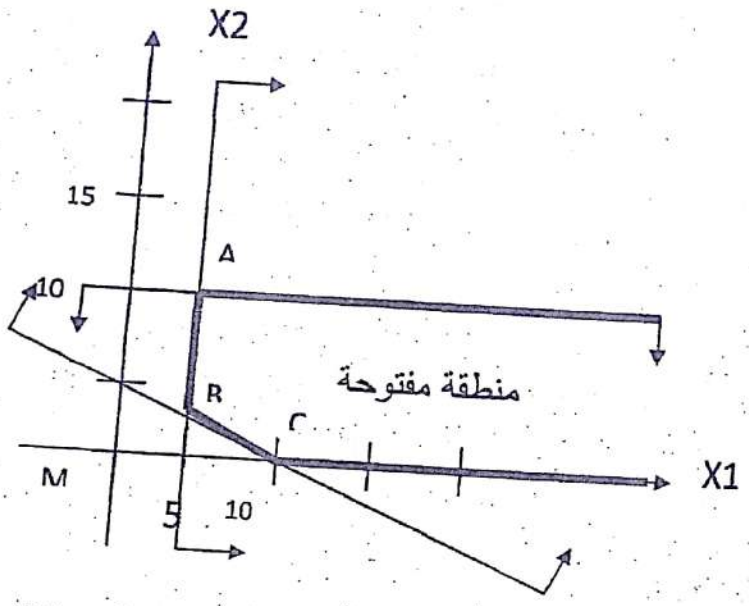


نلاحظ أن النقطة B ناتجة عن تقاطع المستقيمين الأول والثالث لذلك ندرس جملة معادلتيهما

فنجد : B (5 , 2.5)

ننظم إحداثيات النقاط الثلاثة في جدول مع تعويض إحداثيات كل نقطة في دالة الهدف لنعرف مقدار الربح المتحقق عندها :

	X_1	X_2	Z
A	**5**	**10**	**65**
B	5	2.5	27.5
C	10	0	30

أعلى القيم (30 , 27.5 , 65) هي 65 وهي أفضل ما يمكن (لأن دالة الهدف Max)

وبالتالي علينا إنتاج خمس وحدات من X_1 وعشر وحدات من X_2 .

مثال :

ليكن لدينا دالة الهدف التالية :

$$Z = 4X_1 + X_2 \rightarrow Min$$

والقيود S.T هي :

$$3X_1 + X_2 = 3$$
$$4X_1 + 3X_2 \geq 6$$
$$X_1 + 2X_2 \leq 3$$

وشروط عدم السلبية هي :

$$X_1, X_2 \geq 0$$

والمطلوب إيجاد الحل الأمثل (أقل تكلفة ممكنة) بالطريقة البيانية .

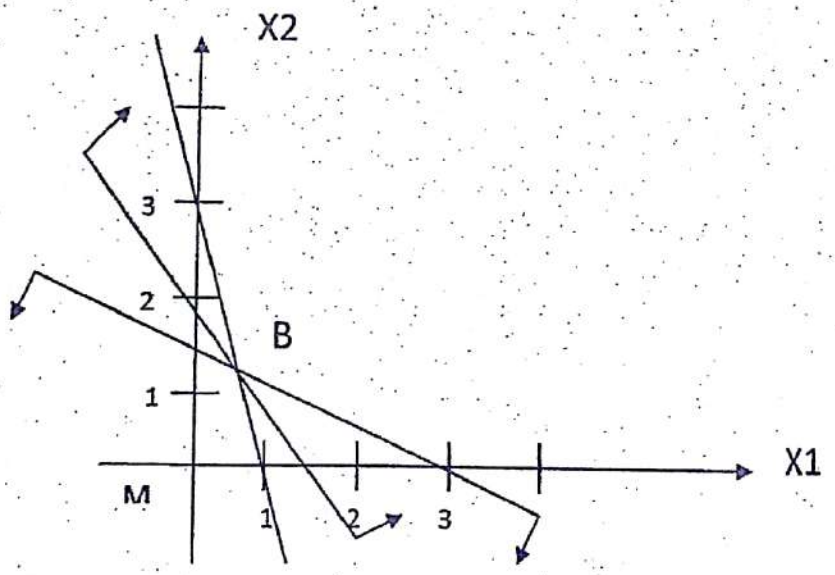
الحل :

إحداثيات المستقيم الأول هي : (3 , 1) وليس له اتجاه وبالتالي سيقع الحل عليه .

إحداثيات المستقيم الثاني هي : (2 , 1.5) وهو مخالف لاتجاه المركز .

إحداثيات المستقيم الثالث هي : (1.5 , 3) وهو يتجه نحو المركز .

والآن نقوم برسم المستقيمات كما يلي :



نلاحظ أن المستقيمات تشترك في نقطة واحدة فقط هي B ولمعرفة إحداثياتها ندرس المستقيم الأول مع الثاني أو الأول مع الثالث ولكن في الحالتين يجب أن تكون النتائج متطابقة ليكون الحل صحيح .

وعند دراسة الحالتين سنجد أن النتائج متطابقة حيث :

$$X_1 = \frac{3}{5}, X_2 = \frac{6}{5}, Z = \frac{18}{5}$$

مسألة: اكتب البرنامج الخطي للمسألة التالية:

ليكن لدينا ثلاثة أنواع من الموارد الإنتاجية C_1, C_2, C_3 والمستخدمة في صنع نوعين من المنتجات A_1, A_2 ولتكن استخدامات كل مورد والربح المتحقق من أجل كل وحدة من نوعي المنتجات ممثلاً بالجدول التالي:

المورد / المنتجات	كمية المورد C_3	كمية المورد C_2	كمية المورد C_1	الربح المتحقق من كل وحدة
A_1	3	4	5	20
A_2	6	2	1	25

فإذا كانت كميات الموارد الإنتاجية المتاحة هي 120 , 70 , 90 على الترتيب والمطلوب:

إيجاد ما ينبغي صنعه من المنتج A_1, A_2 بحيث يكون الربح في المنشأة أكبر ما يمكن.

$$Z = 20X_1 + 25X_2 \rightarrow Max$$

الحل:

والقيود S.T هي:

$$3X_1 + 6X_2 \leq 120$$
$$4X_1 + 2X_2 \leq 70$$
$$5X_1 + 1X_2 \leq 90$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

وشروط عدم السلبية هي:

مسألة: لتكن لدينا دالة الهدف التالية:

$$Z = 4X_1 + X_2 \rightarrow Min$$

والقيود S.T هي:

$$3X_1 + X_2 = 3$$
$$4X_1 + 3X_2 \geq 6$$
$$X_1 + 2X_2 \leq 4$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

وشروط عدم السلبية هي:

والمطلوب: إيجاد أقل تكلفة ممكنة بطريقة السمبلكس وبالطريقة البيانية.

الحل:

١_ الحل بطريقة السمبلكس:

نحول إلى الشكل القياسي:

$$Z = 4X_1 + X_2 + 0S_1 + 0S_2 + MR_1 + MR_2 \rightarrow Min$$

$$3X_1 + X_2 + R_1 = 3$$

$$4X_1 + 3X_2 - S_1 + R_1 = 6$$

$$X_1 + 2X_2 + S_1 = 4$$

نشكل جدول الحل المبدئي:

		4	1	0	0	M	M	
	C_j	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	B
0	S_2	1	2	0	1	0	0	4
M	R_1	3	1	0	0	1	0	3 ←
M	R_2	4	3	-1	0	0	1	6
	Z_j	7M	4M	-M	0	M	M	9M
	$C_j - z_j$	4–7M	1–4M	M	0	0	0	
		↑						

تطوير الحل:

		4	1	0	0	M	
	C_j	X_1	X_2	S_1	S_2	R_2	B
0	S_2	0	5/3	0	1	0	3
4	X_1	1	1/3	0	0	0	1
M	R_2	0	**5/3**	-1	0	1	2 ←
	Z_j	4	$\frac{4}{3}+\frac{5}{3}M$	-M	0	M	4+2M
	$C_j - z_j$	0	$\frac{-1}{3}-\frac{5}{3}M$	M	0	0	
			↑				

تطوير الحل:

		4	1	0	0	
	C_j	X_1	X_2	S_1	S_2	B
0	S_2	0	0	1	1	1
4	X_1	1	0	1/5	0	3/5
1	X_2	0	1	- 3/5	0	6/5
	Z_j	4	1	1/5	0	18/5
	$C_j - z_j$	0	0	-1/5	0	

تطوير الحل:

		4	1	0	0	
	C_j	X_1	X_2	S_1	S_2	B
0	S_1	0	0	1	1	1
4	X_1	1	0	0	-1/5	2/5
1	X_2	0	1	0	3/5	9/5
	Z_j	4	1	0	-1/5	17/5
	$C_j - z_j$	0	0	0	1/5	

وبالتالي وصلنا للحل الأمثل كون جميع عناصر السطر الأخير من الجدول أعداد موجبة أو صفرية حيث:

$$X_1 = \frac{2}{5}$$

$$X_2 = \frac{9}{5}$$

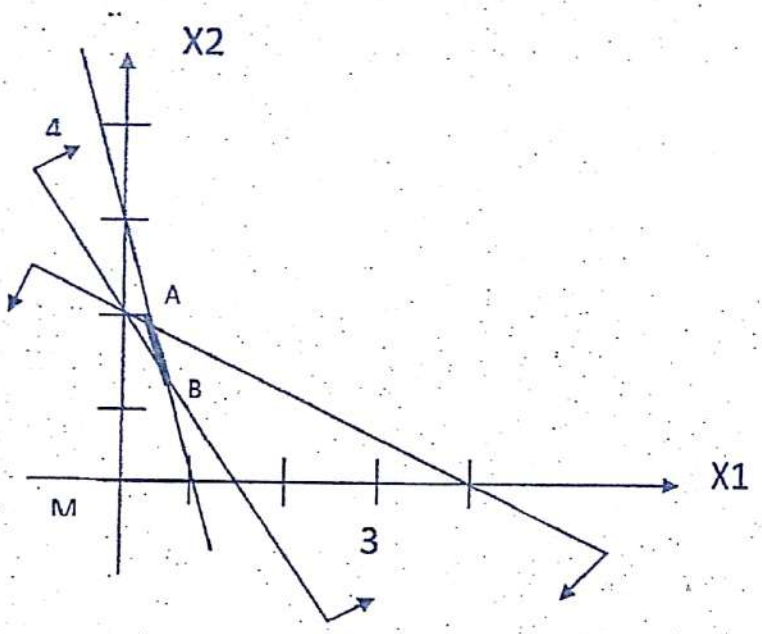
$$Z_j = \frac{17}{5}$$

٢ـ الحل البياني:

إحداثيات المستقيم الأول هي: (3 , 1)

إحداثيات المستقيم الثاني هي: (2 , 1.5)

إحداثيات المستقيم الثالث هي: (2 , 4)



منطقة الحل هي القطعة المستقيمة A B حيث:

A هي تقاطع المستقيمين الأول والثالث.

B هي تقاطع المستقيمين الأول والثاني.

بالحل نجد:

	X1	X2	Z
A	2/5	9/5	17/5
B	3/5	6/5	18/5

مثال : ليكن لدينا النموذج الأصلي (الأولي) التالي:

$$Z = 16\,X_1 + 25\,X_2 \rightarrow Min$$

والقيود S.T هي :

$$X_1 + 7\,X_2 \geq 4$$
$$X_1 + 5\,X_2 \geq 5$$
$$2\,X_1 + 3\,X_2 \geq 9$$

وشروط عدم السلبية هي :

$$X_1, X_2 \geq 0$$

والمطلوب : إيجاد النموذج المرافق.

الحل:

$$Z = 4Y_1 + 5Y_2 + 9Y_3 \rightarrow Max$$

والقيود S.T هي :

$$1Y_1 + 1Y_2 + 2Y_3 \leq 16$$
$$7Y_1 + 5Y_2 + 3Y_3 \leq 25$$

وشروط عدم السلبية هي :

$$Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0$$

انتهت المحاضرة الثالثة...