

$$Z = X_1 + 3X_2 \rightarrow \text{Max}$$

مسألة: ليكن لدينا دالة الهدف التالية:

والقيود S.T هي:

$$X_1 \leq 20$$

$$X_2 \leq 10$$

$$\frac{-2}{3}X_1 + X_2 \leq 1$$

$$X_1 + X_2 \leq 28$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

وشروط عدم السلبية هي:

والمطلوب: أوجد أعظم ربح يمكن تحقيقه بطريقة السمبلكس.

الحل: ١- التحويل إلى الشكل القياسي:

$$Z = X_1 + 3X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4 \rightarrow \text{Max}$$

$$X_1 + S_1 = 20$$

$$X_2 + S_2 = 10$$

$$\frac{-2}{3}X_1 + X_2 + S_3 = 1$$

$$X_1 + X_2 + S_4 = 28$$

٢- تشكيل جدول الحل المبدئي:

		1	3	0	0	0	0	
	C_j	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	B
0	S_1	1	0	1	0	0	0	20
0	S_2	0	1	0	1	0	0	10
0	S_3	-2/3	1	0	0	1	0	1
0	S_4	1	1	0	0	0	1	28
	Z_j	0	0	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$	1	3	0	0	0	0	

السطر المحوري ←

↑ العمود المحوري



- تطوير الحل:

		1	3	0	0	0	0	
	C_j	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	B
0	S_1	1	0	1	0	0	0	20
0	S_2	2/3	0	0	1	-1	0	9
3	X_2	-2/3	1	0	0	1	0	1
0	S_4	5/3	0	0	0	-1	1	27
	Z_j	-2	3	0	0	3	0	3
	$C_j - Z_j$	3	0	0	0	-3	0	

السطر المحوري ←

↑ العمود المحوري

- تطوير الحل:

		1	3	0	0	0	0	
	C_j	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	B
0	S_1	0	0	1	-3/2	3/2	0	13/2
1	X_1	1	0	0	3/2	-3/2	0	27/2
3	X_2	0	1	0	1	0	0	10
0	S_4	0	0	0	-5/2	3/2	1	9/2
	Z_j	1	3	0	9/2	-3/2	0	43.5
	$C_j - Z_j$	0	0	0	-9/2	3/2	0	

السطر المحوري ←

↑ العمود المحوري

- تطوير الحل:

		1	3	0	0	0	0	
	C_j	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	B
0	S_1	0	0	1	1	0	-1	2
1	X_1	1	0	0	-1	0	1	18
3	X_2	6	1	0	1	0	0	10
0	S_3	0	0	0	-5/3	1	2/3	3
	Z_j	1	3	0	2	0	1	48
	$C_j - Z_j$	0	0	0	-2	0	-1	

تلاحظ أن السطر الأخير من الجدول جميع عناصره أعداد سالبة أو صفرية وبالتالي نكون قد وصلنا للحل الأمثل حيث:

$$X_1 = 18 \quad X_2 = 10 \quad Z_j = 48$$

والطاقة المستغلة: $S_4 = 0$ (لأنها لم تظهر في العمود الأول من الجدول النهائي).

$$S_1 = 2 \quad S_3 = 3 \quad \text{الطاقة غير المستغلة:}$$

طريقة السمبلكس في حالة مسألة تدمية نظامية (أو قانونية):

نقول عن مسألة برمجة خطية من نوع تدمية (Min) بأنها نظامية إذا كانت جميع القيوم من نوع أكبر أو يساوي $\geq$.

لحل مثل هذه المسألة نجري التعديلات التالية في خطوات الحل:

التعديل الأول: عند كتابة المسألة في الصورة القياسية فإن القيوم من نوع من الشكل $(\geq)$ يتم تحويلها إلى مساويات بطرح متغيرات فائضة (Surplus) من الطرف الأيسر نمز لها $S1$ (حيث i رقم القيد) كما نضيف لها متغيرات مصطنعة (أو وهمية) يرمز لها $A1$ (حيث i رقم القيد) إلى الطرف الأيسر. وهذه المتغيرات المصطنعة هي أداة مساعدة الهدف منها هو الحصول على حل أساسي ابتدائي ونتعامل معها على أنها مواد ذات كلفة عالية جداً، تبلغ (M) قيمة عالية قد تكون مليار، لذلك نضيفها إلى تابع الهدف بمعامل M .

التعديل الثاني: عند وضع الجدول الابتدائي تكون المتغيرات المصطنعة Ai هي المتغيرات الأساسية، أما المتغيرات الفائضة فلا يمكن إدخالها أبداً كمتغيرات أساسية في الحل الابتدائي.

التعديل الثالث: عند النظر إلى صف $(Cj-Zj)$ في جدول السمبلكس فإنه يمكن تحسين الحل إذا كان هناك قيماً سالبة ونختار عادة المتغير الذي يقابل القيمة الأكثر سلبية ليدخل في الحل ويتحدد بذلك العمود المحوري، ونصل إلى الحل الأمثل إذا كانت جميع القيم في الصف $(Cj-Zj)$ موجبة أو تساوي الصفر.

باقي الخطوات وطريقة الحسابات تبقى نفسها المذكورة في حالة مسألة التعظيم الأساسية .

مثال: أوجد الحل بطريقة السمبلكس للبرنامج الخطي التالي:

$$\text{Min } Z = 20 X_1 + 30 X_2$$

$$5X_1 + 2X_2 \geq 200$$

القيود:

$$4X_1 + 4X_2 \geq 100$$

$$(X_1, X_2 \geq 0)$$

الحل:

نكتب المسألة بالصورة القياسية أو (المعيارية):

$$20X_1 + 30X_2 + MA_1 + MA_2$$

$$5X_1 + 2X_2 - S_1 + A_1 = 200$$

$$4X_1 + 4X_2 - S_2 + A_1 = 100$$

$$X_1, X_2, X_3, S_1, S_2 \geq 0$$

جدول الحل الابتدائي :



المتغيرات الأساسية	Z	X1	X2	S1	S2	A1	A2	الحل	توضيح القسمة
	Cj	20	30	0	0	M	M		
A1	M	5	2	-1	0	1	0	200	200/5=40
A2	M	4	4	0	-1	0	1	100	100/4=25
	Zj	9M	6M	-M	-M	M	M	300M	
	Cj-zj	20-9M	30-6M	M	M	0	0		

الجدول الثاني:

المتغيرات الأساسية	Z	X1	X2	S1	S2	A1	A2	الحل
	Cj	20	30	0	0	M	M	
A1	M	0	-3	-1	$\frac{5}{4}$	1	$-\frac{5}{4}$	75
X1	20	1	1	0	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	25
	Zj	20	-3M+20	-M	$\frac{5M}{4} - 5$	M	$-\frac{5M}{4} + 5$	75M+500
	Cj-zj	0	3M+10	M	$-\frac{5M}{4} + 5$	0	$\frac{9M}{4} - 5$	

الجدول الثالث

المتغيرات الأساسية	Z	X1	X2	S1	S2	A1	A2	الحل
	Cj	20	30	0	0	M	M	
S2	0	0	$-\frac{12}{5}$	$-\frac{4}{5}$	1	$\frac{4}{5}$	-1	60
X1	20	1	$\frac{8}{20}$	$-\frac{4}{20}$	0	$\frac{4}{20}$	0	40
	Zj	20	8	-4	0	4	0	800
	Cj-zj	0	12	4	0	M-4	M	

بالنظر إلى صف $(Cj-Zj)$ نجد أن جميع القيم موجبة أو صفر، وهذا يعني أن هذا الجدول يعطي

الحل الأمثل، وهو أقل تكلفة $x_1=40$ ، $x_2=0$ $S_1=0$ ، $S_2=60$ ، $Z=800$