الرياضيات الاقتصادية والمالية

السنة الثانية

القسم العملي

المحاضرة الرابعة

الدفعات الدورية

2020/4/7

علا البغدادي

تمارين ومسائل غير محلولة

1-اشترى شخص شقة سكنية واتفق على دفع الثمن كالآتي:

- 20000 ل.س
- 1000ل.س في آخر كل سنة ولمدة 10 سنوات. ص65

المطلوب: ما ثمن الشقة السكنية نقدا إذا حسبت الفائدة بمعدل 5% سنوياً.

الحل:

ملاحظة: القيمة الحالية للدفعات تعبر عن الثمن النقدي أما جملة الدفعات فتعبر عن اجمالي المبلغ مع فوائده

$$v_{\mathrm{p}=} \mathrm{R}\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

R=1000, n=10, i=0.05

$$v_{\mathrm{p}=} \frac{1-(1+0.05)^{-10}}{0.05}1000$$

$$v_{\mathrm{p}=}7721.735$$

هذه القيمة الحالية للدفعة التي قيمتها 1000 إذا اضفنا ال20000 النقدية تكون قيمة الشقة نقدا هي 20000+7721.735= 27721.735.

2- اقترضت إحدى الشركات مبلغ 500000ل.س، وتعهدت بسداده على عشرين دفعة سنوية فما قيمة كل دفعة إذا حسبت الفائدة المركبة بمعدل 5% سنوياً؟

الحل: $v_{\mathrm{p}=}$ 500000 ،n=20 ،i=5%

$$v_{\mathrm{p}=}\ \mathrm{R}\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$500000\ =\ \mathrm{R}\frac{1-(1+0.05)^{-20}}{0.05}$$

$$\mathrm{R}=\frac{500000}{55.79}$$

$$\mathrm{R}=8962.1796$$

3-دفعة سنوية عادية مدتها خمس سنوات، وجد أن جملتها على أساس معدل فائدة مركبة 2% سنوياً تساوي 5204ل.س ما القيمة الحالية للدفعات في أول السنوات الخمس؟

$$v_{n=}r\ \frac{(1+i)^{n}-1}{i}\ (1+\mathrm{i})$$

$$5204_{=}r\ \frac{(1+0.02)^{5}-1}{0.02}\ (1+0.02)$$

$$\mathrm{R}=980.407$$

$$v_{\mathrm{p}=}\mathrm{R}\ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+\mathrm{i})$$

$$v_{\mathrm{p}=}980.407\ \frac{1-(1+0.02)^{-5}}{0.02}(1+0.02)=4711.574$$

4-دفعات عادية سنوية مبلغها 100 ل.س، وجد أن قيمتها الحالية على أساس معدل فائدة مركبة 2.5% سنوياً هي 875.210 ل.س. ما مدة الدفعات؟

$\mathrm{R}=100,\mathrm{i}=2.5\%,\ v_{\mathrm{p}=}875.210$ المجهول هي n

$$875.210_{=}\ 100\ \frac{1-(1+0.025)^{-n}}{0.025}$$

$$\frac{1-(1+0.025)^{-n}}{0.025}=8.75210$$

$$(1.025)^{-n}=1.2188$$

$$\ln(1.2188) = -n.\ln(1.025)$$

$$-N=\frac{\ln(1.2188)}{\ln(1.025)}$$

$$N=\frac{0.247}{0.024}$$

N=10.29تقريبا 10

5-يودع شخص في مصرف آخر كانون الأول من كل عام (500) ل.س ابتداء من آخر كانون عام 1990، وبعد إيداع الدفعة مباشرة في سنة معينة وجد أن رصيده 3661.500. أوجد تلك السنة المعينة إذا كان معدل الفائدة المركبة 15% سنوياً.

الحل:

n=?،i=0.15،R=500, $v_{n=3661.500}$

$$v_n=r\,\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$3661.500=500\,\frac{(1+0.15)^n-1}{0.15}$$

نقسم على 500 فتصبح

$$7.323=\frac{(1.15)^n-1}{0.15}$$ نضرب الطرفين في الوسطين

$(1.15)^n-1=1.09845$ ننقل ال1 للطرف الثاني

$(1.15)^n$=2.09845

في حال كان الأس مجهول نأخذ لوغاريتم الطرفين لأن لوغاريتم عدد هو اس هذا العدد (ملاحظة: يرجى مراجعة بحث اللوغاريتمات في حال وجود صعوب بفهم كيف انتقلنا لهذه الخطوة)

$$\ln (1.15)^n = \ln 2.09845$$

$n \ln(1.15) = \ln 2.09845$ (خصائص اللوغاريتمات لوغاريتم عدد له اس نضرب الاس بالعدد)

$$N = \frac{\ln 2.09845}{\ln(1.15)}$$

$$N = \frac{1.09343}{0.13976}$$

$$N = 7.8$$

تقريبا سبع سنوات.

7-أودع شخص في أحد المصارف عددا من الدفعات السنوية المتساوية قيمة كل منها (500) ل.س في أول كل سنة بفائدة مركبة 3% سنوياً، فحصل في نهاية المدة على مبلغ 9568.44ل.س والمطلوب: احسب عدد هذه الدفعات.

$$v'_n = r \frac{(1+i)^n - 1}{i} (1 + i)$$

$$9568.44 = 500\frac{(1+0.03)^n - 1}{0.03}(1+0.03)$$

نقسم على 500 و(1.03)

$$18.579 = \frac{(1.03)^n - 1}{0.03}$$

نضرب الطرفين في الوسطين $(1.03)^n - 1$=0.557 وننقل 1 للطرف الثاني

$(1.03)^n$=1.0557 نأخذ لوغاريتم الطرفين

$$\ln (1.03)^n = \ln 1.0557$$

$$n \ln(1.03) = \ln 1.0557$$

$$N = \frac{\ln 1.0557}{\ln(1.03)}$$

$$N = 14.978$$

أي تقريبا 14 دفعة.

8-ما المبلغ الواجب إيداعه في بداية كل سنة للحصول على مبلغ قدره 6500ل.س ولمدة ثلاث سنوات على أساس معدل فائدة مركبة 4% سنوياً؟

الحل:

في بداية السنة يعني دفعة فورية

لكي احصل على 6500 أي ان هذا المبلغ هو جملة الدفعات

نضع قانون جملة الدفعات الفورية

$$v_{'n=} r\frac{(1+i)^n-1}{i}(1+\mathrm{i})$$

نعوض

$$6500 = r\frac{(1+0.04)^3-1}{0.04}(1+0.04)$$

$$6250 = r * 3.1216$$

$$R=2002.178$$

9-يرغب شخص بتكوين رأسمال 1000000، بإيداع 60 دفعة شهرية على أساس فائدة مركبة معدلها 9% سنوياً والفائدة تضاف شهريا والمطلوب ما مقدار القسط الشهري الواجب إيداعه؟

الحل:

$v_{n=}1000000$ ،i=0.09،r=?, m.n= 60

بما أن الفائدة تضاف شهريا فإن j=i/m=0.09/12=0.0075

$$v_{n=} r\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$1000000 = r\frac{(1+0.0075)^{60}-1}{0.0075}$$

$$r=\frac{1000000}{75.424}$$

r=13258.379 مقدار القسط الشهري.

10-يرغب شخص ببيع سيارته نقدا بمبلغ 2400 وحدة نقدية، وفي حالة البيع بالتقسيط يتم السداد على دفعات شهرية عادية مدته (24) شهراً، فإذا كان معدل الفائدة الشهرية 1%احسب قيمة القسط الشهري الذي سيقبضه بائع السيارة. وما مقدار الفائدة المستحقة.

الحل:

r=?، n=24,i=1%,$v_{p=2400}$

نلاحظ أن الفائدة مباشرة معطاة شهرية فلا داعي للتقسيم والمدة معطاة أيضا بشكل شهري

$$v_{p=} r\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$2400 = r\frac{1-(1+0.01)^{-24}}{0.01}$$

$$R=\frac{2400}{21.243}$$

R=112.978

اجمالي المبلغ =القسط الشهري * عدد الدفعات

2711.472=24*112.978=

الفائدة المستحقة =اجمالي المبلغ-المبلغ النقدي=2711.47-2400=

11-طلب أحد المتبرعين من مصرف أن يدفع 1000 ل.س كل ستة شهور لجمعية خيرية مدى الحياة. احسب ما يجب أن يدفعه المتبرع للمصرف مقدماً، علماً أن معدل الفائدة المركبة السنوية 4% والفائدة تضاف مرتين في السنة في الحالتين الاتيتين:

1-إذا كان القسط النصف سنوي يدفع في أول كل ستة شهور.

2-إذا كان القسط النصف سنوي يدفع في آخر كل ستة شهور.

الحل:

1- الدفعات فورية:

$$R=1000,i=0.04,m=2,j=i/2=0.02$$

$$v_{\infty}=\frac{r}{j}$$

$$v_{\infty}=\frac{1000}{0.02}$$

$$v_{\infty}=50000$$

2- الدفعات عادية:

$$v_{\infty}=\frac{r(1+j)}{j}$$

$$v_{\infty}=\frac{1000(1+0.02)}{0.02}$$

$$v_{\infty}=51000$$