - n_{M-1}$ الفرق بين تكرار فئة المنوال والفئة التي تسبقه مباشرة .

$\Delta_2 = n_M - n_{M-1}$ الفرق بين تكرار فئة المنوال والفئة التي تليه مباشرة .

مثال (6- 17) : يبين الجدول التالي درجات 100 طالب في مقرر أساليب البحث العلمي كالتالي :

المجالات	$[10-25[$	$[25-40[$	$[40-55[$	$[55-70[$	$[70-30]$	$\sum$
التكرارات	5	2	26	44	23	100

والمطلوب: حساب قيمة المنوال .

الحل :

من الجدول السابق ، نجد أن المجال المنوالي لدرجات الطلاب $[55-70]$، $\Delta_1 = 44-26 = 18$و $\Delta_2 = 44-23 = 21$ ، نعوض في العلاقة (6-26) فنجد :

$$Mo = 55 + 15\frac{18}{18+21} = 61.92$$

أي أن الدرجة الأكثر تكراراً بين الدرجات هي 64 .

1- مقاييس التشتت :

تقيس مقاييس التشتت مقدار تباعد القياسات عن مركزها (القيمة المتوسطة). وسوف نعرض أهم مقاييس التشتت بشكلها المطلق والنسبي كما يلي :

1-2 المدى Rang:

يُعّرف على أنه الفرق بين أكبر قيمة للقياسات وأصغرها ونرمز له ب R ، ويعطى بالعلاقة التالية :

$$R = X_{Max} - X_{Min}$$

أما شكله النسبي منسوباً للوسط الحسابي فيعطى بالعلاقة التالية :

$$r = \frac{R}{\bar{x}}.100\%$$

مثال (6-18): احسب المدى المطلق والنسبي للمعلومات التالية : 10,11,12,15,30,40,21,5,4,13

لإيجاد المدى المطلق نعوض في العلاقة (6-27)، فنجد : $R = 40 - 4 = 36$ ، أما لإيجاد المدى النسبي نعوض في العلاقة (6-28)، فنجد : $r = \frac{36}{16.1}.100 = 323.6\%$.

2-2 الانحراف الربيعي Quartile Deviation :

ويُعّرف بدلالة الفرق بين الربيعيين الثالث Q_3 والأول Q_1 ، ويعطى بالعلاقة التالية :

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \qquad (6-29)$$

أما شكله النسبي منسوباً إلى الوسيط فيعطى بالعلاقة التالية :

$$q = \frac{Q_3 - Q_1}{2Me}.100\% \qquad (6-30)$$

أما إذا كانت القياسات متناظرة حول وسيطها فإن شكله النسبي يحسب من العلاقة :

$$q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}.100\% \qquad (6-31)$$

مثال (6–19): لنعود إلى معطيات المثال (6–15) ، ونجد الانحراف المعياري بشكله المطلق والنسبي .

من معطيات التمرين وجدان أن $Me = 63.11$ و $Q_1 = 58.4$ و $Q_3 = 69.5$ ، وبالتالي لإيجاد قيمة الانحراف الربيعي نعوض في العلاقة (6–28) ، فنجد:

$$Q = \frac{69.5 - 58.4}{2} = 5.55$$

2–3 الانحراف المتوسط Mean Deviation :

وجدنا سابقاً أن كلاً من المقياسين المدى والانحراف الربيعي لا يأخذان بعين الاعتبار مختلف القياسات المفروضة ، لذلك كان من الضروري أن نبحث عن مقياس آخر يشمل انحرافات كافة القياسات عن مركزها (الوسط– الوسيط) ، لذلك سوف نتعرف على الانحراف المتوسط بالنسبة للوسط الحسابي الذي يرمز له ب $\Delta_{\bar{x}}$ ، ويعرف على إحدى العلاقات التالية :

- بالنسبة للمعلومات المفردة

$$\Delta_{\bar{x}} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} \qquad (32-6)$$

- بالنسبة للمعلومات المرتبة

$$\Delta_{\bar{x}} = \frac{\sum n_i |x_i - \bar{x}|}{\sum n_i} \qquad (33-6)$$

- بالنسبة للمعلومات المبوبة

$$\Delta_{\bar{x}} = \frac{\sum n_i |x'_i - \bar{x}|}{\sum n_i} \qquad (34-6)$$

أما الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط يرمز له ب Δ_{Me} ، ويعرف على إحدى العلاقات التالية :

- بالنسبة للمعلومات المفردة

$$\Delta_{Me} = \frac{\sum |x_i - Me|}{n} \qquad (35-6)$$

- بالنسبة للمعلومات المرتبة

$$\Delta_{Me} = \frac{\sum n_i |x_i - Me|}{\sum n_i} \qquad (36-6)$$

- بالنسبة للمعلومات المبوبة

$$\Delta_{Me} = \frac{\sum n_i |x'_i - Me|}{\sum n_i} \qquad (37-6)$$

أما شكله النسبي، فيعطى بإحدى العلاقتين التاليتين :

- بالنسبة للوسط الحسابي

$$\delta_{\bar{x}} = \frac{\Delta_{\bar{x}}}{\bar{x}}.100 \qquad (38-6)$$

- بالنسبة للوسيط

$$\delta_{Me} = \frac{\Delta_{Me}}{Me}.100 \qquad (39-6)$$

مثال (6-20): ليكن لدينا البيانات الفرضية التالية :

المجالات	$[10-20[$	$[20-30[$	$[30-40[$	$[40-50[$	$\sum$
التكرارات	2	3	4	1	10

والمطلوب حساب كلاً من الانحراف المتوسط بشكليه المطلق والنسبي بالنسبة للوسط الحسابي والوسيط .

الحل :

نشكل الجدول المساعد التالي :

المجالات	n_i	x'_i	$n_i.x'_i$	$\lvert x_i - \bar{x}\rvert$	$n_i\lvert x_i - \bar{x}\rvert$
$[10-20[$	2	15	30	14	28

$[20-30[$	3	25	75	4	12
$[30-40[$	4	35	140	6	24
$[40-50[$	1	45	45	16	16
$\sum$	10		290		80

نجد أن الوسط الحسابي يساوي :

$$\bar{x} = \frac{290}{10} = 29$$

لنحصل على الانحراق المتوسط بالنسبة للوسط الحسابي ، فإننا نعوض في العلاقة (6- 32)، فنجد :

$$\Delta_{\bar{x}} = \frac{80}{10} = 8$$

نعوض في العلاقة (6- 33)، فنحصل على قيمة الانحراق المتوسط النسبي بالنسبة للوسط الحسابي :

$$\delta_{\bar{x}} = \frac{8}{29}.100 = 27.59\%$$

ونترك للطالب إيجاد الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط بشكليه المطلق والنسبي على سبيل التمرين.

4-2 التباين Variance:

يُعتبر من أهم مقاييس النزعة المركزية ويرمز له ب σ^2 ، ويعطى بأحد الأشكال التالية:

- للمعلومات المفردة

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \qquad (6 - 40)$$

- للمعلومات المرتبة

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i} \qquad (6 - 41)$$

- للمعلومات المبوبة

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i' - \bar{x})^2}{\sum n_i} \qquad (42-6)$$

5-2 الانحراف المعياري Standard Deviation :

وهو الجذر الموجب للتباين ، ويعطى بالعلاقة التالية :

- للمعلومات المفردة

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}} \qquad (43-6)$$

- للمعلومات المرتبة

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}} \qquad (44-6)$$

- للمعلومات المبوبة

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i (x_i' - \bar{x})^2}{\sum n_i}} \qquad (45-6)$$

6-2 معامل الاختلاف Coefficient Variant :

يرمز له بالرمز ب cv ، ويعطى بالعلاقة التالية :

$$cv = \frac{\sigma}{\bar{x}}.100\% \qquad (46-6)$$

مثال(6-21): نفس معطيات التمرين (6-20) .

والمطلوب إيجاد التباين والانحراف المعياري ومعامل الاختلاف .

الحل :

المجالات	n_i	x_i'	$n_i.x_i'$	$(x_i' - \bar{x})$	$n_i(x_i' - \bar{x})^2$

$[10-20[$	2	15	30	−14	392
$[20-30[$	3	25	75	−4	48
$[30-40[$	4	35	140	6	144
$[40-50[$	1	45	45	16	256
$\sum$	10		290		840

لإيجاد التباين نعوض في العلاقة (6− 42)، فنجد أنه يساوي $\sigma^2 = \frac{840}{10} = 84$، ولحساب الانحراف المعياري نعوض في العلاقة (6− 43) ، فنجد أنه يساوي $\sigma = \sqrt{84} = 9.17$، أما لحساب معامل الاختلاف فإننا نعوض في العلاقة (6−44) ، فنجد أنه يساوي $cv = \frac{9.17}{29}.100 = 31.6\%$.

2−7 العزوم المركزية Moment :

تحسب العزوم المركزية منسوبة إلى الوسط الحسابي ويرمز له ب M_k ، ويُعّرف على أحد العلاقات التالية :

- للمعلومات المفردة

$$M_k = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^k}{n} \qquad (47-6)$$

- للمعلومات المرتبة

$$M_k = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^k}{\sum n_i} \qquad (48-6)$$

- للمعلومات المبوبة

$$M_k = \frac{\sum n_i (x_i' - \bar{x})^k}{\sum n_i} \qquad (49-6)$$

خواص العزوم المركزية :

- عندما $k=0$، فإنه ، $M_0=1$.

- عندما $k=1$، فإنه ، $M_1=0$.

- عندما $k=2$، فإنه ، $M_2=\sigma^2$.

- عندما $k=2$، فإنه ، $M_3=\dfrac{\sum n_i(x_i'-\bar{x})^3}{\sum n_i}$.

2-8 مقياس الالتواء (عدم التناظر) Skewness :

هذا المقياس يدرس تناظر البيانات حول مقاييس النزعة المركزية (الوسط- الوسيط) ويرمز لها ب K_a ، ويعطى بالعلاقة التالية :

$$K_a=\frac{\bar{x}-M_O}{\sigma} \qquad (6-50)$$

فإذا كانت :

$K_a>0$ فإن التوزيع التكراري يكون ملتوياً نحو اليسار .

$K_a<0$ فإن التوزيع التكراري يكون ملتوياً نحو اليمين .

$K_a=0$ فإن التوزيع التكراري يكون متناظر .

وبمكن إيجاد مقياس التناظر بدلالة العزم المركزي الثالث ، ويعرف رياضياً كما يلي :

$$K_a=\frac{M_3}{(\sigma)^3} \qquad (6-51)$$

وبمكن إيجاد مقياس التناظر بدلالة الوسط الحسابي والوسيط ، ويعرف رياضياً كما يلي :

$$K_a=\frac{3(\bar{x}-Me)}{\sigma} \qquad (6-52)$$

2-9 مقياس التطاول Kurtosis :

يدرس هذا المقياس مدى تطاول التوزيع التكراري أو انبطاحه ويرمز له ب L ، ويعرف رياضياً كما يلي :

$$L = \frac{M_4}{(\sigma)^4} \qquad (6-53)$$

فإذا كانت :

$L < 3$ فإن التوزيع التكراري يكون قليل التطاول .

$L > 3$ فإن التوزيع التكراري مرتفع التطاول .

$L = 3$ فإن التوزيع التكراري قريب من التطاول الطبيعي .

مثال (6-22) : نفس معطيات التمرين (6-20)، والمطلوب أيجاد :

- العزم المركزي من الدرجة الثالثة والرابعة .
- مقياس التناظر .
- مقياس التطاول .

الحل :

من معطيات التمرين السابق وجدنا ، $\bar{x} = 29$ و $\sigma^2 = 84$ و $\sigma = 9.17$ ، ثم ننظم الجدول المساعد التالي :

المجالات	n_i	x_i'	$n_i(x_i' - \bar{x})^2$	$n_i(x_i' - \bar{x})^3$	$n_i(x_i' - \bar{x})^4$
$[10-20[$	2	15	392	-5488	76832
$[20-30[$	3	25	48	-192	768
$[30-40[$	4	35	144	864	5184
$[40-50[$	1	45	256	4096	65536
$\sum$	10		840	-720	148320

- لحساب العزم المركزي من الدرجة الثالثة $(k = 3)$ ، نعوض في العلاقة (6-49)، فنجد أن :

$$M_3 = \frac{-720}{10} = -72$$

- لحساب مقياس الالتواء ، نعوض في العلاقة (6−50)، فنجد أن :

$$K_a = \frac{-72}{(9.17)^3} = -0.053$$

- لحساب مقياس التطاول ، نحتاج إلى العزم المركزي من الدرجة الرابعة ، ويحسب من العلاقة (6−49)، كما يلي :

$$M_4 = \frac{148320}{10} = 14832$$

ثم نعوض في العلاقة (6−53)، فنجد أن :

$$M_4 = \frac{14832}{(9.17)^4} = 2.09$$