جداول مهمة :

الجدول (1) العوامل في الحالة التوازنية

f_y Mpa	α_b	A_{ob}	r_b	γ_b
240	0.616	0.426	1.532	0.692
280	0.588	0.415	1.552	0.706
300	0.576	0.410	1.562	0.712
360	0.541	0.395	1.592	0.730
400	0.520	0.385	1.612	0.740
420	0.510	0.380	1.622	0.745
	$\alpha_b = \frac{535.5}{630+f_y}$	$A_{ob} = \alpha_b(1-0.5\alpha_b)$	$r_b = \sqrt{\frac{1}{A_{ob}}}$	$\gamma_b = 1-0.5\alpha_b$

الجدول (2) العوامل في الحالة الأعظمية 1

f_y Mpa	$\alpha_{max} = 0.75\alpha_b$	$A_{o\max}$	$r_{min} = \sqrt{\frac{1}{A_{ob}}}$	$\gamma_{min} = 1-0.5\alpha_b$
240	0.462	0.355	1.678	0.769
280	0.441	0.344	1.705	0.779
300	0.432	0.339	1.719	0.784
360	0.406	0.323	1.758	0.797
400	0.390	0.314	1.785	0.805
420	0.383	0.309	1.798	0.809

الجدول (3) العوامل في الحالة الأعظمية 2

f_y Mpa	$\alpha_{max} = 0.5\alpha_b$	$A_{o\max}$	$r_{min} = \sqrt{\frac{1}{A_{ob}}}$	$\gamma_{min} = 1-0.5\alpha_b$
240	0.308	0.260	1.960	0.846
280	0.294	0.251	1.996	0.853
300	0.288	0.246	2.014	0.856
360	0.270	0.234	2.068	0.865
400	0.260	0.226	2.103	0.870
420	0.255	0.222	2.120	0.873

الجدول (4) نسبة التسليح في الحالة التوازنية $\mu_b = \frac{455.17}{630+f_y}\frac{f_c'}{f_y}$

f_y Mpa	f_c' Mpa					
	18	20	22	25	28	30
240	0.0392	0.0436	0.0480	0.0545	0.0610	0.0654
280	0.0322	0.0357	0.0393	0.0447	0.0500	0.0536
300	0.0294	0.0326	0.0359	0.0408	0.0457	0.0489
360	0.0230	0.0255	0.0281	0.0319	0.0358	0.0383
400	0.0199	0.0221	0.0243	0.0276	0.0309	0.0331
420	0.0186	0.0206	0.0227	0.0258	0.0289	0.0310

الجدول (5) نسبة التسليح في الحالة الأعظمية $\mu_{max} = 0.75\mu_b = \frac{341.38}{630+f_y}\frac{f_c'}{f_y}$

f_y Mpa	f_c' Mpa					
	18	20	22	25	28	30
240	0.0294	0.0327	0.0360	0.0409	0.0458	0.0490
280	0.0241	0.0268	0.0295	0.0335	0.0375	0.0402
300	0.0220	0.0245	0.0269	0.0306	0.0343	0.0367
360	0.0172	0.0192	0.0211	0.0239	0.0268	0.0287
400	0.0149	0.0166	0.0182	0.0207	0.0232	0.0249
420	0.0139	0.0155	0.0170	0.0194	0.0217	0.0232

الجدول (5) نسبة التسليح في الحالة الأعظمية $\mu_{max} = 0.5\mu_b = \frac{227.585}{630+f_y}\frac{f_c'}{f_y}$

f_y Mpa	f_c' Mpa					
	18	20	22	25	28	30
240	0.0196	0.0218	0.0240	0.0272	0.0305	0.0327
280	0.0161	0.0179	0.0197	0.0223	0.0250	0.0268
300	0.0147	0.0163	0.0179	0.0204	0.0228	0.0245
360	0.0115	0.0128	0.0140	0.0160	0.0179	0.0192
400	0.0099	0.0110	0.0122	0.0138	0.0155	0.0166
420	0.0093	0.0103	0.0114	0.0129	0.0145	0.0155

1-تحديد العزم الحدي التوازني والتسليح الموافق لمقطع أبعاده محددة ومن أجل f_y, f_c'

الحل :

- **مهما كان شكل المقطع فإن بعد المحور السليم (المحايد) في الحالة التوازنية يعطى بـ**

$$x_b = \frac{630}{630 + f_y} d$$

d **: بعد مركز مقطع التسليح المشدود عن أقصى ليف مضغوط بالملميتر**

- **يكون عمق المنطقة المضغوطة في الحالة التوازنية :**

$$y_b = \frac{535.5}{630 + f_y} d$$

- **بعد تحديد عمق المنطقة المضغوطة والتي يمكن أن تكون مؤلفة من عدة مناطق ويكون**

$$A_c' = \sum_{i=1}^{n} A_{ci}'$$

n **: عدد الأجزاء المضغوطة.**

- **تحسب قوة الضغط الحدية في البيتون** $F_c' = \sum_{i=1}^{n} 0.85 f_c' . A_{ci}'$

Z_{ci}' **: بعد مركز ثقل الجزء المضغوط i عن مركز مقطع التسليح المشدود.**

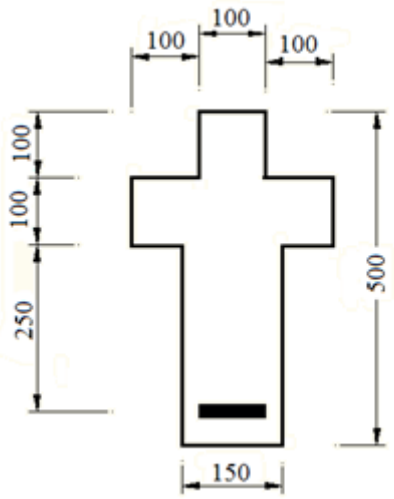
- **يحسب العزم الحدي التوازني وفق :**

$$M_{ub} = \sum_{i=1}^{n} F_{ci}' . Z_{ci}'$$

- **يحسب التسليح التوازني وفق :**

$$A_{sb} = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_{ci}'}{f_y}$$

مثال :



أحسب العزم الحدي التوازني والتسليح الموافق للمقطع المعطى

$$f_y = 400Mpa, f_c' = 20Mpa$$

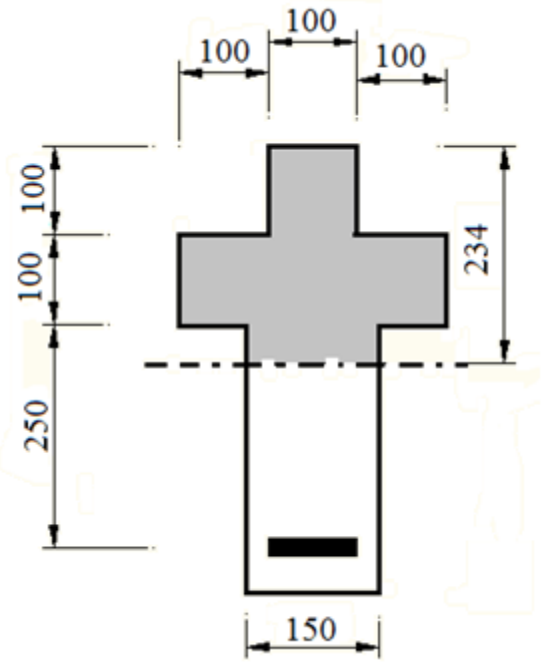
الحل :

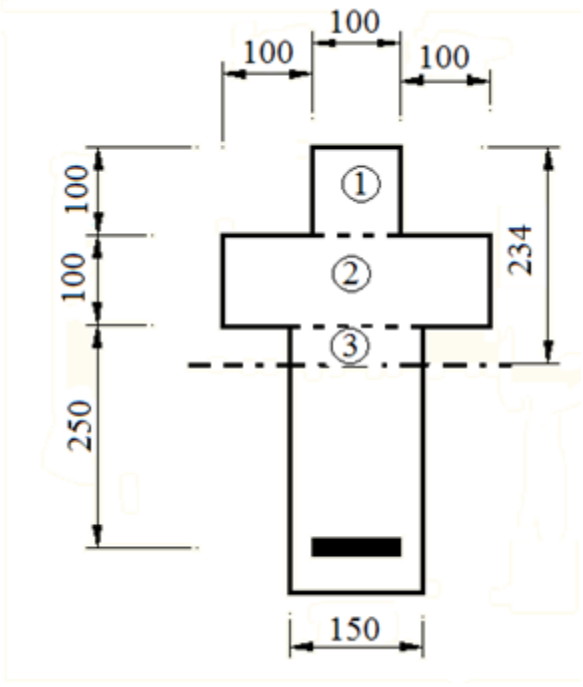
$$d = 450mm$$

- **موقع المحور السليم في الحالة التوازنية :**

$$x_b = \frac{630}{630+400}450 = 275mm$$

- **عمق المنطقة المضغوطة :**





$$y_b = 0.85 \times 275 = 234mm$$

$$A_{c1}^{'} = 100 \times 100 = 10000mm^2$$

$$A'_{c2} = 100 \times 300 = 30000 mm^2$$

$$A'_{c3} = (234 - 200)150 = 5100 mm^2$$

$$Z'_{c1} = 450 - 50 = 400 mm$$

$$Z'_{c2} = 450 - 100 - 50 = 300 mm$$

$$Z'_{c3} = 450 - 100 - 100 - \frac{(234 - 200)}{2} = 233 mm$$

$$F'_{c1} = 0.85 \times 20 \times 10000 = 170000 N$$

$$F'_{c1} = 0.85 \times 20 \times 10000 = 170000 N$$

$$F'_{c3} = 0.85 \times 20 \times 5100 = 86700 N$$

i	A'_{ci} mm^2	Z'_{ci} mm	F'_{ci} N	M_{ubi} kN.m
1	10000	400	170000	68
2	30000	300	510000	153
3	5100	233	86700	20.2011
$\sum$			766700	241.2

$$M_{ub} = 0.9 \times 241.2 = 217.1 kN.m$$

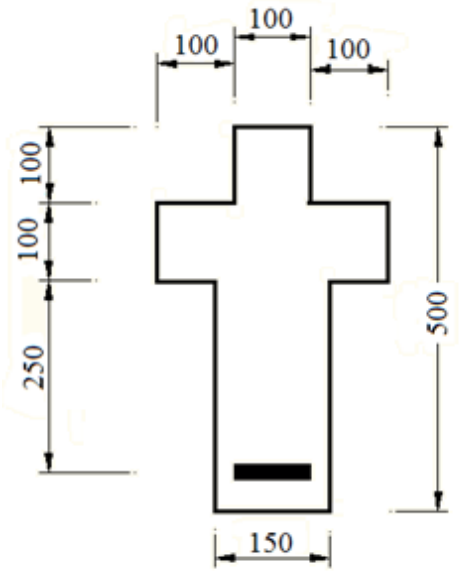
$$A_{sb} = \frac{A'_c}{f_y} = \frac{766700}{400} = 1917 mm^2$$

2- تحديد العزم الحدي الأعظمي والتسليح الموافق لمقطع أبعاده محددة ومن أجل f_y, f_c' حيث التسليح غير معلوم

مثال : حساب العزم الحدي الأعظمي والتسليح الموافق لمقطع أبعاده محددة ومن

$$f_y = 400 Mpa, f_c' = 20 Mpa$$

الحل :



بما أن التسليح غير معلوم فإن العزم الأعظمي الحدي يكون عندما يكون المقطع مسلح بتسليح أعظمي أي : $A_{max} = 0.75A_{sb}$

تم حساب مقطع التسليح التوازني سابقا

$$A_{max} = 0.75 \times 1917 = 1437.75 mm^2$$

بما أن المقطع ليس مستطيل نحسب مساحة المنطقة المضغوطة المقابلة لمساحة مقطع التسليح الأعظمي

$$A_{s\,max}.f_y = 0.85 f_c^{'} A_{c\,max}^{'} \Rightarrow A_{c\,max}^{'} = \frac{A_{s\,max}.f_y}{0.85.f_c^{'}}$$

$$A_{c\,max}^{'} = \frac{1437.75 \times 400}{0.85 \times 20} = 33829.41 mm^2$$

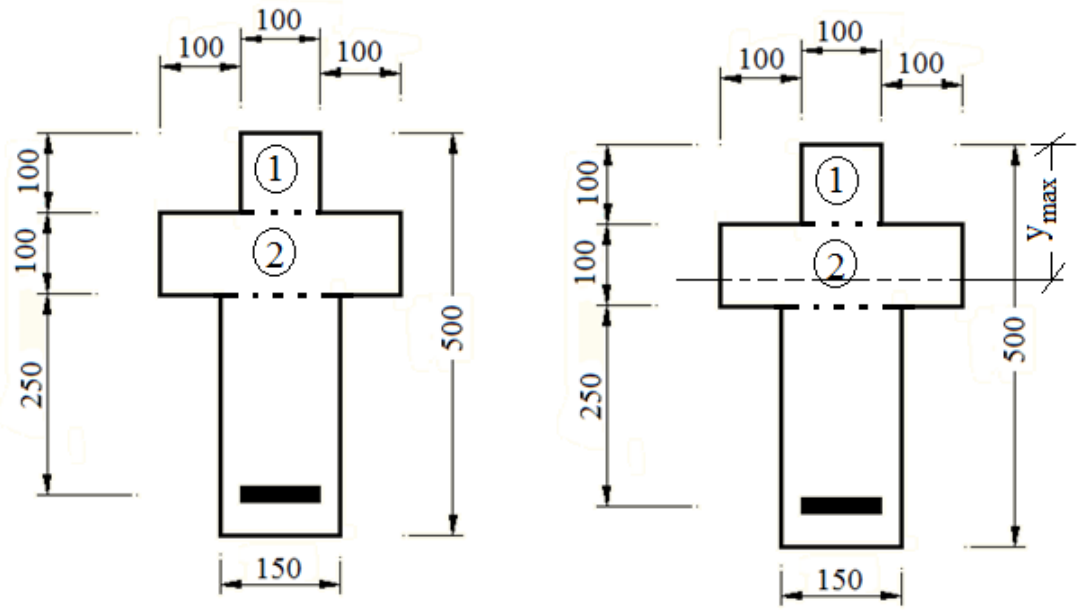
نحسب المساحة التي يعطيها القسمين

$$A_{c1}^{'} = 100 \times 100 = 10000 mm^2$$

$$A_{c2}^{'} = 100 \times 300 = 30000 mm^2$$

$$A_c^{'} = A_{c1}^{'} + A_{c2}^{'} = 40000 mm^2$$

نلاحظ أن $A_c^{'} > A_{c\,max}^{'}$ **وبالتالي المحور يقع ضمن المنطقة رقم 2**



يحسب كالتالي :

$$A'_{c\,max} = (100\times100) + 300(y-100)$$

$$y = 179.43mm$$

$$A'_{c1} = 100\times100 = 10000mm^2$$

$$A'_{c2} = 300\times(179.34-100) = 23829mm^2$$

$$Z'_{c1} = 450-50 = 400mm$$

$$Z'_{c2} = 450-100-\frac{179.43-100}{2} = 310.29mm$$

$$F'_{c1} = 0.85\times20\times10000 = 170000N$$

$$F'_{c1} = 0.85\times20\times23829 = 405093N$$

i	A'_{ci} mm^2	Z'_{ci} mm	F'_{ci} N	M_{ubi} kN.m
1	10000	400	170000	68
2	23829	310.28	405093	125.7
∑	33829		575093	193.7

$$M_u = 0.9 \times 193.7 = 174.3 kN.m$$

ملاحظة :

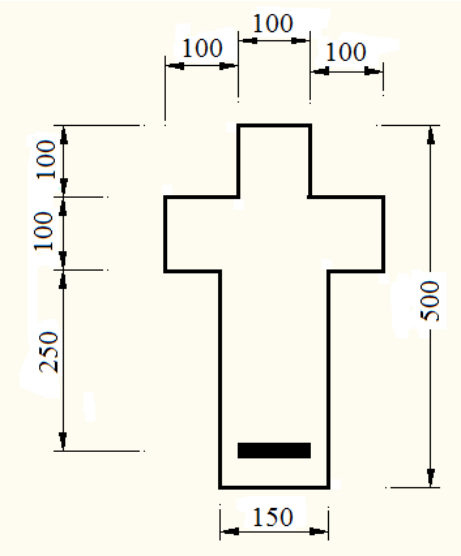
لا يجوز اتباع القوانين الخاصة بالمقاطع المستطيلة المعطاة سابقاً في المحاضرات.

3- تحديد العزم الحدي المقاوم لمقطع أبعاده محددة ومسلح بتسليح أحادي على الشد بقيمة أصغر من القيمة الاعظمية ومن أجل f_y, f_c'

مثال : حساب العزم الحدي المقاوم للمقطع المبين باعتباره مسلح على الشد فقط بقيمة

$$A_s = 1000mm^2$$

$$f_y = 400Mpa, f_c' = 20Mpa$$



الحل :

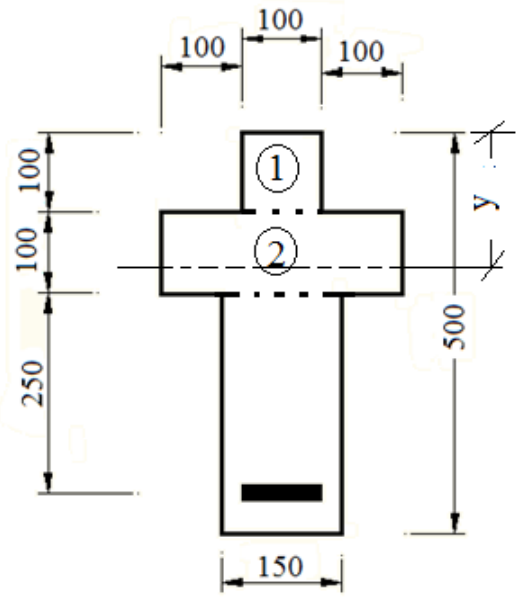
من الملاحظ أن قيمة مقطع التسليح المشدود أقل من القيمة الأعظمية المسموحة والمحسوبة سابقاً

$A_{max} = 0.75 \times 1917 = 1437.75mm^2$ **وبالتالي هذا يضمن أن الفولاذ المشدود متلدن.**

نحدد موقع المحور الفاصل بين المنطقة المشدودة والمنطقة المضغوطة

$$A_s.f_y = 0.85f_c^{'}A_c^{'} \Rightarrow A_c^{'} = \frac{A_s.f_y}{0.85.f_c^{'}}$$

$$A_c^{'} = \frac{1000 \times 400}{0.85 \times 20} = 23529.41mm^2$$



يمكن أن نستنتج بأن المحور يقع ضمن المنطقة رقم 2 وبالتالي

$$A_c^{'} = (100 \times 100) + 300(y - 100)$$

$$23529.4 = 10000 + 300y - 30000$$

$$y = 145.1mm$$

$$A_{c1}^{'} = 100 \times 100 = 10000mm^2$$

$$A_{c2}^{'} = 300 \times (145.1 - 100) = 13530mm^2$$

$$Z_{c1}^{'} = 450 - 50 = 400mm$$

$$Z_{c2}^{'} = 450 - 100 - \frac{145.1 - 100}{2} = 327.45mm$$

$$F_{c1}^{'} = 0.85 \times 20 \times 10000 = 170000N$$

$$F_{c1}^{'} = 0.85 \times 20 \times 13530 = 230010N$$

i	$A_{ci}^{'}$ mm^2	$Z_{ci}^{'}$ mm	$F_{ci}^{'}$ N	M_{ubi} kN.m
1	10000	400	170000	68
2	13520	327.45	230010	75.32
$\sum$	33829		575093	143.3

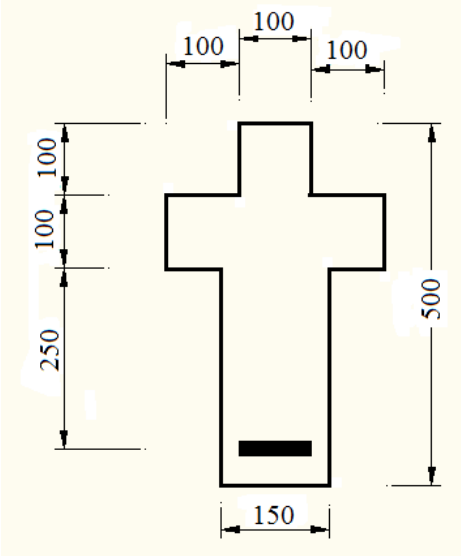
$$M_{uR} = 0.9 \times 143.3 = 129kN.m$$

4- تحديد العزم الحدي المقاوم لمقطع أبعاده محددة ومسلح بتسليح أحادي على الشد بقيمة أكبر من التسليح الأعظمي ومن أجل f_y, f_c'

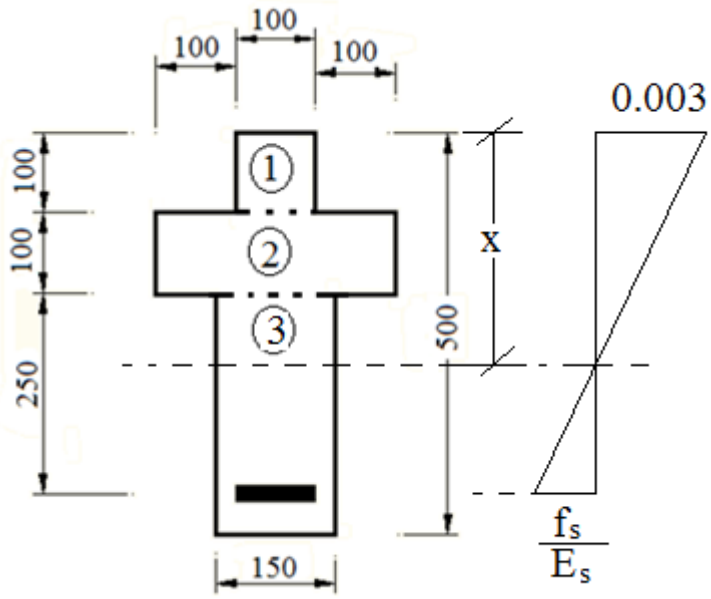
مثال : حساب العزم الحدي المقاوم للمقطع المبين

باعتباره مسلح على الشد فقط بقيمة $A_s = 2400mm^2$

$f_y = 400Mpa, f_c' = 20Mpa$



الحل :



بما أن قيمة التسليح أكبر من التسليح الأعظمي فإنه من المحتمل ألا يكون الفولاذ المشدود متلدن وبالتالي لا يمكن اعتبار الاجهاد في الفولاذ يساوي

$f_y = 400Mpa$

ومن المتوقع أن يقع المحور المحايد ضمن المنطقة رقم 3

$$\frac{\frac{f_s}{E_s}}{0.003} = \frac{d-x}{x} \Rightarrow f_s = 630\frac{450-x}{x}$$

من توازن القوى :

$$A_s.f_s = 0.85f_c'A_c'$$

$$A_c' = 100\times100 + 100\times300 + (y-200)\times150$$

$$A_c' = 10000 + 30000 + (0.85x-200)\times150$$

$$A_c' = 40000 + 127.5x - 30000$$

$$A_c^{'} = 10000 + 127.5x$$

$$2400 \times 630 \frac{450 - x}{x} = 0.85 \times 20 \times (10000 + 127.5x)$$

$$2400 \times 630 \frac{450 - x}{x} = 170000 + 2167.5x$$

$$680400000 - 1512000x = 170000x + 2167.5x^2$$

$$2167.5x^2 + 1682000x - 680400000 = 0$$

$$x^2 + 776x - 313910 = 0$$

$$x = 293.51mm$$

$$y = 0.85 \times 293.51 = 249.5mm$$

i	$A_{ci}^{'}$ mm^2	$Z_{ci}^{'}$ mm	$F_{ci}^{'}$ N	M_{ubi} kN.m
1	10000	400	170000	68
2	30000	300	510000	153
3	14850	225.25	252450	56.9
$\sum$	54850		932450	277.9

$$M_{uR} = 0.9 \times 277.9 = 250kN.m$$

مسألة :

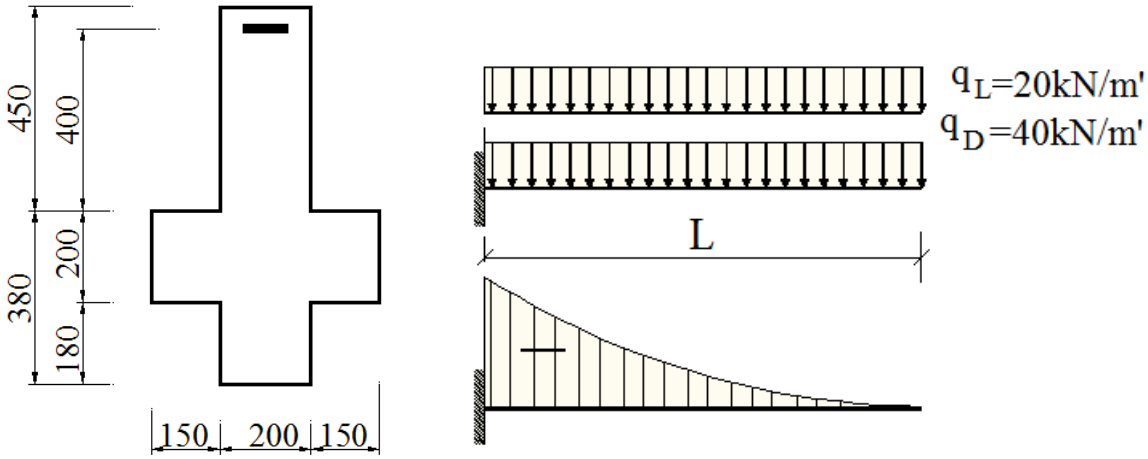
جائز ظفري مجازه L مقطعه موضح بالشكل بجانبه. يحمل الجائز حمولة موزعة بانتظام , دائمة (متضمنة الوزن الذاتي) قيمتها 40kN/m' وحية بقيمة 20kN/m'. بفرض أن

$f_y = 360Mpa, f_c' = 20Mpa$ **المطلوب :**

1- حساب العزم الحدي التوازني والتسليح الموافق

2- حساب العزم الحدي الأعظمي والتسليح الموافق

3- حساب المجاز الأعظمي



الحل :

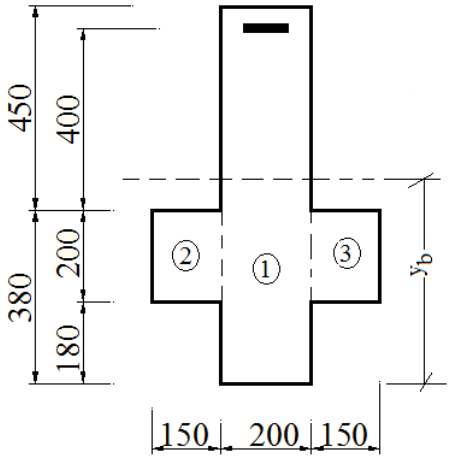
- **بعد المحور السليم (المحايد) في الحالة التوازنية يعطى بـ**

$$x_b = \frac{630}{630 + f_y} d = \frac{630}{630 + 360} 780 = 496.4mm$$

- **يكون عمق المنطقة المضغوطة في الحالة التوازنية :**

$$y_b = 0.85 x_b$$

$$y_b = 0.85 \times 496.4 = 421.91mm$$



- **بعد تحديد عمق المنطقة المضغوطة والتي يمكن أن تكون مؤلفة من عدة مناطق**

$$A'_{c1} = 200 \times y_b = 200 \times 421.91 = 84382mm^2$$

$$A'_{c2} = A'_{c3} = 200 \times 150 = 30000mm^2$$

$$Z'_{c1} = 780 - \frac{y_b}{2} = 780 - \frac{421.91}{2} = 569.045mm$$

$$Z'_{c2} = Z'_{c3} = 780 - 180 - 100 = 500mm$$

$$F'_{c1} = 0.85 \times 20 \times 84382 = 1434494N$$

$$F'_{c1} = F'_{c3} = 0.85 \times 20 \times 30000 = 510000N$$

i	A'_{ci} mm^2	Z'_{ci} mm	F'_{ci} N	M_{ubi} kN.m
1	84382	569.045	1434494	815.29
2	30000	500	510000	255
3	30000	500	510000	255
$\sum$			2454494	1325.29

$$M_{uR} = 0.9 \times 1325.29 = 1192.76kN.m$$

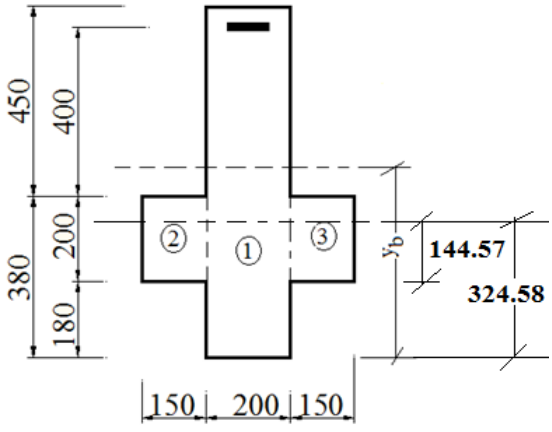
$$A_{sb} = \frac{A'_c}{f_y} = \frac{2454494}{360} = 6818mm^2$$

2- حساب العزم الحدي الأعظمي $A_{smax} = 0.75A_{sb}$

تم حساب مقطع التسليح التوازني سابقا

$$A_{smax} = 0.75 \times 6818 = 5113.53mm^2$$

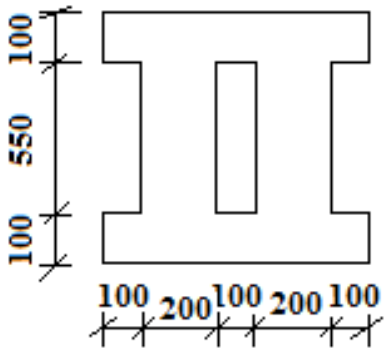
بما أن المقطع ليس مستطيل نحسب مساحة المنطقة المضغوطة المقابلة لمساحة مقطع التسليح الأعظمي



$$A'_{c\,max} = \frac{5113.53 \times 360}{0.85 \times 20} = 108286.52 mm^2$$

$$y = \frac{108286.52 - 200 \times 180}{500} + 180 = 324.57 mm$$

i	A'_{ci} mm^2	Z'_{ci} mm	F'_{ci} N	$M_{u\,max\,i}$ kN.m
1	64914.6	617.71	1103548.2	681.67
2	21687	527.71	368679	194.56
3	21687	527.71	368679	194.56
$\sum$			1840906.2	1070.8



مسألة : جائز بسيط من البيتون المسلح مجازه 8m مقطعه موضح بالشكل يحمل حمولة استثمارية موزعة بانتظام , دائمة (متضمنة الوزن الذاتي) قيمتها 60kN/m' وحية بقيمة 50kN/m'. بفرض أن

$$a = d' = 50mm \quad f_y = 400Mpa, f_c' = 25Mpa$$

والمطلوب :

1- حساب التسليح اللازم 2- إذا زيادة العزم الحدي الخارجي بمقدار 20% أحسب التسليح اللازم.

الحل :

الحمولة الحدية :

$$q_u = 1.4 \times 60 + 1.7 \times 50 = 169 kN/m'$$

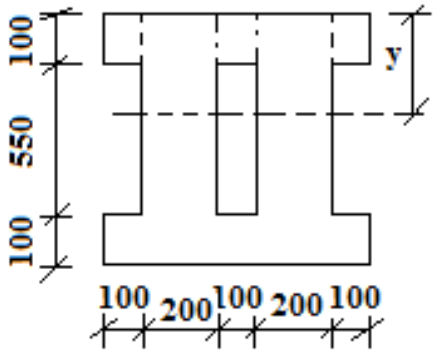
العزم الحدي الخارجي :

$$M_u = \frac{q_u L^2}{8} = \frac{169 \times 64}{8} = 1352 kN.m$$

لنحسب العزم الذي تؤمنه بلاطة الضغط.

$$M_{uf} = 0.9 \times 0.85 \times 25 \times 700 \times 100 (700 - \frac{100}{2}) = 870.19 kN.m < M_u$$

المحور يقطع الجسد :



$$M_{ut} = 0.9 \times 0.85 \times 25 \times 100 \times 100 \times 3 (700 - \frac{100}{2}) = 372.94 kN.m$$

$$A_{st} = \frac{372.94 \times 1000000}{0.9 \times 400 \times (700 - \frac{100}{2})} = 1594 mm^2$$

$$M_{u1} = 1352 - 372.94 = 979.06 kN.m$$

$$A_o = \frac{979.06 \times 1000000}{0.9 \times 0.85 \times 25 \times 400 \times 700^2} = 0.2612 \Rightarrow \alpha = 0.309 < 0.39$$

التسليح أحادي :

$$\gamma = 1 - 0.5 \times 0.309 = 0.8455$$

$$A_{s1} = \frac{979.06 \times 1000000}{0.9 \times 400 \times 700 \times 0.8455} = 4596 mm^2$$

التسليح الكلي :

$$A_s = A_{st} + A_{s1} = 6189 mm^2$$

- **زيادة العزم بمقدار 20% يصبح** $M_u = 1622.4 kN.m$

$$M_{uf} = 0.9\times 0.85\times 25\times 700\times 100(700-\frac{100}{2}) = 870.19kN.m < M_u$$

المحور يقطع الجسد

$$M_{ut} = 0.9\times 0.85\times 25\times 100\times 100\times 3(700-\frac{100}{2}) = 372.94kN.m$$

$$A_{st} = \frac{372.94\times 1000000}{0.9\times 400\times (700-\frac{100}{2})} = 1594mm^2$$

$$M_{u1} = 1622.4 - 372.94 = 1249.46kN.m$$

$$A_o = \frac{1249.46\times 1000000}{0.9\times 0.85\times 25\times 400\times 700^2} = 0.333 \Rightarrow \alpha = 0.443 > 0.39$$

التسليح ثنائي :

$$\alpha_{max} = 0.5\alpha_b = \frac{0.5\times 535.5}{630+400} = 0.26 \Rightarrow A_{o\,max} = 0.2262$$

$$\gamma = 1 - 0.5\times 0.26 = 0.87$$

لنختبر الفولاذ المضغوط :

$$y_{max} = \alpha_{max}.d = 0.26\times 700 = 182mm$$

متلدن $y_{max} > 2d'$

$$f_s^{'} = 630\frac{182-0.85\times 50}{182} = 482Mpa > f_y$$

$$M_{u2} = 0.9\times 0.85\times 25\times 400\times 700^2\times 0.2262 = 847.911kN.m$$

$$A_{s1} = \frac{847911000}{0.9\times 400\times 700\times 0.87} = 3868mm^2$$

$$M_{u3} = 1249.46 - 847.911 = 401.55kN.m$$

$$A_{s2} = A_s^{'} = \frac{401550000}{0.9\times 400\times (700-50)} = 1716mm^2$$

$$A_s = A_{st} + A_{s1} + A_{s2} = 7178mm^2$$