الفصل الثامن

السلاسل الزمنية

8 − 1 تمهيد :

غالباً ما نواجه في الحياة العملية، معطيات إحصائية تتغير بمرور الزمن، لذلك لابد لنا من دراسة هذه التغيرات ومعرفة أسبابها ونتائجها.

يطلق على هذه المعطيات الإحصائية المتعلقة بظاهرة ما خلال عدد من السنوات أسم السلسلة الزمنية، فالسلسلة الزمنية هي متوالية من المشاهدات مرتبة تبعاً للزمن.

وهنالك أنواع عديدة من السلاسل الزمنية تتناول مختلف أنواع النشاط الاقتصادي والاجتماعي، نذكر على سبيل المثال: تطور عدد السكان في بلد ما، الناتج المحلي الصافي، عدد السياح في منطقة جغرافية خلال أشهر سنة معينة، إنتاج مزرعة من محصول القمح خلال عدة سنوات.

تقسم السلاسل الزمنية من حيث دورية المشاهدات الإحصائية إلى:

– سلاسل زمنية عقدية تحدث كل عشر سنوات مثل التعدادات السكانية.

– سلاسل زمنية سنوية حيث تكون المعطيات الإحصائية سنوية مثل إنتاج القمح.

– سلاسل زمنية فصلية: مثل استهلاك المثلجات.

– سلاسل زمنية شهرية: مثل إحصائيات السياح الوافدين إلى القطر.

– سلاسل زمنية أسبوعية: مثل إحصائيات مكتب الاستخدام.

يعتمد تحليل السلاسل الزمنية على معرفة القوى المؤثرة فيها، فالسلاسل الزمنية تخضع لتغيرات دورية شبه منتظمة تعكس تأثير عوامل مختلفة مثل العطل السنوية، الموسم، العادات. وقد تختفي هذه التغيرات الموسمية التطور الأساسي للظاهرة المدروسة.

تصنف القوى المؤثرة في السلسلة الزمنية بشكل عام ضمن الفئات التالية:

– قوى الاتجاه العام.

– التغيرات الموسمية.

– التغيرات الدورية.

– القوى العشوائية أو العرضية.

8 – 2 الاتجاه العام:

تمثل قوى الاتجاه العام تطور الظاهرة المدروسة للمدى البعيد. وهذه القوى ترتبط بالنمو العام للاقتصاد، وهي تحدد الحركة العامة للسلسلة الزمنية، كما تعكس النمو المستمر أو الانكماش الدائم أو تعاقبهما أو في بعض الأحيان انعدام النمو أو الانكماش مما يدل على استقرار خط الاتجاه العام بشكل مواز للمحور الأفقي، وبالتالي عدم وجود علاقة ارتباط بين الظاهرة المدروسة والزمن.

8–1–1 التمثيل البياني للسلاسل الزمنية:

يعطي الرسم البياني فكرة سريعة وأولية عن طبيعة الاتجاه العام ومدى ارتباطه بالزمن وعن وجود التغيرات الموسمية. إذا كانت السلسة الزمنية فصلية أو شهرية أو التقلبات الدورية والعارضة. كما أن الفائدة من التمثيل البياني تكمن في تسهيل المقارنة بين سلسلتين زمنيتين أو أكثر عبر قنوات مختلفة من الزمن.

مثال $(1-8)$:

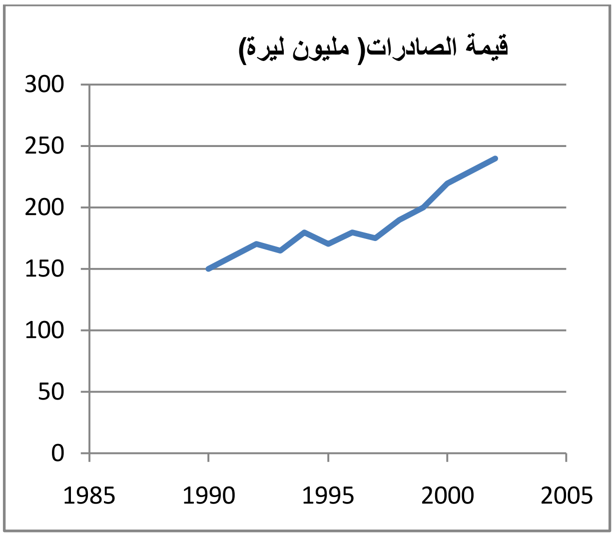
ليكن لدينا الجدول الآتي الذي يمثل قيمة الصادرات خلال الفترة 1990 ولغاية 2002 :

العام	قيمة الصادرات مليون ليرة
1990	150
1991	160
1992	170
1993	165
1994	180
1995	170
1996	180
1997	175
1998	190
1999	200
2000	220
2001	230
2002	240

والمطلوب رسم الخط البياني لتطور قيم الصادرات خلال الفترة الزمنية المحددة.

الحل:

لرسم الخط البياني لتطور قيم الصادرات في سوريا خلال الفترة المذكورة ،فإننا نمثل الزمن على المحور الأفقي وقيم الصادرات على المحور العمودي،ثم نرسم نقاط الانتشار ونصل بينها ، كما في الشكل رقم(1) .



الشكل رقم (1) : يبين تطور قيم الصادرات خلال الفترة 1990-2002

يظهر الشكل البياني رقم (1) : أن الاتجاه العام لقيم الصادرات قد تزايد في الفترة المدروسة،وهذا لا يعني أن الصادرات كل سنة قد ازداد عن السنة السابقة وإنما معدل الصادرات يتجه نحو الزيادة. فهناك فترات يزداد فيها الصادرات كثيراً وفترات أخرى تهبط فيها الصادرات وهكذا...

مما يوحي بوجود عدد من التقلبات الدورية،تبدأ الأولى منة عام 1990 حتى عام 1993 والثانية من عام 1993 حتى عام 1995 والأخيرة من عام 1995 وحتى 1997. كما يلاحظ أنه في كل دورة تبدأ الصادرات بالتصاعد إلى أن تصل إلى القمة ثم تبدأ بالهبوط إلى أن تصل إلى الحد الأدنى، كما أن معدل الدورة غير منتظمة.

8-1-2 طرق تحديد خط الاتجاه العام:

يتم تحديد خط الاتجاه العام بإحدى الطرق الآتية:

- طريقة الرسم اليدوي.
- طريقة الأوساط المتحركة.
- طريقة الأوساط النصفية.
- الطريقة الرياضية.

- **طريقة الرسم اليدوي**: تعتبر هذه الطريقة أسهل طرائق تحديد خط الاتجاه العام، وتعتمد على الرسم البياني للمنحنى الأصلي للظاهرة.بحيث نرسم خطا يمر بقرب معظم النقاط الممثلة في الخط البياني الأصلي ،إن هذه الطريقة تقريبية وغير دقيقة.
- **طريقة الأوساط المتحركة**: تعتمد هذه الطريقة في إيجاد الاتجاه العام على أخذ عدد من السنوات،ثم حساب الوسط الحسابي لمعلومات هذه السنوات والناتج يعتبر ممثلا للسنة التي تقع في منتصف السنوات المعبرة،ثم نطرح معطيات السنة الأولى من المجموعة ونضيف معطيات سنة لاحقة ثم نحسب الوسط الحسابي للمجموعة الجديدة،ونضعه أمام السنة المقابلة وهكذا،فنحصل على عدد من القيم أقل من قيم السلسلة الأصلية ويتوقف عددها على عدد السنوات التي تمثل بوسطها الحسابي، إذا رسمنا بيانات هذه الأوساط الحسابية ،فإننا نحصل على خط منحني يمثل الاتجاه العام لتغير الظاهرة المدروسة.

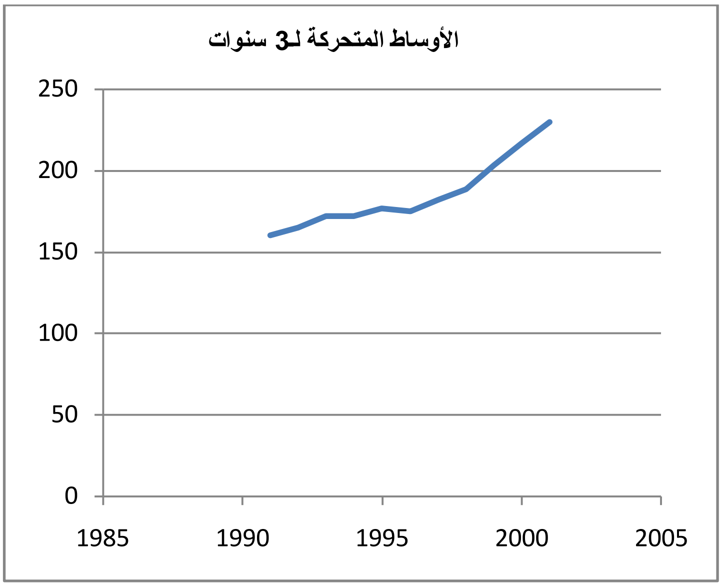
يفضل أن تكون فترة الوسط المتحرك عدد فردي من السنوات ثلاثة أعوام أو خمسة أو أكثر ، وكلما زادت فترة الوسط المتحرك قلت التموجات والتقلبات وبدا خط الاتجاه العام أقل تموجا وأكثر انسيابيا.

نأخذ المثال السابق المتعلق بقيم الصادرات ولنحسب الوسط المتحرك لفترة ثلاث سنوات ،ثم لخمس سنوات وأخيرا لسبعة سنوات ولنرسم القيم على المحاور الاحداثية.

جدول رقم$(1-9)$ حساب الأوساط المتحركة للسلسلة الزمنية المتعلقة بقيم الصادرات

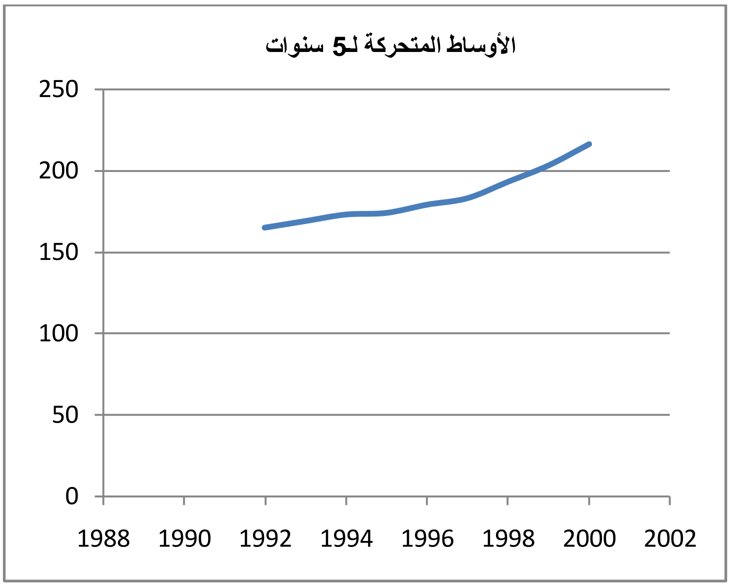
السنوات	القيم الفعلية	الأوساط المتحركة		
		3 سنوات	5 سنوات	7 سنوات
1990	150	–	–	–
1991	160	160	–	–
1992	170	165	165	–
1993	165	171.67	169	167.86
1994	180	171.67	173	171.4
1995	170	176.67	174	175.71
1996	180	175	179	180
1997	175	181.67	183	187.86
1998	190	188.33	193	195
1999	200	203.33	203	205
2000	220	216.67	216	–
2001	230	230	–	–
2002	240	–	–	–

نرسم الخط البياني للأوساط المتحركة لمدة 3 سنوات و5 سنوات و 7 سنوات، كما في الشكل الآتي:



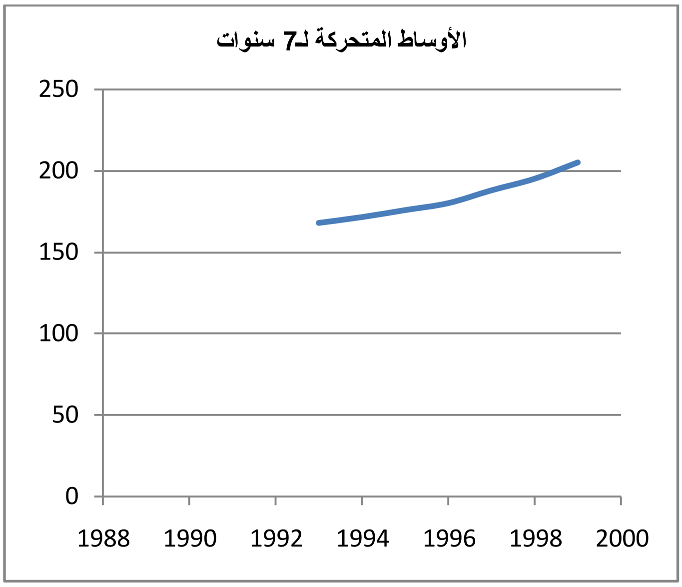
الشكل رقم (2): يبين الوسط الحسابي المتحرك لـ3 سنوات لقيم الصادرات

من الشكل رقم (2) يتضح لنا أن منحني الوسط المتحرك لفترة ثلاث سنوات يبدأ من عام 1991 وينتهي في عام 2001 .



الشكل رقم (3): يبين الوسط الحسابي المتحرك لـ5 سنوات لقيم الصادرات

من الشكل رقم (3) يتضح لنا أن منحني الوسط المتحرك لفترة خمس سنوات يبدأ من عام 1992 وينتهي في عام 2000 .



الشكل رقم (4): يبين الوسط الحسابي المتحرك لـ7 سنوات لقيم الصادرات

من الشكل رقم (4) يتضح لنا أن منحني الوسط المتحرك لفترة سبع سنوات يبدأ من عام 1993 وينتهي في عام 1999.

وبذلك فكلما زادت فترة الوسط المتحرك فإننا نفقد عددا أكبر من السنوات على جانبي السلسلة الزمنية.

- **طريقة الأوساط النصفية**: نقسم الفترة الزمنية إلى قسمين متساويين أو شبه متساويين ثم نحسب الوسط الحسابي للقسم الأول ونضع القيمة الناتجة أمام السنة الواقعة في منتصف القسم الأول.ثم نحسب الوسط الحسابي للقسم الثاني ونضع النتائج أمام السنة الواقعة في منتصف القسم الثاني.ثم نحدد في مستوى الإحداثيات نقطتي الوسيطين الحسابيين ونصل بينهما فنحصل على مستقيم الاتجاه العام بطريقة الأوساط النصفية.

لتطبيق طريقة الأوساط النصفية على مثالنا الحالي نجد أن الفترة الأولى تمتد من عام 1990 ولغاية 1996 والوسط الحسابي لها هو 167.86 حيث نضع هذا الوسط الحسابي مقابل السنة 1993.

أما الفترة الثانية فتمتد من عام 1997 ولغاية 2007 والوسط الحسابي العائد لها هو 205 حيث نضعه مقابل السنة 1999. بعد ذلك نحدد هاتين النقطتين على مستوى الإحداثيات ونصل بينهما كما هو واضح في الشكل (2)
ولتحديد معادلة الاتجاه العام بهذه الطريقة نقوم بإجراء الخطوات التالية:

نعطي السنوات القيم...,1,2,3 ونرمز للزمن بـ t ،فيكون لدينا المتغير المستقل الذي يمثل الزمن والمتغير التابع y الذي يمثل قيم المشاهدات.

نحسب الوسط الحسابي للفترة الأولى الممتدة من عام 1990 ولغاية 1996 ،فنجد:

$$\bar{t}_1 = \frac{\sum t_i}{n} = \frac{28}{7} = 4 \Rightarrow \bar{y}_1 = 167.86$$

نحسب الوسط الحسابي للفترة الثانية الممتدة من عام 1997 ولغاية 2002 ،فنجد:

$$\bar{t}_2 = \frac{\sum t_i}{n} = \frac{77}{7} = 11 \Rightarrow \bar{y}_2 = 205$$

لتكن معادلة خط الاتجاه العام من الشكل :

$$y_t = at_i + b$$

إن هذا الخط المستقيم يمر من نقطتي الإحداثيات $(t_1, y_1),(t_2, y_2)$ ،فينتج عن ذلك:

$$167.86 = 4a + b$$
$$205 = 11a + b$$

بالحل المشترك للمعادلتين السابقتين،نجد:

$$a = 5.31$$
$$b = 146.59$$

إذا فالعلاقة بين t و y ، يمكن تمثيلها كالآتي:

$$\tilde{y}_t = 5.31t_i + 146.59$$

وهي معادلة خط الاتجاه العام بطريقة الأوساط النصفية.

- **الطريقة الرياضية:**

– **الطريقة المباشرة لحساب معادلة الاتجاه العام:** بفرض أن العلاقة بين الزمن t والظاهرة المدروسة y هي علاقة خطية فإن المعادلة التي تعطينا قيم الظاهرة تبعا للزمن هي:

$$y_t = at_i + b \qquad (1-8)$$

حيث a,b ثابتا المعادلة.

إن هذه المعادلة تعطينا خط الاتجاه العام. ولإيجاد قيمة الثابتين a,b نوجد المعادلتين الطبيعيتين باستخدام طريقة المربعات الصغرى على الشكل الآتي:

$$\begin{aligned} \sum y_i &= a\sum t_i + nb \\ \sum y_i t_i &= a\sum t_i^2 + b\sum t_i \end{aligned} \qquad (2-8)$$

بحل هاتين المعادلتين نحصل على قيمتي a,b وبالتالي نستطيع رسم خط الاتجاه العام بالتعويض في المعادلة رقم $(1-8)$ بقيمتين من قيم t.

كما ويمكن إيجاد قيمة الثابتين a,b بطريقة المعينات، حيث تساعدنا هذه الطريقة على إيجاد قيمة أحد الثابتين فقط دون الحاجة لحساب الآخر، كالآتي:

$$a = \frac{\begin{vmatrix} \sum y_i & n \\ \sum y_i t_i & \sum t_i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum t_i & n \\ \sum t_i^2 & \sum t_i \end{vmatrix}} \qquad (3-8)$$

$$b = \frac{\begin{vmatrix} \sum t_i & \sum y_i \\ \sum t_i^2 & \sum y_i t_i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum t_i & n \\ \sum t_i^2 & \sum t_i \end{vmatrix}} \qquad (4-8)$$

مثال $(8-2)$:

أوجد خط الاتجاه العام للمعلومات الواردة في الجدول $(8-1)$ والمتعلقة بقيم الصادرات في الجمهورية العربية السورية للفترة 1990 ولغاية 2002 :

الجدول رقم $(8-3)$: المساعد لحساب معادلة الاتجاه العام لقيم الصادرات

السنوات	t_i	قيمة الصادرات مليون ليرة y_i	$y_i t_i$	t_i^2
1990	1	150	150	1
1991	2	160	320	4
1992	3	170	510	9
1993	4	165	660	16
1994	5	180	900	25
1995	6	170	1020	36
1996	7	180	1260	49
1997	8	175	1400	64
1998	9	190	1710	81
1999	10	200	2000	100
2000	11	220	2420	121
2001	12	230	2760	144
2002	13	240	3120	169
$\sum$	91	2430	18230	819

لنفترض أن العلاقة بين قيم الصادرات والزمن هي علاقة خطية من الشكل: $y_i = at_i + b$ ، ولإيجاد معادلة انحدار y على t يلزمنا معرفة a و b لذلك نحتاج إلى حل المعادلتين الطبيعيتين أرقام $(8-3)$ و $(8-4)$ ، بحيث يلزمنا القيم $\sum y_i$ و $\sum t_i$ و $\sum y_i t_i$ و $\sum t_i^2$ لذلك ننشأ الجدول المساعد رقم $(8-3)$. بالتعويض في المعادلات الطبيعية أرقام $(8-3)$ و $(8-4)$ ، نجد:

$$2430 = 91a + 13b$$
$$18230 = 819a + 91b$$

بالحل المشترك لهاتين المعادلتين نحصل على قيمتي a و b ،كالآتي : $a = 7.7$ و $b = 140$ ، وتصبح معادلة مستقيم انحدار y على t : $\tilde{y}_t = 7.7t_i + 140$ بحيث $t = 0$ هي سنة الأساس وهي تقابل السنة 1989 .

أما الحل بطريقة المعينات،فتكون كالآتي :

$$a = \frac{\begin{vmatrix} 2430 & 13 \\ 18230 & 91 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 91 & 13 \\ 819 & 91 \end{vmatrix}} = \frac{-18290}{-2366} = 7.7$$

$$b = \frac{\begin{vmatrix} 91 & 2430 \\ 819 & 91 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 91 & 13 \\ 819 & 91 \end{vmatrix}} = \frac{-331240}{-2366} = 140$$

ويتم رسم خط الاتجاه العام بالطريقة الرياضية بتعيين نقطتين منه،كالآتي :

النقطة الأولى $t \Longleftarrow$ $t = 2, \tilde{y} = 155.4$

النقطة الثانية $m \Longleftarrow$ $t = 8, \tilde{y} = 201.6$

وبتحميل هاتين النقطتين على محوري الإحداثيات والوصل بينهما نحصل على خط الاتجاه العام،كما هو موضح بالشكل رقم $(8-1)$.

– **الطريقة المختصرة لحساب معادلة الاتجاه العام**: إن الطريقة المباشرة لإيجاد خط الاتجاه العام طويلة وتحتاج إلى عمليات حسابية كبيرة لا سيما عندما يكون عدد المشاهدات كبير نسبيا.لهذا يلجأ عادة إلى استخدام الطريقة المختصرة في إيجاد معادلة خط الاتجاه العام.تعتمد هذه الطريقة على اعتبار أن سنة الأساس تقع في منتصف السلسلة وبما أن $\sum(t_i - \bar{t}) = 0$ ،فإن المتغير المستقل(الزمن)سوف يصبح T وهو يعبر عن انحرافات t عن وسطها الحسابي أي $T_i = t - \bar{t}$ وأن $\sum T = \sum(t_i - \bar{t}) = 0$ ،تصبح المعادلتين الطبيعيتين :

$$\sum y_i = nb \qquad (5-8)$$

$$\sum y_i T_i = a \sum T_i^2 \qquad (6-8)$$

أو

$$\sum y_i \left(t_i - \bar{t}\right) = a \sum \left(t_i - \bar{t}\right)^2 \qquad (7-8)$$

ومنه تتحدد مباشرة قيم a و b بحيث يكون:

$$b = \frac{\sum y_i}{n} \qquad (8-8)$$

$$(9-8)$$

$$a = \frac{\sum y_i T_i}{\sum T_i^2}$$

أو

$$a = \frac{\sum y_i \left(t_i - \bar{t}\right)}{\sum \left(t_i - \bar{t}\right)^2} \qquad (10-8)$$

مثال $(3-8)$:

لنفترض أنه لدينا السلسلة الزمنية الآتية عن كمية إنتاج الأسمنت (معلومات مفترضة)

جدول $(8-4)$: سلسلة كمية إنتاج الأسمنت(ألف طن)

كمية الإنتاج (ألف طن) y_i	t_i	العام
203	1	1990
190	2	1991
205	3	1992
210	4	1993
204	5	1994
212	6	1995
210	7	1996
215	8	1997
220	9	1998
218	10	1999
225	11	2000

والمطلوب: إيجاد معادلة خط الاتجاه العام بالطريقة المختصرة.

الحل:

لنفترض أن سنة الأساس تقع في منتصف السلسلة.وبما أنها تتألف من 11 سنة فإن السنة السادسة هي 1995 تقع في الوسط تماما حيث تساوي الصفر.ونعطي السنوات السابقة لسنة الأساس أرقاما متسلسلة سالبة ،أما السنوات التالية لسنة الأساس فتعطى أرقام متسلسلة موجبة،ثم نحسب الكميات $\sum\left(t_i-\bar{t}\right)^2$ و $\sum t_i$ و $\sum y_i\left(t_i-\bar{t}\right)$ الواردة في المعادلتين $(8-5)$ و $(8-6)$ حسب الجدول المساعد الآتي:

الجدول رقم $(8-5)$: المساعد لحساب معادلة الاتجاه العام لكمية الإنتاج

السنوات	t_i	كمية الإنتاج y_i (ألف طن)	$t_i-\bar{t}$	$(t_i-\bar{t})^2$	$y_i(t_i-\bar{t})$	$y_i t_i$
1990	1	203	-7.18	51.55	-1457.54	203
1991	2	190	-20.18	407.23	-3834.2	380
1992	3	205	-5.18	26.83	-1061.9	615
1993	4	210	-0.18	0.032	-37.8	840
1994	5	204	-6.18	38.19	-1260.72	1020
1995	6	212	1.82	3.31	385.84	1272
1996	7	210	-0.18	0.032	-37.8	1470
1997	8	215	4.82	23.23	1036.3	1270
1998	9	220	9.82	96.43	2160.4	1980
1999	10	218	7.82	61.15	1704.76	2180
2000	11	225	14.82	219.63	3334.5	2475
$\sum$	66	2312		927.61	-47748.8 $+8621.8$ $=-38469.2$	14155

بتطبيق العلاقات $(8-8)$ و $(8-9)$، نجد: $a=-4.15$ و $b=210.18$.

وبالتالي تكون معادلة الاتجاه العام $\tilde{y}_i=-4.15T_i+210.18$.

حيث سنة الأساس هي 1995 وأن T سنة كاملة.

إن المعادلة السابقة يمكن أن تكتب على الشكل الآتي:

$$\tilde{y}_i=-4.15(t_i-6)+210.18$$
$$\tilde{y}_i=-4.15t_i+24.9+210.18$$
$$\tilde{y}_i=-4.15t_i+235.08$$

حيث أن سنة الأساس هي 1989 سنة كاملة.

إن الثابت a يحدد الزيادة السنوية وهو يمثل ميل خط الاتجاه العام، وهذا المقدار لم يتغير سواء باستخدام الطريقة المباشرة أو لمختصرة في إيجاد معادلة خط الاتجاه العام.

أما الثابت b فهو يحدد قيمة الاتجاه العام في سنة الأساس، ولهذا فإن قيمته تختلف باختلاف سنة الأساس.

من ناحية أخرى، إن المعادلة بالطريقة المباشرة، هي: $\tilde{y}_i = 2.463t_i + 195.1$ ، وهي تختلف عن المعادلة بالطريقة المختصرة $\tilde{y}_i = -4.15t_i + 235.08$ ، تبعا لاختلاف سنة الأساس وتبقى نتائج معادلة الاتجاه العام وفي كلتا الحالتين واحدة.

فلو أردنا التنبؤ بكمية إنتاج الاسمنت في عام 2008 فإننا نعوض في المعادلة الأولى بقيمة t والتي تساوي 19 لأن سنة الأساس هي 1995. فينتج لدينا: $\tilde{y}_{2008} = 241.897$.

وإذا أردنا التنبؤ بكمية إنتاج الاسمنت في عام 2008 باستعمال الطريقة المختصرة ،فإننا نعوض في قيمة T التي تساوي 13 لأن سنة الأساس هي 1995 ، وينتج لدينا: $\tilde{y}_{2008} = 156.23$

مثال $(8-4)$:

لنفترض أن كمية استهلاك الكهرباء في شوارع المدينة(مقاسة بألف كيلو واط في الساعة)خلال سنوات أو أشهر الفترة 1991 إلى 1998 كانت كما في الجدول الآتي:

جدول $(8-5)$: يبين استهلاك كمية الكهرباء

العام	t_i	كمية استهلاك الكهرباء (ألف كيلو واط) y_i
1991	1	273
1992	2	293
1993	3	315
1994	4	337
1995	5	364
1996	6	395
1997	7	324
1998	8	459

والمطلوب: إيجاد معادلة خط الاتجاه العام بالطريقة المختصرة.

الحل:

لنفترض أن سنة الأساس تقع في منتصف السلسلة. وبما أنها تتألف من 8 سنوات، فإن فترة الأساس تقع بين نهاية السنة الرابعة وهي 1994 وبين بدء السنة الخامسة وهي 1995. إن المسافة بين فترة الأساس وبين مركز السنة الرابعة هي في هذه الحالة نصف سنة ونعطيها القيمة -0.5.

أما المسافة بين فترة الأساس وبين مركز السنة الثالثة فهو سنة ونصف ونعطيها لقيمة -1.5. وهكذا بالنسبة لباقي السنوات ونطبق نفس المبدأ على السنوات التي تلي فترة الأساس حيث المسافة بين فترة الأساس ومركز السنة الخامسة هو نصف سنة ويأخذ القيمة 0.5. وبين فترة الأساس ومركز السنة السادسة هو 1.5.

وهكذا نحسب الكميات $\sum y_i$ و $\sum (t_i - \bar{t})$ و $\sum y_i (t_i - \bar{t})$، كما في الجدول المساعد الآتي :

الجدول رقم $(8-6)$: المساعد لحساب معادلة الاتجاه العام لكمية الاستهلاك

السنوات	t_i	كمية الاستهلاك (ألف كيلو واط) y_i	$t_i-\bar{t}$	$(t_i-\bar{t})^2$	$y_i(t_i-\bar{t})$	$y_i t_i$
1991	1	273	-3.5	12.25	-955.5	380
1992	2	293	-2.5	6.25	-732.5	615
1993	3	315	-1.5	2.25	-472.5	840
1994	4	337	0	0	-168.5	1020
1995	5	364	0.5	0.25	182	1272
1996	6	395	1.5	2.25	592.5	1470
1997	7	324	2.5	6.25	810	1270
1998	8	459	3.5	12.25	1606.5	1980
$\sum$	36	2760			862	14155

بتطبيق العلاقات $(8-8)$ و $(8-9)$، نجد: $a=20.52$ و $b=345$.

وبالتالي تكون معادلة الاتجاه العام $\tilde{y}_i = 20.52T_i + 345$.

حيث سنة الأساس هي 1995 وأن T سنة كاملة.

إذا كان لدينا معادلة خط الاتجاه العام السنوية، وأردنا تحويلها إلى معادلة شهرية فإنه يكفي أن نقسم a على 12 فنحصل على الزيادة الشهرية t علما بأن b تبقى ثابتة ويمكننا في هذه الحالة الإشارة إلى أن t متغير بمقدار شهر واحد.

$8-3$ **التغيرات الموسمية**: إن الظواهر الاقتصادية والاجتماعية تتغير بمرور الزمن .وأن هذا التغير قد يكون متدرجا أو منتظما تم قياسه بواسطة معادلة خط الاتجاه العام أو باستخدام الأوساط النصفية أو المتحركة وغيرها.

ولكن قد يكون التغير موسميا أو شهريا، تبعا لعوامل موسمية مختلفة مثل العطل السنوية،زيادة استهلاك الكهرباء في نفس الفصل،زيادة عدد السياح القادمون في فصل الصيف إلى القطر....الخ.

تتلخص فكرة قياس التغيرات الموسمية حول التخلص من أثر قيم الاتجاه العام،وقيم ذلك بنسب قيم الظاهرة الفعلية إلى قيم الاتجاه العام (القيم النظرية)،فنحصل على نسب مئوية تدل على درجة الاختلاف والتغير فوق الأساس أو أدنى منه،تسمى هذه الطريقة (طريقة النسب إلى الاتجاه العام)وتتألف من النقاط التالية:

– نحسب قيم الاتجاه العام الشهرية ،التي تمثل القيم النظرية أي القيم التي كان من المتوقع الحصول عليها فيما لو كانت العلاقة تامة بين الزمن وتطور الظاهرة المدروسة،ويتم حساب قيم الاتجاه العام سواء باستعمال طريقة الأوساط المتحركة أو الطريقة الرياضية.

– ننسب القيم الفعلية الشهرية أو الفصلية للظاهرة إلى قيمة الاتجاه العام في نفس الشهر والناتج نضربه بمائة لنحصل على رقم قياسي يمثل التغير الحاصل نتيجة للقوى الموسمية،مما أدى إلى تغيير القيمة النظرية للشهر أو الفصل.

– نحسب الوسط الحسابي للأرقام القياسية الموسمية لكل شه أو فصل ونعتبر الناتج ممثلا للقوى الموسمية في ذلك الشهر أو الفصل .

مثال $(8-5)$:

أرادت إحدى شركات صناعة الحلويات التنبؤ بكميات مبيعاتها خلال الفصول الأربعة من العام القادم،لوضع خطتها الإنتاجية وتقديمها لمجلس الإدارة،فاعتمدت على بيانات المبيعات خلال أربع الأعوام الماضية التي كانت كما في الجدول الآتي:

جدول $(8-7)$: بيانات المبيعات(فرضية)

الفصل / السنة	الأول	الثاني	الثالث	الرابع
2000	20	12	10	18
2001	23	14	13	22
2002	28	18	17	26
2003	30	21	20	28

والمطلوب: حساب الأرقام القياسية الموسمية لهذه البيانات

الحل :

نقوم أولا بحساب قيم الاتجاه العام الشهرية سواء بالطريقة الرياضية أو بواسطة الأوساط المتحركة،وعادة نعتمد على الطريقة الثانية. وقد جرت العادة على حساب الوسط المتحرك لفترة أربع فصول، ونظرا لأن الوسط الناتج سيكون متمركزا في بداية الفصل بينما يجب أن يكون متمركزا في منتصفه،لهذا يعمد إلى أخذ الوسط الحسابي لوسطين متحركين من فترة أربع فصول، وبذلك يصبح الوسط الجديد متمركزا في منتصف الفصل. من الواضح كلما كبرت فترة الوسط المتحرك كلما قلت التذبذبات في قيمة الاتجاه العام.

إلى أن هذا يؤدي إلى خسارة عدد من المشاهدات يعادل طول الفترة موزعة بالتساوي في بداية السلسلة وفي نهايتها. والجدول الآتي يوضح ذلك.

جدول (8 – 8) : المساعد لحساب الوسط المتحرك والرقم القياسي الموسمي لمبيعات الحلويات

(1) السنة	(2) الفصل	y_t (3)	(4) المجموع المتحرك لـ 4 فصول	(5) المجموع المتحرك لكل مجموعتين من العمود 4	(6) الوسط المتحرك	(7) الرقم القياسي الموسمي %
	1	20	–	–	–	–
	2	12	–	–	–	–
2000	3	10	60	123	15.375	65
	4	18	63	128	16	112.5
	1	23	65	133	16.625	138.5
	2	14	68	140	17.5	80
2001	3	13	72	149	18.625	69.79
	4	22	77	158	19.75	111.39
	1	28	81	166	20.75	134.93
	2	18	85	174	21.75	82.75
2002	3	17	89	180	22.5	75.56
	4	26	91	185	23.125	112.43
	1	30	94	191	23.125	125.66
	2	21	97	97	23.125	173.19
2003	3	20	–	–	–	–
	4	28	–	–	–	–

لقد حصلنا من الجدول السابق وفق العمود رقم (7) على أربعة أرقام قياسية موسمية لكل فصل،نحسب بعد ذلك الوسط الحسابي للأرقام القياسية العائدة لكل فصل.يطلق على الأوساط الحسابية للأرقام القياسية التي نحصل عليها اسم الأرقام القياسية الموسمية الخام،حيث أن مجموعها قد يزيد أو ينقص قليلا عن المجموع النظري لهذه

الأرقام القياسية الموسمية وهو 320 . لهذا نلجأ إلى تصحيح هذه الأرقام القياسية بحيث يصبح مجموعها 320 ووسطها الحسابي 80 وذلك باستخدام طريقة النسب والتناسب.كما هو موضح بالجدول الآتي:

جدول (8 – 9) : المساعد لحساب الأرقام القياسية الموسمية لمبيعات الحلويات

الفصل / السنة	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	الأرقام القياسية الموسمية	
					الخام	المعدلة
1	–	138.3	134.93	125.66	130.3	130
2	–	80	82.75	173.19	83.99	83
3	65	69.79	75.56	–	52.59	52
4	112.5	111.39	112.43	–	55.69	55
$\sum$	177.5	399.48	405.67	298.85	322.85	320

نستنتج من الرقم القياسي المعدل أن مبيعات الحلويات ترتفع فوق المتوسط السنوي بسبب القوى الموسمية في الفصل الأول والثاني(الشتاء والخريف) ،بينما تهبط عن المتوسط في الفصلين الثالث والرابع.

8 – 4 **التغيرات الدورية والعرضية :** ترتبط التغيرات الدورية عادة بالظروف الاقتصادية التي تتكرر من فترة لأخرى وتسمى بالدورات الاقتصادية مثل الازدهار،الأزمة،الانكماش،والانتعاش الاقتصادي، حيث تستمر الدورة من ثلاث سنوات إلى سبع سنوات .

- **قياس القوى الدورية :** إذا كانت لدينا سلسلة سنوية،وأردنا حساب القوى الدورية والعشوائية،فإننا نقوم بنسبة القيم الفعلية إلى قيم الاتجاه العام فنحصل على الرقم القياسي للقوى الدورية والعشوائية معا.

أما إذا كانت لدينا سلسلة فصلية أو شهرية،فلحساب القوى الدورية والعشوائية،فإننا نحسب الرقم القياسي الموسمي،ثم نعدل به القيم الفعلية،والناتج ننسبه إلى قيم الاتجاه العام فنحصل على الرقم القياسي للقوى الدورية والعشوائية معا.

مثال $(8-6)$:

لنفترض أن إحدى شركات صناعة المثلجات أرادت التنبؤ بالطلب على منتجاتها خلال العام القادم،وذلك من خلال بيانات المبيعات للسنوات الأربعة الماضية، والتي كانت حسب الفصول كالآتي:

جدول $(8-10)$: بيانات المبيعات(فرضية)

الفصل / السنة	الأول	الثاني	الثالث	الرابع
الأول	10	13	10	16
الثاني	20	12	11	20
الثالث	30	14	19	13
الرابع	15	13	17	15

والمطلوب حساب :

- معادلة الاتجاه العام بالطريقة المباشرة.
- القيم النظرية $\tilde{y}_i$.
- الأرقام القياسية الموسمية.
- الأرقام القياسية للقوى الدورية والعشوائية.

الحل:

لحساب معادلة الاتجاه العام نقوم بإنشاء الجدول المساعد الآتي:

جدول(8–11) : المساعد لحساب القيم النظرية والرقم القياسي الموسمي لمبيعات المثلجات

السنة	الفصل	t_i	y_i	$y_i t_i$	t_i^2	$\tilde{y}_i$
2008	1	1	10	10	1	16.223
	2	2	20	40	4	16.125
	3	3	30	90	9	16.029
	4	4	15	60	16	15.932
2009	1	5	13	65	25	15.835
	2	6	12	72	36	15.738
	3	7	14	98	49	15.641
	4	8	13	104	64	15.544
2010	1	9	10	90	81	15.447
	2	10	11	40	100	15.35
	3	11	19	209	121	15.253
	4	12	17	204	144	15.156
2011	1	13	16	208	169	15.059
	2	14	20	280	196	14.962
	3	15	13	195	225	14.865
	4	16	15	240	256	14.768

نعوض في المعادلتين الطبيعيتين لإيجاد قيمتي الثابتين a و b كالآتي :

$$248=136a+16b$$
$$2075=1496a+136b$$

بالحل المشترك لهاتين المعادلتين، نجد: $a=-0.097$ و $b=16.32$

بالتعويض في معادلة خط الاتجاه العام، نحصل على:

$\tilde{y}_i = -0.097 t_i + 16.32$

وبناء على هذه المعادلة قمن بحساب قيم الاتجاه العام لكل فصل ووضعنا النتائج في الجدول $(8-11)$ في العمود الأخير.

أما من أجل حساب الأرقام القياسية الموسمية،فإننا ننسب الأرقام الفعلية إلى قيم الاتجاه العام،فنحصل على رقم قياسي موسمي لكل فصل حسب الجدول الآتي:

جدول $(8-12)$: المساعد لحساب لرقم القياسي الموسمي لمبيعات المثلجات

السنة	الفصل	y_i	$\tilde{y}_i$	$\frac{y_i}{\tilde{y}_i}.100$
2008	1	10	16.223	61.64
	2	20	16.125	124.02
	3	30	16.029	187.16
	4	15	15.932	94.15
2009	1	13	15.835	82.09
	2	12	15.738	76.24
	3	14	15.641	89.51
	4	13	15.544	83.63
2010	1	10	15.447	64.73
	2	11	15.35	71.66
	3	19	15.253	124.57
	4	17	15.156	112.17
2011	1	16	15.059	106.25
	2	20	14.962	133.67
	3	13	14.865	87.45
	4	15	14.768	101.57

ثم حساب الوسط الحسابي للأرقام القياسية الموسمية للفصول والنتائج ممثلة في الجدول الآتي:

جدول$(8-13)$: المساعد لحساب الوسط الحسابي للأرقام القياسية الموسمية لكل فصل لمبيعات المثلجات

الفصل / السنة	2008	2009	2010	2011	الأرقام القياسية الموسمية	
					الخام	المعدلة
1	61.64	82.09	64.73	106.25	78.57	78.64
2	124.02	76.24	71.06	133.67	101.24	101.24
3	187.16	89.51	124.57	87.45	122.17	122.17
4	94.15	83.63	112.17	101.57	97.88	97.95
$\sum$	466.97	331.53	372.53	428.94	399.86	400

أما الآن تعديل الأرقام الفعلية بالأرقام القياسية الموسمية. بعد حساب الأرقام القياسية الموسمية الخام نعمد إلى تخليص القيم الفعلية من آثار القوى الموسمية وذلك بقسمة القيم الفعلية على الأرقام الموسمية المعدلة وضرب الناتج بمئة والجدول الآتي يعطينا القيم الفعلية بعد استبعاد آثار القوى الموسمية منها كما هو في العمود رقم(4) .

جدول (8 – 14) : يبين استبعاد أثر القوى الموسمية وقوى الاتجاه العام

(1) السنة	(2) الفصل	(3) y_i	(4) الرقم القياسي الموسمي المعدل	(5) القيم الفعلية بعد استبعاد القوى الموسمية	(6) $\tilde{y}_i$	(7) الأرقام القياسية الدورية	(8) نسبة الزيادة أو النقص بسبب القوى الدورية
2008	1	10	78.64	12.72	16.223	78.38	-21.62
	2	20	101.24	19.76	16.125	122.50	22.50
	3	30	122.17	24.56	16.29	153.20	53.20
	4	15	97.95	15.31	15.932	96.12	-3.87
2009	1	13	78.64	16.53	15.835	104.39	4.39
	2	12	101.24	11.85	15.738	75.27	-24.69
	3	14	122.17	11.46	15.641	73.27	-26.73
	4	13	97.95	13.27	15.544	85.38	-14.62
2010	1	10	78.64	12.72	15.447	82.32	-17.67
	2	11	101.24	10.87	15.35	70.78	-29.22
	3	19	122.17	15.55	15.253	101.96	1.96
	4	17	97.95	17.36	15.156	114.51	14.51
2011	1	16	78.64	20.35	15.059	135.11	35.11
	2	20	101.24	19.76	14.962	132.03	32.03
	3	13	122.17	10.64	14.865	71.58	-28.42
	4	15	97.95	15.31	14.768	103.70	3.70

ثم نقوم بحساب الأرقام القياسية للقوى الدورية والعشوائية ونضعها في العمود رقم (7) من الجدول السابق،ونحصل عليها بقسمة القيم الفعلية التي استبعدنا منها آثار القوى الموسمية على قيم الاتجاه العام وضرب

الناتج بمائة،حيث أن الفرق بين القيم الفعلية المعدلة وبين قيم الاتجاه العام هو نتيجة القوى الدورية العشوائية والناتج وضعناه في العمود رقم(8) من الجدول السابق.

وأخيرا نستدل من الجدول السابق أن إنتاج المثلجات في الفصل الثالث من عام 2008 هو 16.29ألف كغ، إلا أن تفاعل القوى الموسمية والقوى الدورية قد جعلت الإنتاج يصل إلى 30 ألف كغ،وهذه الزيادة جاءت نتيجة القوى الموسمية التي أدت إلى زيادة مقدارها 22.17% ،نتيجة القوى الدورية التي أدت إلى زيادة مقدارها 53.20% .

8 – 4 **نماذج تركيب عناصر السلسلة الزمنية** :هناك نموذجان لتركيب عناصر السلسلة الزمنية هما نموذج الجمع ونموذج الضرب.

- نموذج الجمع : يقوم على فكرة أن القيمة الفعلية للظاهرة هي محصلة جمع قوى الاتجاه العام،القوى الموسمية،القوى الدورية،والقوى العشوائية،أي:

$$y_i = t + S + C + E \tag{11-8}$$

حيث: t الاتجاه العام.

S القوى الموسمية.

C القوى الدورية.

E القوى العشوائية.

يستخدم هذا النموذج عندما يكون مدى التغيرات الموسمية ثابت من سنة إلى أخرى،ومستقل عن قيم الاتجاه العام.وفي هذه الحالة فإن التشتت حول الاتجاه العام يكون ثابتا تقريبا.وسوف نختار للتشتت حول الاتجاه العام الانحراف المعياري السنوي المعرف بالعلاقة :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n}} \tag{12-8}$$

حيث n :عدد المشاهدات في السنة(4 إذا كانت السلسلة فصليةو 12إذا كانت السلسلة شهرية).

y_i : القيمة الفعلية لمشاهدات سنة ما.

$\bar{y}$: الوسط الحسابي للقيم الفعلية.

فإذا كان لدينا سلسلة زمنية شهرية مؤلفة من أربع سنوات، سوف يتكون لدينا أربعة أوساط حسابية وأربعة انحرافات معيارية.

فإذا كان التشتت σ ثابتا تقريبا مهما تكن قيمة الوسط الحسابي $\bar{x}$. فإننا نستخلص أن القيمة الفعلية للسلسلة الزمنية هي محصلة جميع القوى المكونة للسلسلة أما في حالة التردد والشك فيكفي حساب معادلة انحدار σ على $\bar{x}$ وفق المعادلة الآتية :

$$\sigma = a\bar{x} + b \qquad (12-8)$$

دراسة قيمة ميل المستقيم a :

فإذا كان $a < 0.05$ فإننا نتبنى نموذج الجمع.

فإذا كان $a > 0.05$ فإننا نتبنى نموذج الضرب.

وإذا كان $0.05 < a < 0.10$ فإننا نستخدم النموذجين ونختار الذي يعطينا أفضل قيمة.

ويعطى الثابتين a و b وفق العلاقة :

$$a = \frac{\sum (xi - x)(\sigma_i - \sigma)}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \qquad (13-8)$$

$$b = \sigma - a\bar{x} \qquad (14-8)$$

- نموذج الضرب: يعتمد على مبدأ أن القيمة الفعلية للظاهرة المدروسة هي محصلة القوى المكونة للسلسلة. فإذا كانت السلسلة سنوية أي لا تحتوي على تغيرات موسمية فالقيمة الحقيقية للظاهرة تساوي :

$$y_t = T.C.S \qquad (15-8)$$

$$y_i = T.C.S.E$$

وإذا كانت السلسلة فصلية أو شهرية فالعلاقة السابقة تصبح

$$(16-8)$$

مثال$(6-8)$:

لنأخذ معطيات المثال$(5-8)$ والمتعلق بمبيعات الحلويات حسب الفصول من عام 2000 ولغاية 2003 والمطلوب تحديد أي النموذجين يلاءم المعطيات؟

الحل:

نحسب أولا الوسط الحسابي والانحراف المعياري لمعطيات كل سنة على حدة ،فينتج لدينا:

جدول $(15-8)$: المساعد لحساب الأرقام القياسية الموسمية لمبيعات الحلويات

المتغير / السنة	$\bar{x}$	σ
2000	15	8
2001	18	10.5
2002	22.25	11.67
2003	24.75	9.4
$\sum$	20	9.89

لنجد معادلة انحدار σ على $\bar{x}$ أي نعوض في العلاقة $(12-8)$ ،ولكن قبل التعويض نحتاج إلى حساب كلاً من الثابتين a و b وذلك من خلال المعادلتين ذوات الأرقام $(13-8)$ و$(14-8)$ ،فنجد:

$$a = \frac{39.57}{80} = 0.49$$

أما b ،فنجد:

$$b = 9.89 - (0.49)(20) = 0.09$$

وتصبح معادلة انحدار σ على $\bar{x}$ ،كالآتي:

$$\sigma = 0.49\bar{x} + 0.09$$

من هذه العلاقة نجد أن $a = 0.49 > 0.10$ ،وبذلك فإن النموذج الذي يعبر عن محصلة القوى المؤثرة في السلسلة هو نموذج الضرب،بتعبير آخر فإن مدى التغيرات الموسمية غير ثابت من سنة لأخرى،وبالتالي غير مستقل عن قيم الاتجاه العام.

وبصورة عامة نعتمد نموذج الضرب في تحليل القوى للدورية والعشوائية إلا إذا نص على خلاف ذلك.

أسئلة و تمارين غير محلولة

1 – عرف السلاسل الزمنية، وعدد أنواعها من حيث دورية المشاهدات؟

2 – عدد القوى المؤثرة في السلاسل الزمنية؟

3 – عدد طرق تحديد خط الاتجاه العام؟

4 – ليكن لدينا الجدول الآتي الذي يعطينا إنتاج القطن في بلد ما خلال فترة زمنية معينة كالآتي:

الإنتاج	السنة	الإنتاج	السنة
66	1998	94	1990
67	1999	96	1991
67	2000	99	1992
74	2001	100	1993
81	2002	101	1994
81	2003	106	1995
95	2004	106	1996
94	2005	110	1997

والمطلوب حساب:

– معادلة الاتجاه العام بالطريقتين المباشرة والمختصرة.

– تفسير قيمتي ثابتين a و b في معادلة الاتجاه العام.

– الأرقام القياسية للقوى الدورية المؤثرة.

5 – ليكن لدينا الجدول الآتي الذي يمثل إنتاج الأسمنت شهريا في إحدى المحافظات خلال عدة سنوات:

الأشهر \ السنوات	2003	2004	2005	2005
كانون الثاني	2	4	8	14
شباط	3	5	10	12
آذار	4	6	7	8
نيسان	5	6	7	8
أيار	4	7	13	12
حزيران	4	7	6	5
تموز	6	3	2	1
آب	1	2	7	3
أيلول	3	4	5	6
تشرين أول	7	8	9	10
تشرين ثاني	1	2	5	7
كانون أول	3	4	6	8

والمطلوب حساب:

– معادلة الاتجاه العام بالطريقة والمختصرة.

– الأرقام القياسية الموسمية.

– الأرقام القياسية للقوى الدورية المؤثرة.

– تفسير النتائج.