الرياضيات الاقتصادية والمالية

السنة الثانية

القسم العملي

المحاضرة الثالثة

الفائدة البسيطة والفائدة المركبة

2020/3/31

علا البغدادي

تمارين ومسائل غير محلولة

1-أودع شخص مبلغاً من المال قدره 7000ل.س بفائدة مركبة معدلها 4% سنوياً حتى نهاية مدة ما، وفي نهاية وجد أن جملة ما تكون له 12121.76 . ص51

المطلوب: احسب مدة إيداع هذا المبلغ.

الحل:

C=7000, i=4%, $c_{n=}$ 12121.76

$$c_{n=}C(1+i)^n$$

$$12121.76 = 7000\ (1+0.04)^n$$

$$12121.76 - 7000 = (1+0.04)^n$$

$$(1.04)^n = 1.73168$$

في حال كان الأس مجهول نأخذ لوغاريتم الطرفين لأن لوغاريتم عدد هو اس هذا العدد (ملاحظة: يرجى مراجعة بحث اللوغاريتمات في حال وجود صعوب بفهم كيف انتقلنا لهذه الخطوة).

$$\ln (1.04)^n = \ln 1.73168$$

$n \ln(1.04) = \ln 1.73168$ (خصائص اللوغاريتمات لوغاريتم عدد له اس نضرب الاس بالعدد)

$$N = \frac{\ln 1.73168}{\ln(1.04)}$$

$$N = \frac{0.54909}{0.0392207132}$$

$$N = 14\%$$

2-احسب القيمة المستقبلية لقرض قيمته 8500 ل.س بعد 10 سنوات إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة 4.5% سنوياً.

$$v_{n=}\ v_{p(1+i)^n}$$

$$v_{n=}\ 8500\ _{(1+0.045)^{10}}$$

$$= 13200$$

3-بعد مضي ست سنوات من إيداع شخص مبلغ قدره 2500ل.س في حساب التوفير بفائدة مركبة معدلها 8%، انخفض معدل الفائدة المركبة إلى 5% سنوياً.

$$c_{n=}C(1+i)^{n}$$

$$c_{n=}\ 2500\ (1+0.08)^{6}$$

$$=3967.185$$

$$c_{n=}\ 3967.185\ (1+0.05)^{10}$$

$$=6462.126$$

4-ما المبلغ الذي يجب أن تودعه الان بفائدة مركبة معدلها 8% سنويا على أساس أن الفائدة تضاف كل ثلاثة شهور ولمدة 20 عام ليصبح رصيدك 10000.

$$c_{n=}C(1+\frac{i}{m})^{m.n}$$

$$10000\ =C(1+\frac{0.08}{4})^{20.4}$$

$$C=\frac{10000}{1.02^{80}}$$

$$C=\frac{10000}{4.87543}$$

$$C=2051.10$$

6-ما المدة اللازمة لإيداع مبلغ قدره 5000 ل.س بفائدة مركبة معدلها 9.5 % سنوياً والفائدة تضاف كل ثلاثة شهور للحصول على مبلغ 8000 ل.س؟

$C=5000,i=9,5\%,m=4,\ \ c_{n=}8000$

$$c_{n=}C(1+\frac{i}{m})^{m.n}$$

$$8000=\ 5000\ (1+\frac{0.095}{4})^{4.n}$$

$$(1.02375)^{4.n}=1.6$$

نأخذ لوغاريتم الطرفين $\ln(1.02375)^{4.n} = \ln(1.6)$ من خواص اللوغاريتمات لوغاريتم الاس نضرب الاس باللوغاريتم

$$\ln(1.6) = 4n.\ln(1.02375)$$

$$4n=\frac{\ln(1.6)}{\ln(1.02375)}$$

$$N=\frac{20.02}{4}=5$$

7-أودع أحمد مبلغاً قدره 40000ل.س في مصرف لمدة ثلاث سنوات وست أشهر، فإذا علمت أن المصرف يعطي فائدة مركبة معدلها 10% سنويا. احسب: القيمة المستقبلية (الجملة)لهذا المبلغ في نهاية المدة.

$$c_{n+\frac{a}{b}}=C(1+i)^{n+\frac{a}{b}}$$

$$c_{n+\frac{a}{b}}=C(1+i)^{n+\frac{a}{b}}$$

$$= 40000\ (0.1+1)^{3\frac{6}{12}}$$

$$=55838.583$$

وهذا وفق الطريقة التجارية

أما الطريقة الثانية: $c_{n+\frac{a}{b}}=C(1+\frac{a}{b}\ i)$

$$=40000\ (\frac{6}{12}.0.1+1)$$

$$=55902$$

8-ما المبلغ الذي سيصبح في حسابك بعد عامين من إيداع مبلغ قدره 5000 ل.س بفائدة مركبة معدلها 8% سنويا والفائدة تضاف بشكل مستمر طيلة أيام السنة.

C=5000, i=8%

$$A_{n=}\ p.e^{i.n}$$

$$A_{n=}\ 5000.e^{.008.2}$$

$$=5867.554355$$

9-عند شراء شخص لجهاز الحاسب، دفع من ثمنه 10000 ل.س نقدا واتفق مع البائع على دفع 7500 ل.س بعد عامين بفائدة مركبة معدلها 6% سنويا على أساس أن الفائدة تضاف مرتان في السنة، والمطلوب ما ثمن جهاز الحاسوب نقدا عند تاريخ الشراء؟

M=2,i=6%, $c_{n=7500}$

$$_{7500=}\ c\ (1+\frac{0.06}{2})^{2.2}$$

$$_{7500=}\ c\ (1+0.03)^{4}$$

$$_{7500=}\ c\ *1.12550881$$

C=6663.528593977

هذه قيمة ال 7500 حاليا مع إضافة ال 10000الاولى يصبح ثمن الكمبيوتر حاليا 16663.528593977.

11-ما معدل الفائدة المركبة الاسمي السنوي حيث تضاف الفائدة كل ثلاثة شهور، إذا عملت أن معدل الفائدة المركبة الحقيقي السنوي هو 8.8%؟

الحل:

J= ,i=8.8%, m=4

$$J=m[(1+i)^{\frac{1}{m}} -1$$

$$=4[(1.88)^{\frac{1}{4}} -1$$

=%8.52

12-لدى أحد الأشخاص مبلغ 15000ل.س، أراد استثماره في أحد المصارف بفائدة مركبة فعرضت عليه ثلاثة مصارف العروض الثلاثة الاتية:

1- فائدة مركبة حقيقية معدلها 6.855% سنويا والفائدة تضاف في نهاية كل سنة.

2- فائدة مركبة معدلها 6.5% سنويا والفائدة تضاف مرتين.

3- فائدة مركبة معدلها 6.75% سنوياً والفائدة تضاف ثلاث مرات في السنة. فأي عرض هو الأفضل للمستثمر؟

I 1=6.85 ،m=1،15000

I2=6.5, m=2

$$c_n=C(1+\frac{i}{m})^{m.n}$$

16027.5=(1.0685) 15000

$$c_n=15000(1+\frac{0.065}{2})^2$$

=15990.84375

$$c_n=15000(1+\frac{0.0675}{3})^3$$

= 16035.452

عرض المصرف الثالث هو الأفضل (استخرجوا نسبة الفائدة).

13-تاجر مدين بمبلغ 450000 ل.س تستحق في نهاية ست سنوات، اوجد القيمة الحالية لهذا الدين اذا حسبت الفائدة المركبة بمعدل 4% سنويا، ثم احسب قيمة الخصم.

$$355647.56=450000(1.04)^{-6}= v_{\text{p}=}\ v_{n(1+i)^{-n}}$$

قيمة الخصم هي قيمة الدين –القيمة الحالية للدين=450000-355647.56=94358.45

14-ثلاثة ديون قيمها الاسمية 30000,40000,50000 ل.س تستحق بعد 3,5,6 سنوات على الترتيب والمطلوب:

1- اوجد القيمة الحالية للسندات الثلاثة.

2- احسب مقدار خصم الديون الثلاثة إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة 7% سنوياً.

الحل:

$$24488.936=\frac{30000}{1.07^3}$$

$$28519.48=\frac{40000}{1.07^5}$$

$$33333=\frac{50000}{1.07^6}$$ مجموع القيم الحالية =86341.41

$$\text{الخصم} = 30000 + 40000 + 50000 - 86341.41 = 33674.5$$

16-شخص مدين بالسندين التاليين:

الأول قيمته 500000 ل.س يستحق الدفع بعد ثلاث سنوات من الان.

والثاني قيمته 600000 ل.س يستحق الدفع بعد خمس سنوات من الان.

يريد هذا الشخص أن يستعيض عن هذين السندين بسند وحيد يستحق بعد 7 سنوات من الان، ما القيمة الاسمية للسند الجديد اذا علمت أن معدل الفائدة المركبة 6% سنويا.

$$\frac{v_{\text{n}}}{(1+i)^n}=\frac{v_{\text{n1}}}{(1+i)^{n1}}+\frac{v_{\text{n2}}}{(1+i)^{n2}}$$

$$\frac{v_{\text{n}}}{(1+i)^n}=\frac{500000}{1.191016}+\frac{600000}{1.338225577}$$

$$=419809.641+448354=868164.54=\frac{v_{\text{n}}}{1.503}$$

$$\text{Vn}=1304851$$

ملاحظة فرق الأرقام نتيجة التقريب.

17-تاجر مدين بالسندين التاليين:

سند قيمته الاسمية 200000ل.س يستحق السداد بعد ثلاث سنوات من الان.

وسند قيمته الاسمية 300000 ل.س يستحق السداد بعد خمس سنوات من الان.

أراد هذا التاجر استبدال هذين السندين بسندين جديدين متساويين بالقيمة الاسمية يستحق الأول بعد ست سنوات ويستحق الثاني بعد سبع سنوات علما ان معدل الفائدة المركبة 6% سنويا ما قيمة كل من السندين الجديدين؟

القيمة الحالية للديون الجديدة =القيمة الحالية للديون القديمة

$$\frac{v_{n3}}{(1+i)^{n3}} + \frac{v_{n4}}{(1+i)^{n4}} = \frac{v_{n1}}{(1+i)^{n1}} + \frac{v_{n2}}{(1+i)^{n2}}$$

$$\frac{v_{n3}}{(1.06)^{6}} + \frac{v_{n4}}{(1.06)^{7}} = \frac{20000}{(1.06)^{3}} + \frac{300000}{(1.06)^{5}}$$

$$\frac{v_{n3}}{1.4185} + \frac{v_{n4}}{1.50363} = \frac{20000}{1.191016} + \frac{300000}{1.3382255776}$$

$$\frac{v_{n3}}{1.4185} + \frac{v_{n4}}{1.50363} = \frac{20000}{1.191016} + \frac{300000}{1.3382255776}$$

$$392101.31 = \frac{1.461(vn3+vn4)}{2.132899}$$

وبما أن السندين الجديدين متساويين بالقيمة الاسمية فان vn3=vn4 أي

286212.351=2/1461/2.132899*392101.31=