الرياضيات الاقتصادية والمالية

القسم العملي

المحاضرة الثانية

المتواليات العددية

2020/3/24

علا البغدادي

تمارين ومسائل غير محلولة

1-اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتواليات الآتية: ص29

1) $a_n=\frac{e^n}{n^3}$

الحل:

الحد الأول عندما n=1، $a_1=\frac{2.7^1}{1^3}$ =7.2

الحد الثاني عندما n=2, $a_2=\frac{2.7^2}{2^3}$ = $\frac{72.9}{8}$

الحد الثالث عندما n=3، $a_3=\frac{2.7^3}{3^3}$ = $\frac{19.683}{27}$

الحد الرابع عندما n=4، $a_4=\frac{2.7^4}{4^3}$ = $\frac{53.14}{64}$

الحد الخامس عندما n=5، $a_5=\frac{2.7^5}{5^3}$ = $\frac{143.49}{125}$

5-احسب مجموع المتوالية الهندسية اللانهائية: $1,-\frac{1}{4},\frac{1}{16},\frac{1}{64}$

الحل:

متوالية هندسية لانهائية أي أن القيمة المطلقة للأساس أصغر من الواحد

مجموع حدود المتوالية الهندسية اللانهائية $S_\infty=\frac{a}{1-r}$

الأساس=1/ $-\frac{1}{4}$ = $-\frac{1}{4}$

الحد الأول =1

$S_\infty=\frac{1}{1--\frac{1}{4}}=\frac{1}{\frac{5}{4}}=\frac{4}{5}$

6-أوجد الحدود الخمسة الأولى للمتوالية المعرفة بالشكل: حيث a=1.

$a_n=3\ (a_{n-1}+2)$

a_2 =3 (1+2)=9

a_3 =3 (9+2)=33

a_4 =3 (33+2)= 105

a_5 =3 (105+2)= 321

7-إذا كانت :2،x،y،17 من اليمين إلى اليسار متوالية حسابية فأوجد قيم y,x.

المتوالية الحسابية الفرق بين كل حدين متتالين هو الأساس والمتوالية التي بين أيدينا فيها اربع حدود الفرق بين كل حد وماقبله dأي ان الفرق بين الحد الأخير والحد الأول هو 3d 17-2=3d يؤدي أن d=15/3=5

X=2+5=7

Y=7+5=12

8-إذا كان مجموع ثلاثة حدود متعاقبة في متوالية حسابية تساوي وجداؤهم يساوي 80 فأوجد الحدود الثلاثة (ارمز للحد الأوسط y)

X+y+z=15

X*y*z=80

Y=x+z/2(كل حد في متوالية حسابية هو متوسط الحد السابق والتالي)

x+ $\frac{x+z}{2}$+Z=15 بتوحيد المقامات من خلال ضرب ب2

2X+x+z+2z=30

3x+3z=30 أي x+z=10 أي y=10/2=5 متوسط الحدين السابق واللاحق

بالتعويض في معادلة الجداء x*5*z=80 يؤدي x*z=16

عددين مجموعها 10 وجداءهما 16 فما هما إما أن تكون x=1,z=9 ولكن الجداء 9

أو تكون x=2,z=8 والجداء 8*2=16(جرب بقية مكونات العدد عشرة للتأكد من انه لا يوجد حل اخر)

وبالتالي تكون المتوالية 2,5,8

9-إذا علمت أن الحد الثالث في متوالية هندسية يساوي $\frac{63}{4}$ والحد السادس منها يساوي $\frac{1701}{32}$ فأوجد الحد الخامس فيها.

$a_3=\frac{63}{4}$ $a_6=\frac{1701}{32}$ المتوالية هندسية أي $r^3 = a_6/a_3 = \frac{1701}{32} / \frac{63}{4}$ قسمة على كسر ضرب بمقلوب الكسر= $\frac{27}{8}$ يؤدي $\frac{27}{8}$ $r=\frac{3}{2}$ فالحد الخامس في هذه المتوالية هو الحد السادس مقسما على الأساس أي $\frac{567}{16}=\frac{1701}{32} / \frac{3}{2}$

10) لدينا متوالية حسابية حدها الأول 5 والحد ال(50) فيها يساوي (103)، كم حداً يجب أن نضيف إليها ليصبح مجموعها (572).

$a_1 = 5$ و $a_{50} = 103$

$a_{50} - a_1 = 98$ الفرق بين الحد الأول والحد خمسين 98 وعدد الحدود بين هذين الحدين هو 49 حد وبما ان المتوالية حسابية فان الأساس =98/49=2 أي كل حد يزيد عن الحد السابق ب2.

$$s_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)\ d]$$

$$\frac{n}{2}[2(n-1)+10] = 572 \quad n+n5-n^2$$

أي تصبح المعادلة $n^2 + 4n - 572 = 0$ والحل: $(n+26)(n-22) = 0$ إما $n = -26$ وهذا مرفوض لانه عدد طبيعي يجب أن يكون عدد الحدود.

أو $n = 22$ وهو الحل المقبول.

13-اكتب الكسر العشري المتكرر 0.222222 بصورة كسر عادي.

الحل: $\frac{22}{100} + \frac{22}{10000} + \frac{22}{1000000}$

$$\frac{22}{100} + \frac{1}{100} * \frac{22}{100} + \frac{1}{100^2} * \frac{22}{100}$$

أي أن الحد الأول في هذه المتوالية هو $a = \frac{22}{100}$

والاساس هو $r = \frac{1}{100}$ وبما ان الأساس اصغر من 1 فالمتوالية هندسية لانهائية ومجموعها يساوي $s_\infty = \frac{a}{1-r}$

$$s_\infty = \frac{\frac{22}{100}}{1-\frac{1}{100}} = \frac{22}{99}$$

15) أوجد مجموع كل الأعداد ثلاثية الأرقام ومن مضاعفات العدد خمسة.

إذا اعتبرناها متوالية تبدأ بالعدد 100 وتزداد خمسة كل مرة وتنتهي بالعدد 995 فإن $a = 100$ و $d = 5$

$An = 995 \quad 100 + (n-1)\ 5 = 995$ يؤدي $n = 180$

ومجموع الحدود $s_n = 90\ [100 + 995] = 98550$

16) متوالية حسابية فيها: $a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = 15$

$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 17.5$

أوجد حدها الأول وأساسها

نفصل المعادلة الأولى بدلالة 15 a2= $a_2 + a_2+2d + 4d + a_2+6d + a_{2+6d}+ a_2 + 8d$

$$A+5d=3$$

$$27.5= 5[2a+(9)d)] =10a+45d=27.5$$

نعوض من المعادلة الأولى قيمة a فتصبح المعادلة الثانية 10*(3-5d)+ 45d=27.5 أي -2.5=-5d أي d=0.5 وبالتالي a=3-5*0.5=0.5