مسـائل

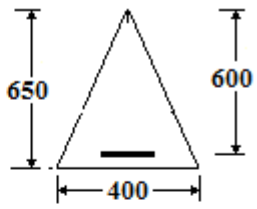
مسألة (3-1) :

بفرض أن $f_y = 400\,MPa$ $f_c' = 20\,MPa$

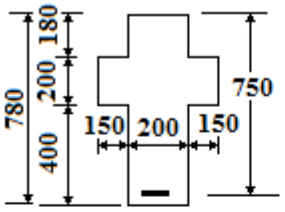
1- أوجد عمق المنطقة المضغوطة التوازنية

2- احسب العزم التوازني

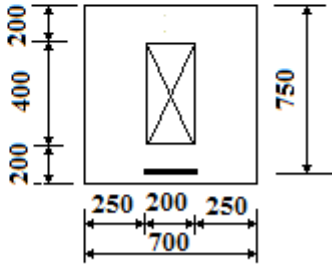
3- احسب التسليح التوازني



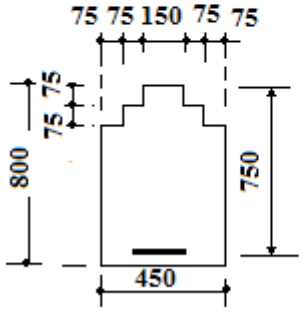
الشكل (١)



الشكل (٢)



الشكل (٣)



الشكل (٤)

الحل :

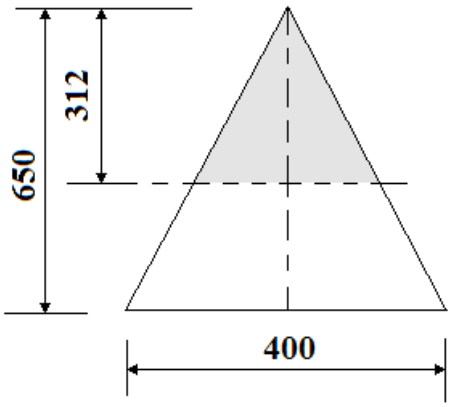
من أجل الشكل (1) :

$$x_b = \frac{630}{630 + f_y} d$$

$$x_b = \frac{630}{630+400} d = 0.612d \Rightarrow x_b = 0.612 \times 600 = 367mm$$

$$y_b = 0.85 x_b = 0.85 \times 367 = 312mm$$

قاعدة المثلث لمنطقة الضغط



$$b_1 = \frac{312}{650} \times 400 = 192mm$$

مساحة منطقة الضغط :

$$A_c = \frac{312 \times 192}{2} = 29952mm^2$$

ذراع منطقة الضغط

$$z_c = 600 - \frac{2}{3} \times 312 = 392mm$$

العزم التوازني

$$M_{ub} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 29952 \times 392 = 179.64kN.m$$

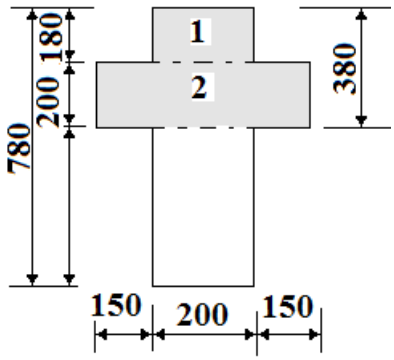
التسليح التوازني

$$A_{sb} = \frac{0.85 \times 20 \times 29952}{400} = 1273mm^2$$

الشكل (2) :

$$x_b = \frac{630}{630+400}d = 0.612d \Rightarrow x_b = 0.612\times 730 = 447mm$$

$$x_b = \frac{630}{630+f_y}d$$



$$y_b = 0.85x_b = 0.85\times 447 = 380mm$$

مساحة منطقة الضغط (1):

$$A_{c1} = 200\times 180 = 36000mm^2$$

ذراع منطقة الضغط (1)

$$Z_{c1} = 730-90 = 640mm$$

العزم التوازني (1)

$$M_{ub1} = 0.9\times 0.85\times 20\times 36000\times 640 = 352.512kN.m$$

التسليح التوازني (1)

$$A_{sb1} = \frac{0.85\times 20\times 36000}{400} = 1530mm^2$$

مساحة منطقة الضغط (2):

$$A_{c2} = 500\times 200 = 100000mm^2$$

ذراع منطقة الضغط (2)

$$Z_{c2} = 730-180-100 = 450mm$$

العزم التوازني (2)

$$M_{ub2} = 0.9\times 0.85\times 20\times 100000\times 450 = 688.5kN.m$$

التسليح التوازني (2)

$$A_{sb2} = \frac{0.85\times 20\times 100000}{400} = 4250mm^2$$

العزم التوازني الكلي

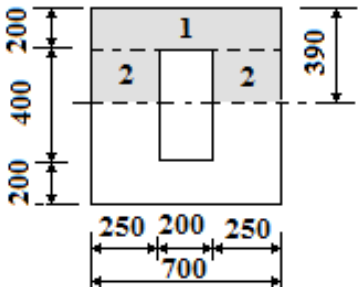
$$M_{ub} = 352.512+688.5 = 1041kN.m$$

التسليح التوازني الكلي

$$A_{sb} = 1530 + 4250 = 5780 mm^2$$

الشكل (3) :

$$x_b = \frac{630}{630 + f_y} d$$



$$x_b = \frac{630}{630 + 400} d = 0.612d \Rightarrow$$

$$x_b = 0.612 \times 750 = 459 mm$$

$$y_b = 0.85 x_b = 0.85 \times 459 = 390 mm$$

مساحة منطقة الضغط (1):

$$A_{c1} = 200 \times 700 = 140000 mm^2$$

ذراع منطقة الضغط (1)

$$Z_{c1} = 750 - 100 = 650 mm$$

العزم التوازني (1)

$$M_{ub1} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 140000 \times 650 = 1392.3 kN.m$$

التسليح التوازني (1)

$$A_{sb1} = \frac{0.85 \times 20 \times 140000}{400} = 5950 mm^2$$

مساحة منطقة الضغط (2):

$$A_{c2} = 2 \times (250 \times 190) = 95000 mm^2$$

ذراع منطقة الضغط (2)

$$Z_{c2} = 750 - 200 - \frac{190}{2} = 455mm$$

العزم التوازني (2)

$$M_{ub2} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 95000 \times 455 = 661.34kN.m$$

التسليح التوازني (2)

$$A_{sb2} = \frac{0.85 \times 20 \times 95000}{400} = 4037.5mm^2$$

العزم التوازني الكلي

$$M_{ub} = 1392.3 + 661.34 = 2053.64kN.m$$

التسليح التوازني الكلي

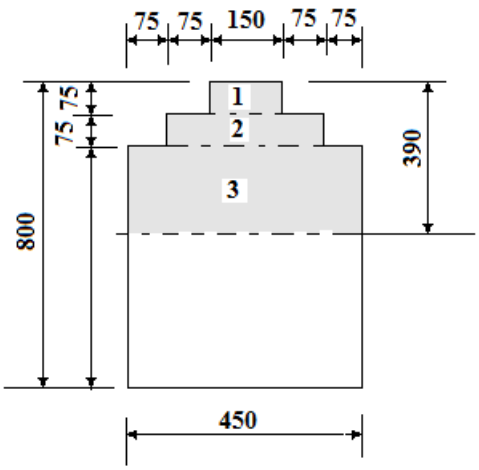
$$A_{sb} = 5950 + 4037.5 = 9988mm^2$$

الشكل (4)

$$x_b = \frac{630}{630 + 400} d = 0.612d \Rightarrow x_b = 0.612 \times 750 = 459mm$$

$$x_b = \frac{630}{630 + f_y} d$$

$$y_b = 0.85 x_b = 0.85 \times 459 = 390mm$$

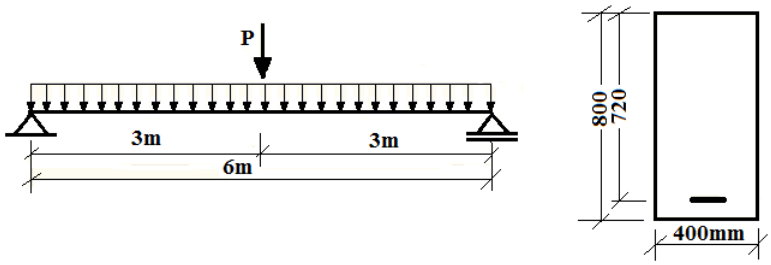


المنطقة	مساحة mm^2	القوة N	الذراع mm	العزم kN.m	التسليح mm^2
1	**11250**	**191250**	**712.5**	**122.64**	**478**
2	**22500**	**382500**	**637.5**	**219.46**	**956**

3	**108000**	**1836000**	**480**	**793.1**	**4590**
المجموع				**1135.25**	**6024**

المسألة (3-2) :

جائز بسيط مقطعه مستطيل يحمل حمولة حية مركزة بقيمة P بالإضافة إلى الوزن الذاتي للجائز بفرض أن المقاومة المميزة للبيتون $\mathbf{f_c' = 20MPa}$ اجهاد الخضوع للفولاذ $\mathbf{f_y = 300MPa}$



المطلوب :

1- حساب العزم التوازني والتسليح الموافق للمقطع .

2- حساب قيمة الحمولة المركزة الحية في الحالة التوازنية للمقطع .

الحل :

الطلب الأول :

$$x_b = \frac{630}{630 + f_y} d$$

$$x_b = \frac{630}{630+300} d = 0.677d \Rightarrow x_b = 0.677 \times 720 = 488mm$$

$$y_b = 0.85 x_b = 0.85 \times 488 = 415mm$$

$$M_{ub} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 400 \times 415 \times (720 - \frac{415}{2}) = 1302kN.m$$

$$A_{sb} = \frac{0.85 f_c' b.y_b}{f_y} = \frac{0.85 \times 20 \times 400 \times 415}{300} = 9407mm^2$$

الطلب الثاني :

- الوزن الذاتي

$$s.w = 0.8 \times 0.4 \times 25 = 8kN/m$$

- العزم الحدي الناتج عن الوزن الذاتي

$$M_{u1} = \frac{1.4 \times 8 \times 6^2}{8} = 50.4kN.m$$

- العزم الحدي الناتج عن الحمولة الحية المركزة

$$M_{u2} = \frac{1.7 \times P \times 6}{4} = 2.55PkN.m$$

- العزم الحدي الكلي

$$M_{ub} = 50.4 + 2.55P = 1302 \Rightarrow P = 490.82kN$$

المسألة (3-3) :

أعد المسألة رقم (3−2) واحسب :

1− حساب العزم الأعظمي والتسليح الموافق للمقطع .

2− حساب قيمة الحمولة المركزة الحية الأعظمية للمقطع .

الحل :

الطلب الأول :

$$x_b = \frac{630}{630 + f_y} d$$

$$x_b = \frac{630}{630 + 300} d = 0.677d \Rightarrow x_b = 0.677 \times 720 = 488mm$$

$$y_b = 0.85x_b = 0.85 \times 488 = 415mm$$

$$y_{max} = 0.75y_b = 0.75 \times 415 = 311mm$$

$$M_{u\max} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 400 \times 311 \times (720 - \frac{311}{2}) = 1074kN.m$$

$$A_{s\max} = \frac{0.85f_c^{'}b.y_{max}}{f_y} = \frac{0.85 \times 20 \times 400 \times 311}{300} = 7049mm^2$$

الطلب الثاني :

- الوزن الذاتي

$$s.w = 0.8 \times 0.4 \times 25 = 8kN/m$$

- العزم الحدي الناتج عن الوزن الذاتي

$$M_{u1} = \frac{1.4 \times 8 \times 6^2}{8} = 50.4kN.m$$

- العزم الحدي الناتج عن الحمولة الحية المركزة

$$M_{u2} = \frac{1.7 \times P \times 6}{4} = 2.55PkN.m$$

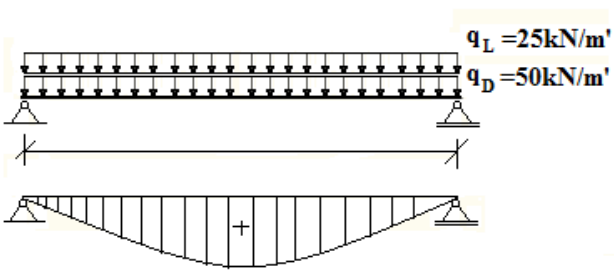
- العزم الحدي الكلي

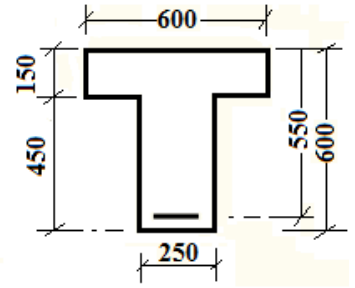
$$M_{u\,max} = 50.4 + 2.55P = 1074 \Rightarrow P = 401.41kN$$

مسألة (3-4) **دورة** 2014-2013 **الفصل الأول**

جائز بسيط من البيتون المسلح مجازه الفعال **L** يحمل حمولة موزعة بانتظام حية مقدارها **25kN/m'** وميتة مقدارها **50kN/m'** بما فيه الوزن الذاتي للجائز. المقطع العرضي للجائز موضح بالشكل (الابعاد بالمليمتر) مسلح تسليحاً أحادياً على الشد فقط.

$$f_c' = 20MPa \quad f_y = 400MPa$$





المطلوب :

1- حساب المجاز الأعظمي الممكن بحيث يعمل المقطع بشكل مستطيل عرضه b_f **=600mm** وحساب التسليح الموافق.

3-حساب المجاز الأعظمي الممكن ثم حساب التسليح الموافق.

الحل :

الطلب الأول :

حساب المجاز الأعظمي الممكن بحيث يعمل المقطع بشكل مستطيل عرضه b_f =600mm وحساب التسليح الموافق.

- حساب العزم الأعظمي الحدي

$$M_{uf} = 0.9 \times 0.85 f_c^{'} . b_f . t_f (d - \frac{t_f}{2})$$

$$M_{uf} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 600 \times 150 (550 - \frac{150}{2})$$

$$M_{uf} = 654.07 kN.m$$

- حساب الحمولة الحدية

$$q_u = 50 \times 1.4 + 25 \times 1.7 = 112.5 kN/m'$$

حساب المجاز الأعظمي

$$M_u = M_{uf} = \frac{q_u . L^2}{8} \Rightarrow L = \sqrt{\frac{8M_{uf}}{q_u}} = \sqrt{\frac{8 \times 654.07}{112.5}}$$

$$L = 6.82m$$

حساب التسليح الموافق

$$A_s = \frac{0.85 \times 20 \times 150 \times 600}{400} = 3825 mm^2$$

الطلب الثاني : حساب المجاز الأعظمي الممكن ثم حساب التسليح الموافق.

حساب التسليح الأعظمي :

بفرض أن المحور الفاصل بين المنطقة المضغوطة والمنطقة المشدودة يقطع الجسد

$$A_{s\max} = 0.75A_{sb}$$

$$= 0.75(\frac{455}{630+400}\frac{20}{400}250\times550+\frac{0.85\times20\times(600-250)\times150}{400})$$

$$A_{s\max} = 0.75(3037+2231.25) = 3951mm^2$$

موقع المحور الفاصل بين المنطقة الضاغطة الأعظمية والمنطقة المشدودة .

$$A_{s\max}.f_y = 0.85f_c^{'}A_{c\max}^{'} \Rightarrow A_{c\max}^{'} = \frac{A_{s\max}.f_y}{0.85f_c^{'}} = \frac{3951\times400}{0.85\times20}$$

$$A_{c\max}^{'} = \frac{3951\times400}{0.85\times20} = 92969.12mm^2 > b_f.d = 90000mm^2$$

أي المحور الفاصل بين المنطقة الضاغطة الأعظمية والمنطقة المشدودة يقطع الجسد.

$$A_{c\max}^{'} = b_w.y_{\max} + (b_f - b_w)t_f \Rightarrow y_{\max} = \frac{A_{c\max}^{'} - (b_f - b_w)t_f}{b_w}$$

$$y_{\max} = \frac{92969-(600-250)150}{250} = 161.88mm$$

حساب العزم الحدي من الجناحين

$$M_{ut} = 0.9\times0.85\times20\times(600-250)\times150(550-\frac{150}{2})$$

$$M_{ut} = 2295\times350\times475 = 381.54kN.m$$

حساب العزم الحدي من الجسد

$$M_{u1} = 0.9\times20\times0.85\times250\times161.88(550-\frac{161.88}{2})$$

$$M_{u1} = 290.44kN.m$$

العزم الكلي الأعظمي

$$M_u = M_{ut} + M_{u1} = 671.98kN.m$$

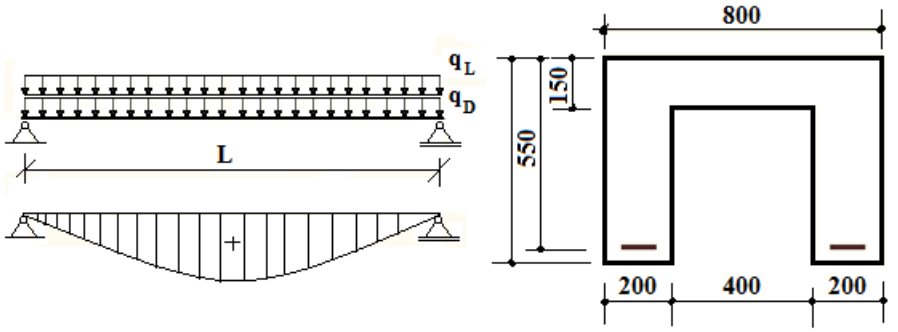
حساب المجاز الأعظمي

$$M_u = \frac{q_u.L^2}{8} \Rightarrow L = \sqrt{\frac{8M_u}{q_u}} \Rightarrow M_u = \sqrt{\frac{8\times 671.98}{112.5}}$$

$$L = 6.9m$$

مسألة (3-5) **دورة** 2012-2011 **الفصل الأول**

جائز بسيط مجازه **L=8m** مقطعه موضح في الشكل , يحمل حمولة حية موزعة بانتظام **g=50kN/m'** (تتضمن الوزن الذاتي للجائز) وحمولة موزعة بانتظام حية **pkN/m'** والمطلوب :



1- حساب العزم الحدي التوازني والتسليح الموافق له

2- حساب أكبر حمولة حية موزعة بانتظام يمكن أن يتحملها الجائز بتسليح أحادي على الشد

$$f_y = 400MPa \;\; a = 50mm \;\; f_c^{'} = 20MPa$$

الحل :

الطلب الأول :

إيجاد موقع المحور المحايد في الحالة التوازنية

عمق المنطقة المضغوطة

$$x_b = \frac{630}{630+f_y}d = \frac{630}{630+400}550 \Rightarrow x_b = 335.5mm$$

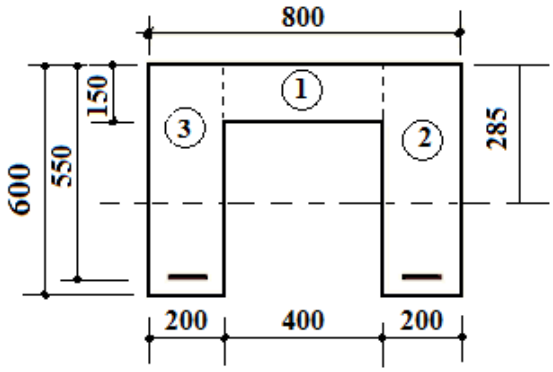
$$y_b = 0.85x_b = 0.85\times 335.5 \Rightarrow y_b = 285mm$$

بما أن موقع المحور الفاصل بين المنطقة المضغوطة والمنطقة المشدودة يقطع الجسد نقسم المنطقة المضوطة إلى ثلاثة مناطق

قوة الضغط للمنطقة رقم 1

$$C'_{c1} = 0.85\times 20\times (800-400)\times 150 \Rightarrow C'_{c1} = 1020000N$$

ذراع قوة الضغط للمنطقة رقم 1



$$Z'_{c1} = 550-\frac{150}{2} = 475mm$$

العزم الحدي لقوة الضغط للمنطقة رقم 1

$$M_{u1} = 0.9\times 1020000\times 475 \Rightarrow M_{u1} = 436kN.m$$

قوة الضغط للمنطقة رقم 2 و3

$$C'_{c2} = 0.85\times 20\times 400\times 285 \Rightarrow C'_{c2} = 1938000N$$

ذراع قوة الضغط للمنطقة رقم 2و3

$$Z'_{c2} = 550 - \frac{285}{2} = 407.5mm$$

قوة الضغط للمنطقة رقم 2و3

$$M_{u2} = 0.9 \times 1938000 \times 407.5 \Rightarrow M_{u2} = 711kN.m$$

العزم الحدي التوازني الكلي

$$M_{ur} = 436 + 711 = 1147.1kN.m$$

التسليح التوازني

$$A_{sb} = \frac{1020000 + 1938000}{400} \Rightarrow A_{sb} = 7395mm^2$$

الطلب الثاني :

بفرض أن المحور الفاصل بين المنطقة المضغوطة والمنطقة المشدودة يقطع الجسد

$$A_{s\max} = 0.75A_{sb}$$

$$= 0.75(2\frac{455}{630+400}\frac{20}{400}200 \times 550 + \frac{0.85 \times 20 \times (800 - 2 \times 200) \times 150}{400})$$

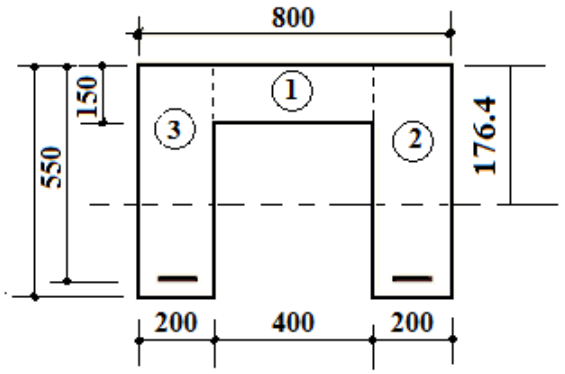
$$A_{s\max} = 0.75(4859.22 + 2550) = 5546mm^2$$

موقع المحور الفاصل بين المنطقة الضاغطة الأعظمية والمنطقة المشدودة .

$$A_{s\max}.f_y = 0.85f'_c A'_{c\max} \Rightarrow A'_{c\max} = \frac{A_{s\max}.f_y}{0.85f'_c} = \frac{5546 \times 400}{0.85 \times 20}$$

$$A'_{c\max} = 130494mm^2 > b_f.d = 120000mm^2$$

أي المحور الفاصل بين المنطقة الضاغطة الأعظمية والمنطقة المشدودة يقطع الجسد.



$$A'_{cmax} = 2b_w.y_{max} + (b_f - 2b_w)t_f \Rightarrow y_{max} = \frac{A'_{cmax} - (b_f - 2b_w)t_f}{2b_w}$$

$$y_{max} = \frac{130494 - (800 - 2\times 200)150}{2\times 200} = 176.4mm$$

قوة الضغط للمنطقة رقم 1

$$C'_{cmax1} = 0.85\times 20\times (800-400)\times 150 \Rightarrow C'_{cmax1} = 1020000N$$

ذراع قوة الضغط للمنطقة رقم 1

$$Z'_{cmax1} = 550 - \frac{150}{2} = 475mm$$

العزم الحدي لقوة الضغط للمنطقة رقم 1

$$M_{umax1} = 0.9\times 1020000\times 475 \Rightarrow M_{umax1} = 436kN.m$$

قوة الضغط للمنطقة رقم 2 و3

$$C'_{cmax2} = 0.85\times 20\times 400\times 176.4 \Rightarrow C'_{cmax2} = 1199520N$$

ذراع قوة الضغط للمنطقة رقم 2و3

$$Z'_{cmax2} = 550 - \frac{176.4}{2} = 461.6mm$$

العزم الحدي لقوة الضغط للمنطقة رقم 2 و3

$$M_{umax2} = 0.9\times 11995520\times 461.6 = 498.33kN.m$$

العزم الحدي الأعظمي الكلي

$$M_{umax} = M_{umax1} + 2M_{umax2} = 436 + 498.33 = 934.33kN.m$$

الحمولة الحدية

$$q_u = 1.4\times 50 + p\times 1.7 \Rightarrow p = \frac{q_u - 70}{1.7}$$

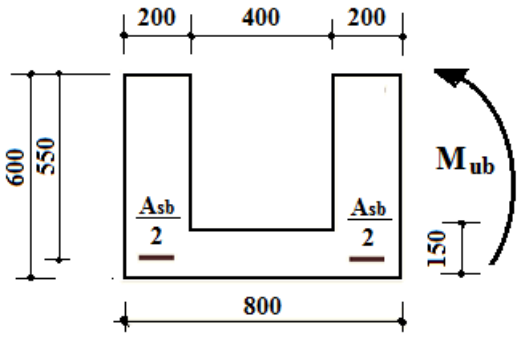
$$M_u = \frac{q_u L^2}{8} \Rightarrow q_u = \frac{8M_u}{L^2} = \frac{8\times 934.33}{64} = 116.8 kN/m'$$

$$P = \frac{116.8 - 70}{1.7} = 27.53 kN/m'$$

مسألة (3-6) **دورة** 2012-2013 **الفصل الثاني**

مقطع من البيتون المسلح بشكل **u** مسلح تسليحاً أحادياً على الشد فقط ويخضع لعزم موجب حدي توازني $\mathbf{M_{ub}}$. المطلوب :

1- حساب التسليح التوازني اللازم للمقطع .



2- حسساب العزم الحدي التوازني

$$a = 50mm \quad f_c' = 20MPa \quad f_y = 400MPa$$

الطلب الأول : حساب التسليح التوازني

- حساب عمق المنطقة التوازنية في الحالة التوازنية :

$$y_b = 0.85\frac{630}{630+f_y}d \Rightarrow y_b = 0.85\frac{630}{630+400}550 = 285.95mm$$

بما أن الشد في البلاطة فإن المقطع يعمل كمقطع مستطيل

$$b = 2\times 200 = 400mm$$

حساب التسليح التوازني :

$$A_{sb} = \frac{0.85f_c^{'}b.y_b}{f_y} \Rightarrow A_{sb} = \frac{0.85\times 20\times 400\times 285.95}{400}$$

$$A_{sb} = 4861.15mm^2$$

الطلب الثاني : حساب العزم التوازني

$$M_{ub} = \Omega 0.85f_c^{'}.b.y_b(d-0.5y_b)$$

$$M_{ub} = 0.9\times 0.85\times 20\times 400\times 285.95(550-0.5\times 285.95)$$

$$M_{ub} = 712.3kN.m$$

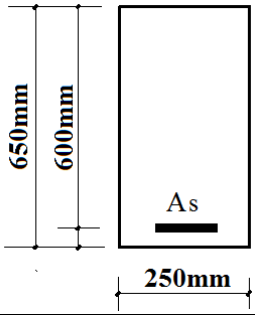
مسائل محلولة

المسألة (1-4)

مقطع مستطيل من البيتون المسلح عرضه b=250mm وارتفاعه الفعال d=600mm ,

$f_c^{'} = 18MPa$ $f_y = 400MPa$ والمطلوب :

1- حساب العزم الحدي الذي يمكن أن يتحمله المقطع بفرض أنه مسلحاً على الشد فقط بـ $A_s = 1200mm^2$



2- حساب التسليح الأعظمي المسموح وحساب العزم الحدي الموافق

الحل :

- نسبة التسليح الفعلية

$$\mu = \frac{A_s}{b.d} = \frac{1200}{600\times 250} = 0.008$$

- نسبة التسليح الأعظمية المسموحة

$$\mu_{max} = 0.75\mu_b = \frac{341}{630+f_y}\frac{f_c'}{f_y}$$

$$\mu_{max} = \frac{341}{630+400}\frac{18}{400} = 0.0149$$

بما أن نسبة التسليح الفعلية أقل من نسبة التسليح الأعظمية يكون الفولاذ المشدود متلدناً.

- عمق المنطقة المضغوطة

$$\alpha = \mu\frac{f_y}{0.85f_c'} = 0.008\frac{400}{0.85\times 18} = 0.21$$

$$A_o = \alpha(1-0.5\alpha) = 0.21(1-0.5\times 0.21) = 0.188$$

ممكن من الجدول (4-3) إيجاد A_o

- العزم الحدي المقاوم

$$M_{ur} = 0.9\times 0.85\times 18\times 250\times 600^2\times 0.188 = 233kN.m$$

النتيجة : $\mathbf{M_{ur} = 233kN.m}$

1- مساحة التسليح العظمى المسموحة والعزم الحدي الموافق

$$\mu_{max} = \frac{341}{630+400}\frac{18}{400} = 0.0149$$

$$A_{s\,max} = \mu_{max} b.d = 0.0149\times 600\times 250 = 2235mm^2$$

- عمق المنطقة المضغوطة

$$\alpha_{max} = \mu_{max}\frac{f_y}{0.85f_c^{'}} = 0.0149\frac{400}{0.85\times 18} = 0.39$$

$$A_{o\,max} = \alpha_{max}(1-0.5\alpha_{max}) = 0.39(1-0.5\times 0.39) = 0.314$$

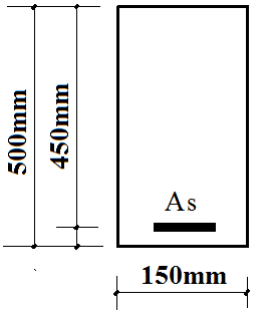
ممكن من الجدول (4–2) (4–3) إيجاد A_o

– العزم الحدي المقاوم الاعظمي

$$M_{u\,max\,r} = 0.9\times 0.85\times 18\times 250\times 600^2\times 0.314 = 389kN.m$$

النتيجة : $M_{u\,max\,r} = 389kN.m$

المسألة (4-2)



تحقق من أن المقطع المعطى يمكن أن يتحمل عزماً حدياً خارجياً مقداره $80kN.m$ بفرض أنه مسلحاً على الشد فقط بـ $A_s = 600mm^2$. $f_c^{'} = 20MPa$

$f_y = 240MPa$

الحل :

– نسبة التسليح الفعلية

$$\mu = \frac{A_s}{b.d} = \frac{600}{450\times 150} = 0.0089$$

– نسبة التسليح الأعظمية المسموحة

$$\mu_{max} = 0.75\mu_b = \frac{341}{630+f_y}\frac{f_c^{'}}{f_y}$$

$$\mu_{max} = \frac{341}{630+240}\frac{20}{240} = 0.0276$$

بما أن نسبة التسليح الفعلية أقل من نسبة التسليح الأعظمية يكون الفولاذ المشدود متلدناً.

- عمق المنطقة المضغوطة

$$\alpha = \mu \frac{f_y}{0.85 f_c'} = 0.0089 \frac{240}{0.85 \times 20} = 0.126$$

$$A_o = \alpha(1 - 0.5\alpha) = 0.126(1 - 0.5 \times 0.126) = 0.1181$$

ممكن من الجدول (4-3) إيجاد A_o

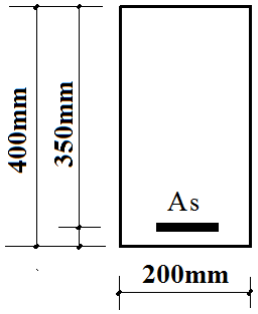
- العزم الحدي المقاوم

$$M_{ur} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 150 \times 450^2 \times 0.118 = 54.83 kN.m$$

النتيجة : $\mathbf{M_{ur} = 54.83 < 80 kN.m}$

المسألة (4-3)

مقطع مستطيل مسلح تسليحاً أحادياً عرضه b=200mm وارتفاعه الفعال d=350mm ومسلح بـ A_s=1700mm^2 و $f_c' = 18MPa$ $f_y = 400MPa$ والمطلوب العزم الحدي المقاوم لهذا المقطع.



الحل :

- نسبة التسليح الفعلية

$$\mu = \frac{A_s}{b.d} = \frac{1700}{350 \times 200} = 0.0243$$

- نسبة التسليح الأعظمية المسموحة

$$\mu_{max} = 0.75\mu_b = \frac{341}{630 + f_y} \frac{f_c'}{f_y}$$

$$\mu_{max} = \frac{341}{630+400}\frac{18}{400} = 0.0149$$

بما أن نسبة التسليح الفعلية أكبر من نسبة التسليح الأعظمية قد يكون الفولاذ المشدود غير متلدن.

توازن القوى:

$$f_s = \frac{0.85f_c'by}{A_s} = \frac{0.85\times18\times200}{1700}y \Rightarrow f_s = 1.8y$$

من مخطط التشوه

$$f_s = 630\frac{0.85d-y}{y} = \frac{187425-630y}{y}$$

نعوض

$$1.8y = \frac{187425-630y}{y} \Rightarrow y^2 + 350y - 104125 = 0$$

$$y = 192mm$$

$$f_s = 1.8y = 1.8\times192 = 345.6Mpa < f_y$$

- العزم الحدي المقاوم

$$M_{ur} = 0.9\times0.85\times18\times200\times192(350-0.5\times250) = 134kN.m$$

النتيجة : $\mathbf{M_{ur} = 134kN.m}$

ملاحظة : بما أن الفولاذ المشدود لم يتلدن هذايعني أن الانهيار سيكون في البيتون أولا وهذا غير مقبول إطلاقاً

.

المسألة (4-4)

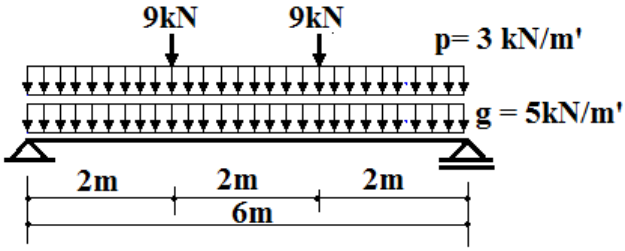
جائز من البيتون المسلح موضح في الشكل يحمل حمولة ميتة موزعة بانتظام g=5kN/m' بما في الوزن الذاتي وحمولتين ميتة مركزة كل واحدة تساوي 9kN وحمولة حية p=3kN/m' المطلوب:

1- تصميم المقطع وسط الجائز بفرض b=300mm

2- حساب أكبر ارتفاع ممكن للجائز تسليحاً أحادياً (b=300mm) والتسليح الموافق

3- حساب أصغر ارتفاع ممكن للجائز تسليحاً أحادياً و (b=300mm) والتسليح الموافق.

$$f_y = 240MPa \qquad f_c^{'} = 20MPa$$



الحل :

1- حساب العزم الحدي الخارجي الأعظمي

ملاحظة :

في حالة عدم معرفة موقع العزم الأعظمي يجب رسم مخطط العزم وإيجاد العزم الأعظمي.

- الحمولة الحدية الموزعة بانتظام

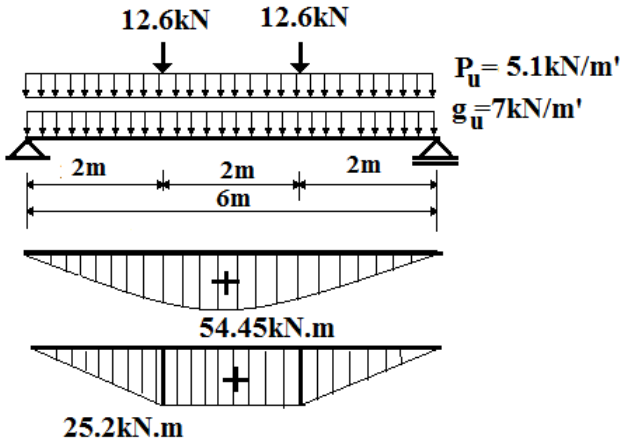
$$q_u = 1.4\times 5 + 3\times 1.7 = 12.1kN/m'$$

- الحمولة الحدية المركزة :

$$P_u = 1.4\times 9 = 12.6kN$$

- العزم الأعظمي الحدي :

$$M_u = \frac{q_u L^2}{8} + 2P_u = \frac{12.1\times 36}{8} + 2\times 12.6 = 79.65kN.m$$



بما أن الارتفاع مجهول وكذلك التسليح نفرض نسبة التسليح مساوية لنسبة التسليح المفضلة :

$$\mu = 0.18\frac{f_c'}{f_y} = 0.18\frac{20}{240} = 0.015$$

- من أجل $f_c' = 20Mpa$ و $f_y = 400Mpa$ لا يوجد تخفيض

$$\alpha = \mu\frac{f_y}{0.85f_c'} = 0.015\frac{240}{0.85\times 20} = 0.212$$

$$A_o = \alpha(1-0.5\alpha) = 0.212(1-0.5\times 0.212) = 0.1895$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{A_o}} = \sqrt{\frac{1}{0.1895}} = 2.297$$

$$d = r\sqrt{\frac{M_u}{\Omega 0.85f_c'b}} = 2.297\sqrt{\frac{79.65\times 10^6}{0.9\times 0.85\times 20\times 300}} = 303mm$$

$$d = 320mm \qquad h = 350mm$$

$$A_o = \frac{79650000}{0.9\times 0.85\times 20\times 300\times 320^2} = 0.1695$$

$$\alpha = 1-\sqrt{1-2\times 0.1695} = 0.187$$

$$\gamma = (1-0.5\alpha) = (1-0.5\times 0.187) = 0.907$$

$$A_s = \frac{M_u}{\Omega f_y.d.\gamma} = \frac{79.65\times 10^6}{0.9\times 240\times 320\times 0.907} = 1271 mm^2$$
$$\Rightarrow 5T20 = 1571 mm^2$$

2- حساب أكبر ارتفاع ممكن للجائز تسليحاً أحادياً (b=300mm) والتسليح الموافق

أكبر ارتفاع للجائز يوافق حالة التسليح الأصغرية

$$\mu_{min} = \frac{0.9}{f_y} = \frac{0.9}{240} = 0.00375$$

$$\alpha = \mu \frac{f_y}{0.85 f_c'} = 0.00375 \frac{240}{0.85\times 20} = 0.053$$

$$A_o = \alpha(1-0.5\alpha) = 0.053(1-0.5\times 0.053) = 0.0516$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{A_o}} = \sqrt{\frac{1}{0.0516}} = 4.402$$

$$d = r\sqrt{\frac{M_u}{\Omega 0.85 f_c' b}} = 4.402\sqrt{\frac{79.65\times 10^6}{0.9\times 0.85\times 20\times 300}} = 580 mm$$

$$d = 600 mm \qquad h = 650 mm$$

$$A_s = \mu_{min} b.d = 0.00375\times 600\times 300 = 675 mm^2$$
$$\Rightarrow 3T18 = 763 mm^2$$

3- حساب أصغر ارتفاع ممكن للجائز بتسليح أحادي و (b=300mm) والتسليح الموافق

أصغر ارتفاع للجائز يوافق حالة التسليح الأعظمية

$$\mu_{max} = \frac{227.3}{f_y + 630}\frac{f_c^{'}}{f_y} = \frac{227.3}{240+630}\frac{20}{240} = 0.022$$

$$\alpha = \mu\frac{f_y}{0.85f_c^{'}} = 0.022\frac{240}{0.85\times 20} = 0.311$$

$$A_o = \alpha(1-0.5\alpha) = 0.311(1-0.5\times 0.311) = 0.263$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{A_o}} = \sqrt{\frac{1}{0.263}} = 1.95$$

$$d = r\sqrt{\frac{M_u}{\Omega 0.85 f_c^{'} b}} = 1.95\sqrt{\frac{79.65\times 10^6}{0.9\times 0.85\times 20\times 300}} = 257mm$$

$$d = 300mm \qquad h = 350mm$$

$$A_o = \frac{79650000}{0.9\times 0.85\times 20\times 300\times 300^2} = 0.193$$

$$\alpha = 1-\sqrt{1-2\times 0.193} = 0.217$$

$$\gamma = (1-0.5\alpha) = (1-0.5\times 0.217) = 0.892$$

$$A_s = \frac{M_u}{\Omega f_y.d.\gamma} = \frac{79.65\times 10^6}{0.9\times 240\times 300\times 0.892} = 1378mm^2$$

$$\Rightarrow 5T20 = 1571mm^2$$

المسألة (5-4) :

جائز بسيط مجازه 5m مقطعه مستطيل يخضع لحمولة موزعة بانتظام ميتة D.L=58kN/m' وحية L.L=30kN/m' . أبعاد المقطع h=85cm و b=30cm إذا

علمـــت أن المقاومـــة المميـــزة للبيتـــون $f_c'=18MPa$ إجهـــاد الخضـــوع للفـــولاذ $f_y=300MPa$ التغطية a=5cm . المطلوب حساب التسليح اللازم .

الحل:

الحمولة الحدية :

$$q_u=1.4D.L+1.4\times25\times0.85\times0.3+1.7L.L=$$

$$1.4\times58+1.4\times6.375+1.7\times30=141.125kN/m'$$

العزم الحدي :

$$M_u=\frac{141.125\times5^2}{8}=441kN.m$$

– العوامل :

$$A_o=\frac{M_u}{\Omega.0.85b.d^2f_c'}=\frac{441\times10^6}{0.9\times0.85\times300\times800^2\times18}=0.167$$

$$\alpha=1-\sqrt{1-2A_o}=1-\sqrt{1-2\times0.167}=0.184$$

$$r=\sqrt{\frac{1}{A_o}}=\sqrt{\frac{1}{0.184}}=2.332$$

الارتفاع المطلوب :

$$d=r\sqrt{\frac{M_u}{0.85\Omega.b.f_c'}}=2.332\sqrt{\frac{441\times10^6}{0.85\times0.9\times300\times18}}=762mm\le800$$

التسليح أحادي

ويمكن معرفة أن التسليح أحادي من حساب

$$\alpha_b=\frac{535.5}{630+f_y}=\frac{535.5}{630+300}=0.576$$

القيمة الأعظمية :

$$\alpha_{max}=0.75\alpha_b=0.432>\alpha$$

التسليح أحادي

حساب التسليح :

$$\gamma = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0.184}{2} = 0.908$$

$$A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{441\times10^6}{0.9\times0.908\times800\times300} = 2249mm^2$$

$$A_{s\min} = \frac{0.9}{300}300\times800 = 720mm^2 < A_s$$

المسألة (4-6) :

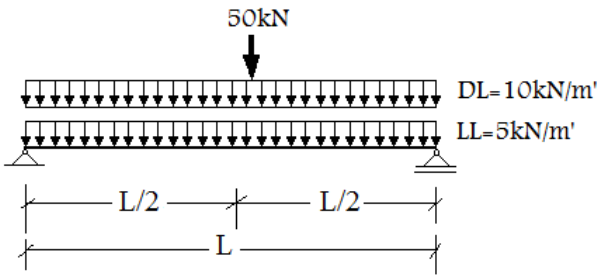
جائز بسيط من البيتون المسلح مقطعه مستطيل موضح في الشكل أبعاده b=300mm H=600mm يحمل حمولة موزعة بانتظام . ميتة DL=10kN/m' بما فيها الوزن الذاتي وحية LL=5kN/m' وحمولة حية مركزة تساوي P=50kN . a=d'=50mm

المطلوب:

1- احسب كلا من x_b ، y_b ، α_b، A_{ob} ، γ_b، M_{ub} ، A_{sb} ، f_s ، f_s' ، L

2- احسب كلا من x_{max} ، y_{max} ، α_{max}، A_{omax} ، γ_{max}، M_{umax} ، L ، f_s' ، f_s ، A_{smax}

$$f_c' = 20MPa \quad f_y = 400MPa$$



الحل :

1- الحساب في الحالة التوازنية

$$d = 600 - 50 = 550mm$$

$$x_b = \frac{630}{630 + f_y} d = \frac{630}{630 + 400} 550 = 336mm$$

$$y_b = 0.85 \times x_b = 336 \times 0.85 = 286mm \Rightarrow \alpha_b = 0.52$$

$$A_{ob} = \alpha_b (1 - \frac{\alpha_b}{2}) = 0.52(1 - \frac{0.52}{2}) = 0.385$$

$$\gamma_b = (1 - \frac{\alpha_b}{2}) = (1 - \frac{0.52}{2}) = 0.74$$

- **العزم الحدي التوازني :**

$$M_{ub} = \Omega 0.85 f_c^{'} b.d^2 A_{ob}$$

$$M_{ub} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 300 \times 550^2 \times 0.385$$

$$M_{ub} = 534.6kN.m$$

- **التسليح التوازني :**

$$A_{sb} = \frac{0.85 f_c^{'} b.y_b}{f_y} = \frac{0.85 \times 20 \times 300 \times 286}{400} = 3647mm^2$$

- **حساب التشوه في الفولاذ :**

$$\varepsilon_s = 0.003 \frac{d - x_b}{x_b} = 0.003 \frac{550 - 336}{336} = 1.91 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow f_s = 401 > 400Mpa$$

- **حساب العزم الحدي الخارجي :**

$$P_u = 50 \times 1.7 = 85kN.m$$

$$q_u = 10 \times 1.4 + 1.7 \times 5 = 22.5kN.m$$

$$M_u = \frac{q_u L^{\backslash 2}}{8} + \frac{P_u \times L}{4} = \frac{22.5 L^{\backslash 2}}{8} + \frac{85 \times L}{4}$$

$$M_u = 2.8125L^{\backslash 2} + 21.25L$$

$$534.6 = 2.8125L^2 + 21.25L \Rightarrow L = 10.52m$$

2- الحساب في الحالة الأعظمية

$$d = 600 - 50 = 550mm$$

$$x_{max} = 0.75\frac{630}{630 + f_y}d = 0.75\frac{630}{630 + 400}550 = 252mm$$

$$y_{max} = 0.85 \times x_{max} = 252 \times 0.85 = 214.2mm \Rightarrow \alpha_{max} = 0.389$$

$$A_{o\,max} = \alpha_{max}(1 - \frac{\alpha_{max}}{2}) = 0.389(1 - \frac{0.389}{2}) = 0.313$$

$$\gamma_{max} = (1 - \frac{\alpha_{max}}{2}) = (1 - \frac{0.389}{2}) = 0.806$$

$$M_{u\,max} = \Omega 0.85 f_c^{'} b.d^2 A_{o\,max}$$

$$M_{u\,max} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 300 \times 550^2 \times 0.313$$

$$M_{u\,max} = 434.6kN.m$$

$$A_{s\,max} = \frac{0.85 f_c^{'} b.y_{max}}{f_y} = \frac{0.85 \times 20 \times 300 \times 214.2}{400} = 2731mm^2$$

حساب التشوه في الفولاذ :

$$\varepsilon_s = 0.003\frac{d - x_{max}}{x_{max}} = 0.003\frac{550 - 252}{252} = 3.55 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow f_s = 745 > 400Mpa$$

حساب المجاز:

$$434.6 = 2.8125L^2 + 21.25L \Rightarrow L = 9.21m$$

المسألة (4-7)

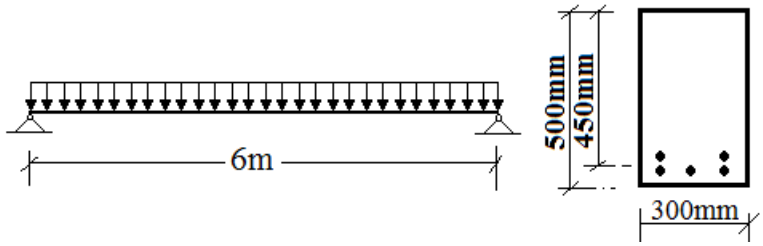
جـائز بسـيط مجـازه 6m مقطعـه مسـتطيل ارتفاعـه الكلـي h=50cm وعرضـه b=30cm يخضـع لحمولة موزعة بانتظام ميتة بما فيها الوزن الذاتي D.L وحية L.L

ومسـلح تسـليحاً أحاديـاً علـى الشـد بـ 5T25 . إذا علمـت أن المقاومـة المميـزة للبيتـون $f_c' = 20MPa$ إجهـاد الخضـوع للفولاذ $f_y = 400MPa$ التغطيـة للفولاذ السـفلي a=50mm

المطلوب :

1- حساب أكبر عزم حدي يستطيع المقطع مقاومته

2- حساب الحمولات الحية الأعظمية الموزعة بانتظام بفرض أن الحمولة الميتة هي الحمولة الناتجة فقط عن الوزن الذاتي



الحل :

بما أن أبعاد المقطع معطاة وأيضاً التسليح لذلك أولاً نتأكد من أن مساحة التسليح الفعلية أصغر من المساحة المسموحة

$$A_s = 2454.4mm^2 \Rightarrow \mu = \frac{2454.4}{300\times 450} = 0.0182$$

المسموحة :

$$A_{s\max} = \frac{341}{630+f_y}\frac{f_c'}{f_y}b.d$$

$$\mu_{\max} = \frac{341}{630+400}\frac{20}{400} = 0.0166$$

نلاحظ أن نسبة التسليح الفعلية أكبر من المسموحة لذلك نتأكد من تلدن الفولاذ المشدود

$$c_1 = \frac{630\times A_s}{0.85f_c'b} \qquad c_1 = \frac{630\times 2454.4}{0.85\times 20\times 300} = 303.19$$

$$c_2 = \frac{630 \times A_s d}{f_c' b} \qquad c_2 = \frac{630 \times 2454.4 \times 450}{20 \times 300} = 115970.4$$

$$y^2 + 303.19y - 115970.4 = 0 \Rightarrow y = 221.17mm$$

$$f_s = 630\frac{0.85d - y}{y} = 630\frac{0.85 \times 550 - 221.17}{221.17} = 459.5Mpa$$

أي أن الفولاذ المشدود متلدن نأخذ قيمة التسليح المساوية للقيمة الأعظمية المسموحة

$$\alpha_{max} = \mu_{max}\frac{f_y}{0.85f_c'}$$

$$\alpha_{max} = 0.0166\frac{400}{0.85 \times 20} = 0.39$$

$$A_o = \alpha_{max}(1 - 0.5\alpha_{max}) \quad A_o = 0.259(1 - 0.5 \times 0.239) = 0.314$$

$$M_{uR} = \Omega 0.85f_c'.b.d^2 A_o = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 300 \times 450^2 \times 0.314$$

$$M_{uR} = 291.81kN.m$$

أو من

$$M_{uR} = \Omega\mu_{max} b.d^2.f_y(1 - 0.5 \times \alpha_{max})$$

$$M_{uR} = 0.9 \times 0.0166 \times 300 \times 450^2 \times 400(1 - 0.5 \times 0.39)$$

$$M_{uR} = 291.81kN.m$$

$$M_u = \frac{q_u L^2}{8} \Rightarrow q_u = \frac{8 \times 291.81}{36} = 69.89kN/m$$

$$q_u = 1.4DL + 1.7LL$$

$$DL = 0.3 \times 0.5 \times 25 = 3.75kN/m$$

$$q_u = 1.4\times 4.5 + 1.7LL \Rightarrow LL = \frac{69.89 - 3.75}{1.7} = 38.91 kN/m$$

المسألة (4-8) :

مقطـع مسـتطيل مـن البيتـون المسـلح أبعـاده d=500mm , b=300mm

$f_y = 360Mpa$, $f'_c = 20Mpa$ والمطلوب حساب الحدي المقاوم بفرض أن المقطع مسـلحاً بـ 1- $A_s = 4T20$ 2- $A_s = 4T20$, $A'_s = 2T20$ 3- $A_s = A'_s = 3T20$

الحل :

1- المقطع مسلح على الشد فقط بـ $A_s = 1256mm^2$

$$\mu = \frac{1256}{500\times 300} = 0.00837$$

$$\mu_{max} = 0.75\frac{455}{630 + f_y}\frac{f'_c}{f_y}$$

$$\mu_{max} = 0.75\frac{455}{630+360}\frac{20}{360} = 0.0192$$

$$\alpha = \mu\frac{f_y}{0.85f'_c} = 0.00837\frac{360}{0.85\times 20} = 0.177$$

$$A_o = \alpha(1-0.5\alpha) = 0.177(1-0.5\times 0.177) = 0.161$$

$$M_{ur} = \Omega 0.85 f'_c b.d^2 A_o = 0.9\times 0.85\times 20\times 300\times 500^2\times 0.161$$

$$\boxed{M_{ur} = 185 kN.m}$$

بوساطة الجداول رقم (3-6) و (4-2) :

$$f_y = 360Mpa \ , \ f_c^{'} = 20Mpa \Rightarrow \alpha_{max} = 0.406$$

$$\Rightarrow \mu_{max} = 0.0191$$

$$\mu = \frac{1256}{500 \times 300} = 0.00837$$

$$\alpha = \mu \frac{f_y}{0.85 f_c^{'}} = 0.00837 \frac{360}{0.85 \times 20} = 0.177$$

من الجدول رقم (4-3) :

$$\alpha = 0.177 \Rightarrow$$

α	A_o	γ	r
0.175	0.160	0.913	2.502
0.180	0.164	0.910	2.471
0.005	0.04		

$$\alpha = 0.177 \Rightarrow A_o = 0.160 + \frac{0.177 - 0.17}{0.005} 0.004 = 0.161 \Rightarrow$$

2- المقطع مسلح على الشد بـ $A_s = 1256mm^2$ وعلى الضغط $A_s^{'} = 628mm^2$

بفرض أن التسليح المضغوط متلدن :

$$(A_s - A_s^{'}).f_y = 0.85 f_c^{'} b.y \Rightarrow y = \frac{A_s - A_s^{'}}{0.85 f_c^{'}.b} f_y$$

$$y = \frac{1256 - 628}{0.85 \times 20 \times 300} 360 = 44.33mm$$

$$f_s^{'} = 630 \frac{y - 0.85d'}{y} = 630 \frac{44.33 - 0.85 \times 50}{44.33} = 26Mpa < f_y$$

الفرض غير صحيح لذلك

$$A_s f_y - A_s^{'}.f_s^{'} = 0.85 f_c^{'} b.y \Rightarrow f_s^{'} = \frac{A_s f_y}{A_s^{'}} - \frac{0.85 f_c^{'} b.y}{A_s^{'}}$$

$$f_s^{'} = 630\frac{y - 0.85d'}{y}$$

$$630\frac{y - 0.85d'}{y} = \frac{A_s f_y}{A_s^{'}} - \frac{0.85 f_c^{'} b.y}{A_s^{'}}$$

$$630A_s^{'} y - 0.85 \times 630A_s^{'} d = A_s f_y y - 0.85 f_c^{'} b.y^2$$

$$y^2 + \frac{630A_s^{'} - A_s f_y}{0.85 f_c^{'} b} y - 630\frac{A_s^{'} d}{f_c^{'} b} = 0$$

$$y^2 - 2c_1 y + c_2 = 0$$

$$c_1 = \frac{A_s f_y - 630A_s^{'}}{2 \times 0.85 f_c^{'} b} \quad , \quad c_2 = -630\frac{A_s^{'} d}{f_c^{'} b}$$

$$c_1 = \frac{1256 \times 360 - 630 \times 625}{2 \times 0.85 \times 20 \times 300} = 5.726 \quad , \quad c_2 = -630\frac{625 \times 50}{20 \times 300} = -3281.25$$

$$y = c_1 + \sqrt{c_1^2 + c_2}$$

$$y = 5.726 + \sqrt{(5.726)^2 + 3281.25} = 63.29\text{mm}$$

$$f_s^{'} = 630\frac{63.29 - 0.85 \times 50}{86.72} = 207\text{Mpa}$$

$$M_{ur} = \Omega 0.85 f_c^{'} b.y(d - 0.5y) + A_s^{'} f_s^{'} (d - d')$$

$$M_{ur} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 300. \times 63.29 \times (500 - 0.5 \times 63.29)$$

$$+ 0.9 \times 625 \times 207 \times (500 - 50)$$

$$\boxed{\mathbf{M_{ur} = 188.45 kN.m}}$$

3- المقطع مسلح على الشد والضغط بـ $A_s = A_s^{'} = 3T20 = 942.48mm^2$

بفرض أن التسليح المضغوط متلدن هذا يؤدي إلى أن :

$$(A_s - A_s^{'}).f_y = 0.85f_c^{'}b.y \Rightarrow y = \frac{0}{0.85f_c^{'}.b}f_y = 0$$

الفرض غير صحيح

$$y^2 - 2c_1y + c_2 = 0$$

$$c_1 = \frac{A_sf_y - 630A_s^{'}}{2 \times 0.85f_c^{'}b} \quad , \quad c_2 = -630\frac{A_s^{'}d}{f_c^{'}b}$$

$$c_1 = \frac{942.48 \times 360 - 630 \times 942.48}{2 \times 0.85 \times 20 \times 300} = \text{-}24.95$$

,

$$c_2 = -630\frac{942.48 \times 50}{20 \times 300} = -4948.02$$

$$y = c_1 + \sqrt{c_1^2 + c_2}$$

$$y = -24.95 + \sqrt{(24.95)^2 + 4938.02} = 49.62mm$$

$$f_s^{'} = 630\frac{49.62 - 0.85 \times 50}{49.62} = 91.18Mpa$$

$$M_{ur} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 300. \times 49.62 \times (500 - 0.5 \times 49.62)$$

$$+ 0.9 \times 625 \times 91.18 \times (500 - 50)$$

$$\boxed{\mathbf{M_{ur} = 131.15kN.m}}$$

ملاحظة : نلاحظ عدم تأثير تسليح الضغط في العزم المقاوم الحدي كثيراً ما دام الفولاذ المضغوط لم يتلدن.

المسألة (4-9) :

جائز من البيتون المسلح مقطعه مستطيل عرضه b=25cm وارتفاعه الكلي **h=70cm** مسلح على الضغط $A_s^{'}=1600mm^2$ وخاضع لعزم انعطاف حدي $M_u=620kN.m$ المطلوب حساب تسليح الشد اللازم $f_y=240MPa$ $f_c^{'}=18MPa$ $a=d^{'}=40mm$

الحل :

- نسبة التسليح التوازنية :

$$\mu_b=\frac{455}{f_y+630}\frac{f_c^{'}}{f_y}=\frac{455}{240+630}\frac{18}{240}=0.0392$$

- نسبة تسليح الضغط :

$$\mu^{'}=\frac{1600}{660\times 250}=0.0097$$

- نسبة التسليح الأعظمية :

$$\mu_{max}=0.5\mu_b=0.0196$$

العزم المقاوم من قبل التسليح المضغوط وجزء من التسليح المشدود

$$M_{uR2}=\Omega A_{s2}.f_y(d-d')=0.9\times 1600\times 240(660-40)$$

$$M_{uR2}=214.3kN.m$$

العزم المتبقي من العزم الحدي

$$M_{uR1}=M_u-M_{uR2}=600-214.3=385.7kN.m$$

$$A_o=\frac{385.7\times 10^6}{0.9\times 0.85\times 18\times 250\times 660^2}=0.257\Rightarrow \alpha=0.303$$

إما

$$\alpha_{max} = \mu_{max}\frac{f_y}{0.85f_c^{'}} = 0.0196\frac{240}{0.85\times 18} = 0.307 > \alpha$$

الجزء الأول من التسليح المشدود :

$$\gamma_o = 1-0.5\alpha = 1-0.5\times 0.303 = 0.848 \Rightarrow$$

$$A_{s1} = \frac{385.7\times 10^6}{0.9\times 0.848\times 660\times 240} = 3191mm^2$$

التسليح المشدود الكلي :

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 3191+1600 = 4791mm^2$$

- **الفولاذ المضغوط متلدن لأن**

$$y = \alpha.d = 0.303\times 660 = 200mm > 2d'$$

- النسبة الكلية للفولاذ المشدود يجب أن تكون أصغر من مرة ونصف من النسبة التوازنية أي

$$\mu = \frac{A_s}{b.d} = \frac{4791}{250\times 660} = 0.0029$$

$$1.5(0.5\mu_b) = 1.5\times 0.5\times 0.0396 = 0.030 \ \textbf{ok}$$

$$\mu - \mu' = 0.029 - 0.0097 = 0.0197 < 0.5\mu_b = 0.02\textbf{. Ok}$$

المسألة (4-10) :

جائز من البيتون المسلح مقطعه مستطيل عرضه **b=30cm** وارتفاعه **d=60cm** المطلوب حساب العزم الحدي الممكن وتحمله لهذا المقطع (في الحالة العادية) علماً أن: $f_y = 360MPa \quad f_c^{'} = 20MPa \quad a = d^{'} = 50mm$ وذلك في الحالات الآتية:

1- مسلح على الشد فقط $A_s = 1472mm^2$

2- مسلح على الشد والضغط $A_s = 1472mm^2 \quad A_s^{'} = 402mm^2$

3- مسلح على الشد والضغط $A_s = 1472mm^2$ $A_s' = 1472mm^2$

الحل :

1- الحالة الأولى : مسلح على الشد فقط $A_s = 1472mm^2$

- نسبة التسليح التوازنية :

$$\mu_b = \frac{455}{f_y + 630}\frac{f_c'}{f_y} = \frac{455}{2360+630}\frac{20}{360} = 0.0253$$

- نسبة التسليح الأعظمية (هنا في الحالة العادية) وبالتالي:

$$\mu_{max} = 0.5\mu_b = 0.0126$$

نسب التسليح الفعلية :

$$\mu = \frac{1472}{300\times 600} = 0.0082$$

$$\alpha = \mu\frac{f_y}{0.85f_c'} = 0.0082\frac{360}{0.85\times 20} = 0.174$$

$$A_o = \alpha(1-0.5\alpha) = 0.174(1-0.5\times 0.174) = 0.159$$

$$M_{ur} = \Omega 0.85 f_c'.b.d^2 A_o$$

$$M_{ur} = 0.9\times 0.85\times 20\times 300\times 600^2\times 0.159 = 262.7kN.m$$

2- الحالة الثانية المقطع مسلح على الشد ولضغط $A_s = 1472mm^2$

$A_s' = 402mm^2$

- نسب التسليح الفعلية :

$$\mu = \frac{1472}{300\times 600} = 0.0082$$

$$\mu' = \frac{402}{300\times 600} = 0.0022$$

$$\mu - \mu' = 0.006$$

- بفرض أن الفولاذ المضغوط متلدن $f'_s = f_y$

عمق المنطقة المضغوطة :

$$A_s.f_y = 0.85f'_c.b.y + f_y.A'_s \Rightarrow$$

$$y = \frac{(A_s - A'_s).f_y}{0.85f'_c.b} = \frac{(1472-402)\times 360}{0.85\times 20\times 300} = 75.53mm$$

$$f'_s = 630\frac{y - 0.85d'}{y} = 630\frac{75.53 - 0.85\times 50}{75.53} = 275Mpa < f_y$$

هذا يعني أن الفولاذ المضغوط غير متلدن والفرض خاطئ لذلك.

$$A_s.f_y = 0.85f'_c.b.y + f'_s.A'_s$$

$$A_s.f_y = 0.85f'_c.b.y + 630\frac{y - 0.85d'}{y}.A'_s$$

$$A_s.f_y.y = 0.85f'_c.b.y^2 + 630.A'_s y - 630\times 0.85d'A'_s$$

$$y^2 + \frac{630.A'_s - A_s.f_y}{0.85f'_c.b}y - \frac{630d'A'_s}{f'_c.b} = 0$$

$$y^2 + \frac{630\times 402 - 1472\times 360}{0.85\times 20\times 300}y - \frac{630\times 50\times 402}{20\times 300} = 0$$

$$y^2 - 54.25y - 2110.5 = 0$$

$$y = 80.5mm$$

$$f'_s = 630\frac{y - 0.85d'}{y} = 630\frac{80.5 - 0.85\times 50}{80.5} = 297.39Mpa$$

$$M_{ur} = \Omega 0.85f'_c.by(d - \frac{y}{2}) + A'_s(d - d')f'_s =$$

$$M_{ur} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 300 \times 80.5(600 - \frac{80.5}{2})$$

$$+ 297.39 \times 402(600 - 50) = 272.6kN.m$$

3- الحالة الثالثة : المقطع مسلح على الشد والضغط $A_s = 1472mm^2$

$A_s^{'} = 1472mm^2$

- بفرض أن الفولاذ المضغوط متلدن $f_s^{'} = f_y$

عمق المنطقة المضغوطة :

$$A_s.f_y = 0.85f_c^{'}.b.y + f_y.A_s^{'} \Rightarrow y = \frac{(A_s - A_s^{'}).f_y}{0.85f_c^{'}.b} = 0$$

هذا يعني أن الفولاذ المضغوط غير متلدن والفرض خاطئ لذلك

$$A_s.f_y = 0.85f_c^{'}.b.y + f_s^{'}.A_s^{'}$$

$$A_s.f_y = 0.85f_c^{'}.b.y + 630\frac{y - 0.85d^{'}}{y}.A_s^{'}$$

$$A_s.f_y.y = 0.85f_c^{'}.b.y^2 + 630.A_s^{'}y - 630 \times 0.85d^{'}A_s^{'}$$

$$y^2 + \frac{630.A_s^{'} - A_s.f_y}{0.85f_c^{'}.b}y - \frac{630d^{'}A_s^{'}}{f_c^{'}.b} = 0$$

$$y^2 + \frac{630 \times 1472 - 1472 \times 360}{0.85 \times 20 \times 300}y - \frac{630 \times 50 \times 1472}{20 \times 300} = 0$$

$$y^2 + 77.93y - 7728 = 0$$

$$y = 57.2mm$$

$$f_s^{'} = 630\frac{y - 0.85d^{'}}{y} = 630\frac{57.2 - 0.85 \times 50}{57.2} = 161.90Mpa$$

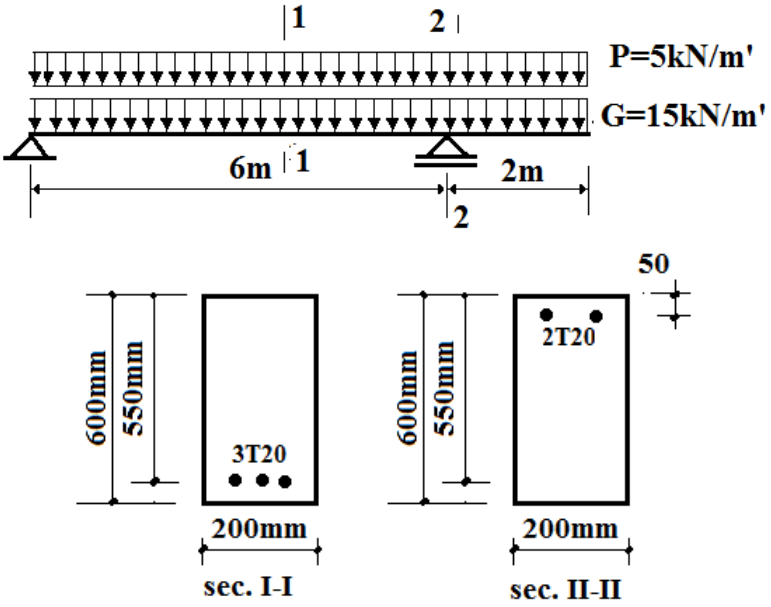
$$M_{ur} = \Omega 0.85f_c^{'}.by(d - \frac{y}{2}) + A_s^{'}(d - d^{'})f_s^{'} =$$

$$M_{ur} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 300 \times 57.2(600 - \frac{57.2}{2}) + 161.90 \times 1472(600 - 50)$$

$$M_{ur} = 281.1kN.m$$

مسألة (4 -11)

جائز من البيتون المسلح موضح في الشكل يحمل حمولة ميتة موزعة بانتظام **G=15kN/m'** من دون الوزن الذاتي وحمولة حية **P=5kN/m'** المطلوب تحقيق الجائز عند المقطعين بفرض $f_c' = 20MPa$ $f_y = 280MPa$



الحل :

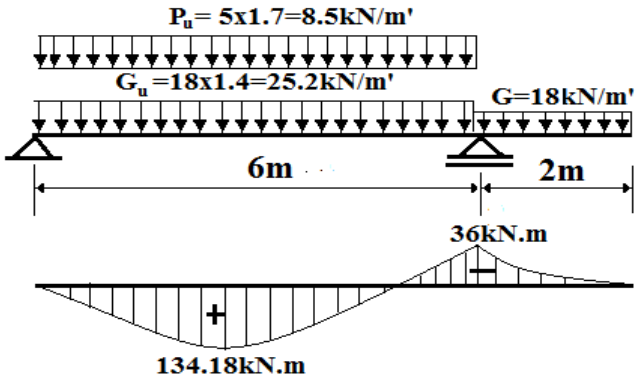
الأحمال الحدية :

$$G_u = 1.4(0.2 \times 0.6 \times 25 + 15) = 25.2kN/m'$$

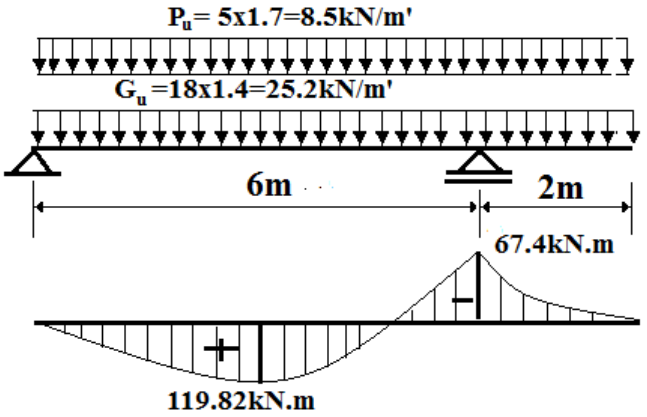
$$P_u = 1.7 \times 5 = 8.5kN/m'$$

رسم مخططات العزم الحدي

من أجل العزم الموجب يتم تحميل الجائز بالحمولة وفق الشكل



من أجل العزم السالب يتم تحميل الجائز بالحمولة وفق الشكل



1- المقطع 1-1 العزم الحدي M_u =136.125 ومسلح على الشد فقط بـ 3T20

- النسبة الأعظمية

$$\mu_{max} = \frac{341}{f_y + 630}\frac{f_c'}{f_y} = \frac{341}{280+630}\frac{20}{280} = 0.0268$$

- النسبة الفعلية :

$$\mu = \frac{A_s}{b.d} = \frac{942.48}{200\times 550} = 0.0086$$

نلاحظ أن :

$$\mu < \mu_{max}$$

$$\alpha = \mu \frac{f_y}{0.85 f_c^{'}} = 0.0086 \frac{280}{0.85 \times 20} = 0.141$$

$$A_o = \alpha(1 - 0.5\alpha) = 0.141(1 - 0.5 \times 0.141) = 0.131$$

$$M_{ur} = \Omega.0{,}85 f_c^{'}.bd^2 A_o = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 200 \times 550^2 \times 0.131$$

$$M_{ur} = 121.26 kN.m$$

نلاحظ أن العزم المقاوم أقل من العزم الخارجي

2- المقطع 2-2 العزم الحدي M_u =72 ومسلح على الشد فقط بـ 2T20

- النسبة الأعظمية

$$\mu_{max} = \frac{341}{f_y + 630} \frac{f_c^{'}}{f_y} = \frac{341}{280 + 630} \frac{20}{280} = 0.0268$$

النسبة الفعلية :

$$\mu = \frac{A_s}{b.d} = \frac{628.32}{200 \times 550} = 0.0057$$

نلاحظ أن

$$\mu < \mu_{max}$$

$$\alpha = \mu \frac{f_y}{0.85 f_c^{'}} = 0.0057 \frac{280}{0.85 \times 20} = 0.094$$

$$A_o = \alpha(1 - 0.5\alpha) = 0.094(1 - 0.5 \times 0.094) = 0.0896$$

$$M_{ur} = \Omega.0{,}85 f_c^{'}.bd^2 A_o = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 200 \times 550^2 \times 0.0896$$

$$M_{ur} = 82.92 kN.m$$

نلاحظ أن العزم المقاوم أكبر من العزم الخارجي

مسألة (4-12)

جائز من البيتون المسلح مقطعه مستطيل عرضه **b=300mm** و ارتفاعه الفعال **d=550mm** إذا كان ارتفاع المنطقة المشدودة في الحالة التوازنية يساوي **302.5mm** ومساحة التسليح التوازنية تساوي $A_{sb}=3793.125mm^2$ والمطلوب :

1- حساب f_c' و f_y

2- حساب العزم الحدي التوازني

3- حساب العزم الحدي الأعظمي والتسليح الموافق

الحل :

1- حساب f_c' و f_y

$$y_b = 600 - 302.5 = 297.5mm$$

$$y_b = \frac{0.85 \times 630}{630 + f_y} 550 = 297.5 \Rightarrow f_y = 360MPa$$

$$A_{sb} = \frac{0.85 \times f_c' \times 300 \times 297.5}{360} = 3793.125 \Rightarrow f_c' = 18MPa$$

2- حساب العزم الحدي التوازني

$$M_{ub} = 0.9 \times 0.85 \times 18 \times 300 \times 297.5 \times (550 - \frac{297.5}{2}) = 493.13kN.m$$

3- حساب العزم الحدي الأعظمي والتسليح الموافق

$$y_{max} = 0.75 y_b = 0.75 \times 297.5 = 223.125mm$$

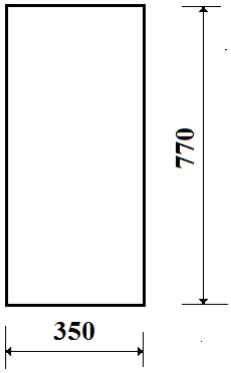
$$M_{u\,max} = 0.9 \times 0.85 \times 18 \times 300 \times 223.125 \times (550 - \frac{223.125}{2}) = 404.121kN.m$$

$$A_{s\,max} = \frac{0.85 \times 18 \times 300 \times 223.125}{360} = 2844.84mm^2$$

مسائل غير محلولة

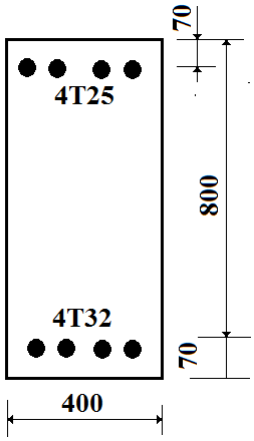
مسألة (4-1)

جائز من البيتون المسلح مقطعه مستطيل موضح في الشكل بجانبه يخضع لعزم خارجي حدي موجب مقداره $M_u = 1400kN.m$ والمطلوب حساب التسليح اللازم بفرض أن $a = d' = 70mm$ و $f_y = 400MPa$ $f_c' = 28MPa$

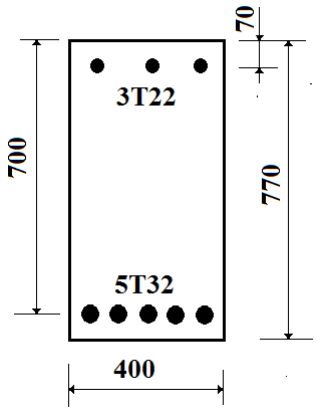


مسألة (4-2)

جائز من البيتون المسلح مقطعه مستطيل موضح في الشكل بجانبه مسلح على الضغط والشد والمطلوب حساب العزم المقاوم الحدي الذي يتحمله المقطع علماً أن $f_y = 400MPa$ $f_c' = 20MPa$

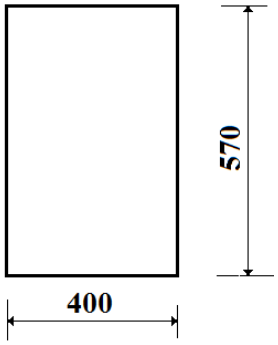


مسألة (3-4)



جائز من البيتون المسلح مقطعه مستطيل موضح في الشكل بجانبه مسلح على الضغط والشد والمطلوب حساب العزم المقاوم الحدي الذي يتحمله المقطع علماً أن $f_c^{'} = 20MPa \quad f_y = 400MPa$

مسألة (4-4)

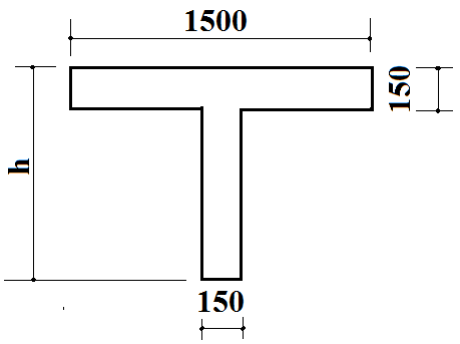


جائز من البيتون المسلح مقطعه مستطيل موضح في الشكل بجانبه يخضع لعزم خارجي حدي موجب مقداره $M_u = 650kN.m$ والمطلوب حساب التسليح اللازم بفرض أن $a = d' = 70mm$ و $f_c^{'} = 28MPa \quad f_y = 400MPa$

مسائل محلولة

مسألة (5-1)

مقطـع بشـكل T موضـح بالشـكل يخضـــع لعـــزم موجـــب حـــدي قـــدره M_u=305kN.m والمطلـوب تصـميم المقطـع بفـــرض أن المقاومـــة المميـــزة للبيتـــون f_c'= 20MPa وإجهـاد الخضـوع للفـولاذ $f_y = 360\,MPa$ $a = 50mm$



الحل :

المعطيات : العزم الحدي الخارجي وهو موجب أي الشد من الأسفل والضغط في الأعلى وبالتالي البلاطة مضغوطة .

المطلوب حساب الارتفاع الكلي للجائز والتسليح اللازم.

بما أن الارتفاع الفعال مجهول وكذلك التسليح لا بد من نفرض قيمة لأحدهما وحساب الأخرى

- نفرض نسبة تسليح بحيث نضمن وقوع المحور ضمن بلاطة الضغط وهي نسبة التسليح المفضلة أي

$$\mu_P = 0.18\frac{f_c'}{f_y} = 0.18\frac{20}{360} = 0.01$$

هذه النسبة من أجل مقطع مستطيل عرضه b_w لذلك نحولها إلى مقطع عرضه b_f

$$\mu_f = \mu\frac{b_w}{b_f} = 0.01\frac{150}{1500} = 0.001$$

الآن ننطلق بالحل على أساس أن المحور يقع ضمن المنطقة المضغوطة

$$\alpha = \mu_f \frac{f_y}{0.85 f_c^{'}} = 0.001 \frac{360}{0.85 \times 20} = 0.0212$$

$$A_o = \alpha(1 - 0.5\alpha) = 0.012(1 - 0.5 \times 0.0212) = 0.02095$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{A_o}} = \sqrt{\frac{1}{0.02095}} = 6.909$$

$$d = r\sqrt{\frac{M_u}{\Omega 0.85 f_c^{'} b_f}} = 6.909\sqrt{\frac{305 \times 10^6}{0.9 \times 0.85 \times 20 \times 1500}} = 796mm$$

$$d = 800mm \Rightarrow h = 850mm$$

$$y = 0.0212d = 0.2 \times 800 = 16.96mm < 150mm$$

الفرض صحيح نتابع

- نحسب عمق المنطقة المضغوطة بدقة

$$M_u = \Omega 0.85 f_c^{'}.b_f y \Rightarrow y = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f_c^{'}.b_f}$$

$$y = \frac{305 \times 10^6}{0.9 \times 0.85 \times 20 \times 1500} = 13.29mm$$

التسليح

$$A_s = \frac{0.85 f_c^{'}.b_f.y}{f_y} = \frac{0.85 \times 20 \times 1500 \times 13.29}{360} = 942mm^2$$

مساحة التسليح الأصغرية :

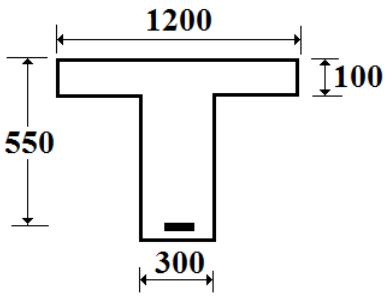
$$A_{s\min} = \frac{0.9}{f_y} b_w.d = \frac{0.9}{360} 150 \times 800 = 300mm^2$$

مساحة التسليح الأعظمية :

$$A_{s\max} = 0.75A_{sb} = 0.75\frac{455}{630+f_y}\frac{f_c'}{f_y}b_f.d = 0.75\frac{455}{630+360}\frac{20}{360}1500\times800$$

$$A_{s\max} = 22980\,mm^2$$

مسألة (5-2)



مقطع بشكل T مبين في الشكل يخضع لعزم موجب حدي ومسلح على الشد بقيمة $A_s = 3060\,mm^2$ و $f_c' = 35MPa$ $f_y = 420MPa$ والمطلوب : 1- حساب عمق المنطقة المضغوطة الأعظمي 2- حساب العزم المقاوم الحدي للمقطع .

الحل :

في هذه المسألة نلاحظ أن قيمة f_c' أكبر من 30MPa لذلك فإن عمق منطقة الضغط في الحالة التوازنية يحسب من :

$$y_b = \beta\frac{630}{630+f_y}d$$

$$\beta = 0.85 - 0.05\frac{35-30}{7} = 0.814$$

$$y_b = 0.814\frac{630}{630+420}550 = 269mm$$

- موقع المحور في الحالة الأعظمية

$$y_{\max} = 0.75y_b = 0.75\times269 = 202mm > t_f$$

- نحسب المساحة البيتونية المضغوطة اللازمة للتوازن مع تسليح الشد أي :

$$A_c' = \frac{A_s.f_y}{0.85f_c'} = \frac{3060\times420}{0.85\times35} = 43200mm^2$$

- المساحة البيتونية لطاولة الضغط

$$A_{cf}' = b_f . t_f = 1200 \times 100 = 120000 mm^2$$

نلاحظ أن المساحة المطلوبة أصغر من المساحة المعطاة من بلاطة الضغط هذا يعني أن المحور موجود ضمن بلاطة الضغط

- نحسب عمق منطقة الضغط

$$y = \frac{A_c'}{b_f} = \frac{43200}{1200} = 36mm < t_f = 100mm$$

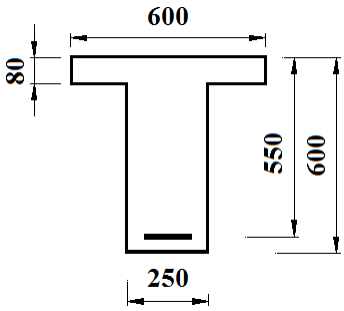
- العزم المقاوم

$$M_{ur} = 0.9 \times 0.85 \times 35 \times 36 \times 1200 (550 - \frac{36}{2})$$

$$M_{ur} = 615.35 kN.m$$

هنا لم نتأكد فيما إذا كانت مساحة التسليح المشدودة أكبر من المساحة الأعظمية المسموحة لأن عمق منطقة الضغط الموافقة للحالة الأعظمية أكبر من المطلوبة.

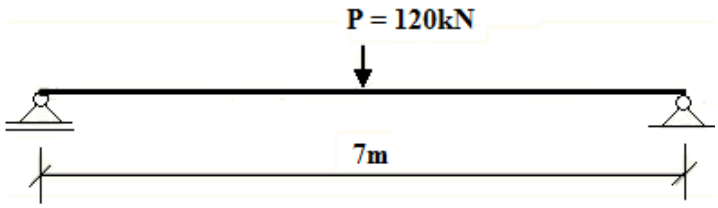
مسألة (3-5)



جائز بسيط من البيتون المسلح مجازه الفعال L=7m يحمل حمولة حية مركزة في منتصف المجاز بالإضافة إلى الوزن الذاتي للجائز

المطلوب : حساب التسليح اللازم للمقطع في منتصف الجائز

$$a = 50mm \quad f_c' = 20MPa \quad f_y = 400MPa$$



الحل :

حساب التسليح اللازم

1- الحمولات الحدية

- الحمولة الحدية المركزة

$$P_u = 120 \times 1.7 = 204kN$$

- الحمولة الموزعة

$$q = (0.6 \times 0.08 + 0.25 + 0.52)25 = 4.45kN/m'$$

- الحمولة الحدية الموزعة

$$q_u = 4.45 \times 1.4 = 6.23kN/m'$$

- العزم الحدي الأعظمي

$$M_{u\max} = \frac{204 \times 7}{4} + \frac{6.23 \times 7^2}{8} = 357 + 38.16 = 396kN.m$$

حساب العزم الذي تقاومه طاولة الضغط

$$M_{uf} = 0.9 \times 0.85 f_c^{'}.t_f.b_f\,(d - \frac{t_f}{2})$$

$$M_{uf} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 80 \times 600(550 - \frac{80}{2}) = 374.54kN.m$$

مقارنة مع العزم الخارجي الحدي الأعظمي

$M_{uf} < M_{u\max}$ **المحور المحايد يقطع الجسد**

حساب العزم الذي يقاوم من خلال الجناحين

$$M_{ut} = 0.9 \times 0.85 f_c^{'}.t_f.(b_f - b_w)(d - \frac{t_f}{2})$$

$$M_{ut} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 80.(600 - 250)(550 - \frac{80}{2})$$

$$M_{ut} = 218.484kN.m$$

حساب التسليح الموافق للعزم المقاوم بالجناحين

$$A_{st} = \frac{0.85 f_c^{'} . t_f (b_f - b_w)}{f_y}$$

$$A_{st} = \frac{0.85 \times 20 \times 80(600-250)}{400} = 1190 mm^2$$

العزم المتبقي

$$M_{u1} = M_u - M_{ut} = 396 - 218.484 = 177.52 kN.m$$

العزم المتبقي يؤثر على مقطع مستطيل عرضه b_w وارتفاعه d

حساب α A_o

$$A_o = \frac{M_{u1}}{0.9 \times 0.85 f_c^{'} b.d^2}$$

$$A_o = \frac{177.52 \times 1000000}{0.9 \times 0.85 \times 20 \times 250 \times 550^2} = 0.153$$

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - 2A_o} = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.153} = 0.167$$

حساب α_{max}

$$\alpha_{max} = \frac{401}{630 + f_y} = \frac{401}{630 + 400} = 0.39$$

$\alpha < \alpha_{max}$ **التسليح أحادي لنحسب التسليح**

$$\gamma = 1 - 0.5\alpha = 1 - 0.5 \times 0.167 = 0.917$$

$$A_{s1} = \frac{M_{u1}}{0.9 \times f_y \gamma.d} = \frac{177.52 \times 1000000}{0.9 \times 400 \times 550 \times 0.917} = 978 mm^2$$

حساب التسليح الكلي

$$A_s = A_{st} + A_{s1} = 1190 + 978 = 2168 mm^2$$

مساحة التسليح الدنيا المسموحة :

$$A_{s\max} = \frac{0.9}{f_y} b_w.d = \frac{0.9}{400} 250 \times 550 = 310 mm^2 < A_{s1}$$

مساحة التسليح المشدود الكلية العظمى المسموحة :

$$A_{s\max} = 0.75 \frac{0.85 f_c'}{f_y} \left(\frac{535.5}{630 + f_y} + \frac{t_f}{d} (\frac{b_f}{.b_w} - 1) \right) b_w.d$$

$$A_{s\max} = 0.75 \frac{0.85 \times 20}{400} \left(\frac{535.5}{630 + 400} + \frac{80}{550} (\frac{600}{250} - 1) \right) \times 250 \times 550 = 3171 mm^2$$

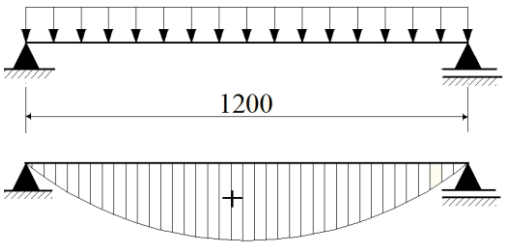
نقارن $A_{s\max} = 3171 mm^2$ **مع** $A_s = 2168 mm^2$ $A_s < A_{s\max}$ **محقق** .

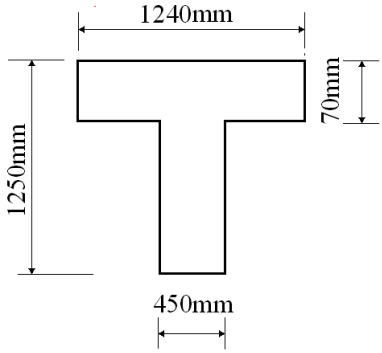
مسألة (5-4)

جائز بسيط مجازه 12m يخضع لحمولة موزعة بانتظام ميتة بما فيها الوزن الذاتي D.L=40kN/m' وحية L.L=25kN/m' . أبعاد المقطع كما في الشكل إذا علمت المقاومة المميزة للبيتون $f_c' = 20MPa$ إجهاد الخضوع للفولاذ $f_y = 400MPa$ التغطية للفولاذ السفلي a=50mm والعلوي d'=40mm

المطلوب : 1- حساب التسليح اللازم بفرضه يعمل كمقطع T

2- حساب التسليح اللازم بفرضه يعمل كمقطع مستطيل





الحل :

- حساب الحمولة الحدية

$$q_u = 1.4\times 40 + 1.7\times 25 = 98.5 kN/m$$

- حساب العزم الحدي

$$M_u = \frac{89.5\times 12^2}{8} = 1773 kN.m$$

1- المقطع يعمل كـ T (المقصود بعمله كـ T أن ندخل في الحساب الجناحين في حال كانت البلاطة مضغوطة)

- نحسب العزم الذي يقاوم بوساطة طاولة الضغط

$$M_{uf} = \Omega 0.85 f_c^{'}.b_f.t_f(d-0.5t_f)$$

$$d = 1250-50 = 1200 mm$$

$$M_{uf} = 0.9\times 0.85\times 20\times 1240\times 70(1200-0.5\times 70) = 1547.17 kN.m$$

بما أن $M_{uf} < M_u$ هذا يعني أن المحور المحايد يقطع الجسد

- نحسب العزم الذي يقاومه الجناح :

$$M_{ut} = \Omega 0.85 f_c^{'}.(b_f - b_w).t_f(d-0.5t_f)$$

$$M_{ut} = 0.9\times 0.85\times 20\times (1240-450)\times 70(1200-0.5\times 70)$$

$$M_{ut} = 985.695 kN.m$$

- يكون التسليح اللازم :

$$A_{st} = \frac{0.85 f_c^{'}(b_f - b_w).t_f}{f_y}$$

$$A_{st} = \frac{0.85\times 20(1240-450).70}{400} = 2351 mm^2$$

- العزم المتبقي يقاوم بوساطة مقطع مستطيل عرضه b_w :

$$M_{u1} = M_u - M_{ut} = 1773 - 985.695 = 787.31 kN.m$$

- نحسب العوامل :

$$A_o = \frac{M_u}{\Omega.0.85b.d^2 f_c'} = \frac{787.3\times10^6}{0.9\times0.85\times450\times1200^2\times20} = 0.079$$

$$\alpha = 1-\sqrt{1-2A_o} = 1-\sqrt{1-2\times0.079} = 0.083$$

$$\gamma = 1-\frac{\alpha}{2} = 1-\frac{0.083}{2} = 0.959$$

- نحسب التسليح لمقطع أحادي التسليح

$$A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{787.3\times10^6}{0.9\times0.959\times1200\times400} = 1901 mm^2$$

- التسليح الكلي :

$$A_s = 2351+1901 = 4252 mm^2$$

- نحسب نسبة التسليح :

$$\mu = \frac{A_s}{b_w.d} = \frac{4252}{1200\times450} = 0.0078$$

- نحسب النسبة الأعظمية :

$$\mu_{max} = 0.75\frac{0.85f_c'}{f_y}\left(\frac{535.5}{630+f_y}+\frac{t_f}{d}(\frac{b_f}{.b_w}-1)\right)$$

$$\mu_{max} = 0.75\frac{0.85\times20}{400}\left(\frac{535.5}{630+400}+\frac{70}{1200}(\frac{1240}{450}-1)\right) = 0.0198$$

- نحسب نسبة التسليح الأصغري

$$\mu_{min} = \frac{0.9}{f_y} = \frac{0.9}{400} = 0.00225$$

1- المقطع يعمل كمستطيل أي بإهمال الجناحان

- نحسب العوامل :

$$A_o = \frac{M_u}{\Omega.0.85b.d^2 f_c'} = \frac{1773\times10^6}{0.9\times0.85\times450\times1200^2\times20} = 0.18$$

$$\alpha = 1-\sqrt{1-2A_o} = 1-\sqrt{1-2\times0.18} = 0.20$$

- القيمة الأعظمية :

$$\alpha_{max} = \frac{267.33}{630+f_y} = \frac{267.33}{630+400} = 0.259 > \alpha$$

$$\gamma = 1-\frac{\alpha}{2} = 1-\frac{0.2}{2} = 0.9$$

- نحسب التسليح لمقطع أحادي التسليح

$$A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{1773\times10^6}{0.9\times0.9\times1200\times400} = 4561mm^2$$

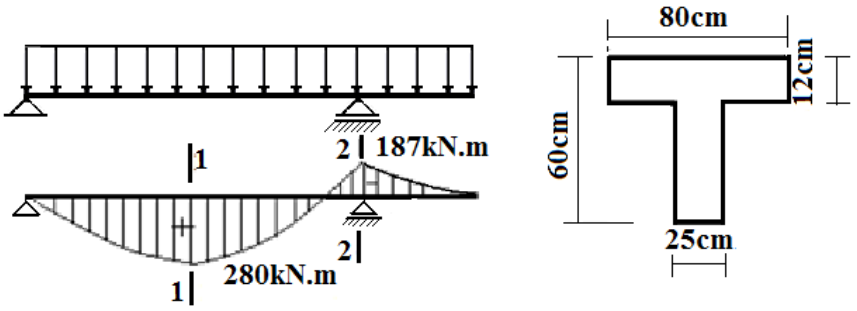
- نحسب نسبة التسليح :

$$\mu = \frac{A_s}{b_w.d} = \frac{4561}{1200\times450} = 0.00845$$

مسألة(5-5)

جـائز بسـيط ذو ظفـر مـن البيتـون المسـلح ارتفـاع مقطعـه الكلـي h=60cm وعرض طاولة الضغط b_f=80cm وسماكة البلاطة t_f =12cm المقطع النموذجي للجائز مبين في الشكل ,إذا علم مخطط العزم الحدي لهذا الجائز مع الظفر وكانت المقاومـة المميـزة للبيتـون $f_c'=20MPa$ إجهـاد الخضـوع للفـولاذ $f_y=400MPa$ و التغطية للفولاذ السفلي a=6cm

المطلوب : حساب مساحة التسليح اللازم للجائز في المقطعين 1و 2



الحل :

حساب مساحة التسليح للمقطع 1-1 العزم الحدي $M_u=280kN.m$:

بما أن العزم موجب فالشد في الجسد وبالتالي نعالج المقطع كـ T

- العزم الذي يقاوم من قبل طاولة الضغط :

$$M_{ut} = \Omega 0.85 f_c'.b_f.t_f\,(d-0.5t_f)$$

$$d = 600-60 = 540mm$$

$$M_{uf} = 0.9\times 0.85\times 20\times 800\times 120(540-0.5\times 120) = 705kN.m$$

بما أن $M_{uf} > M_u$ هذا يعني أن المحور المحايد يقع ضمن طاولة الضغط

المقطع مستطيل عرضه $b_f = 80cm$

- نحسب العوامل :

$$A_o = \frac{M_u}{\Omega 0.85 b_f.d^2 f_c'} = \frac{280\times 10^6}{0.9\times 0.85\times 800\times 540^2\times 20} = 0.0784$$

$$\alpha = 1-\sqrt{1-2A_o} = 1-\sqrt{1-2\times 0.0784} = 0.0817$$

- القيمة الأعظمية :

$$\alpha_{max} = \frac{267.33}{630+f_y} = \frac{267.33}{630+400} = 0.259 > \alpha$$

$$\gamma = 1-\frac{\alpha}{2} = 1-\frac{0.0817}{2} = 0.959$$

- نحسب التسليح لمقطع أحادي التسليح

$$A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{280\times10^6}{0.9\times0.959\times540\times400} = 1502mm^2$$

نختار 5T20 تعطي مساحة مقادرها $1570mm^2$

- نسبة التسليح :

$$\mu = \frac{A_s}{b_w.d} = \frac{1570}{540\times250} = 0.0116$$

- نسبة التسليح الأعظمية :

$$\mu_{max} = 0.75\frac{455}{630+f_y}\frac{f_c'}{f_y}\frac{b_f}{b_w} = 0.75\frac{455}{630+400}\frac{20}{400}\frac{800}{250} = 0.053$$

2- حساب مساحة التسليح للمقطع 2-2 العزم الحدي M_u=187kN.m

بما أن العزم سالب فالشد في الجناح وبالتالي نعالج المقطع كـ مستطيل عرضه b_w

- نحسب العوامل :

$$A_o = \frac{M_u}{\Omega.0.85b_w.d^2f_c'} = \frac{187\times10^6}{0.9\times0.85\times250\times540^2\times20} = 0.168$$

$$\alpha = 1-\sqrt{1-2A_o} = 1-\sqrt{1-2\times0.168} = 0.185$$

- القيمة الأعظمية :

$$\alpha_{max} = \frac{267.33}{630+f_y} = \frac{267.33}{630+400} = 0.259 > \alpha$$

$$\gamma = 1-\frac{\alpha}{2} = 1-\frac{0.185}{2} = 0.908$$

- نحسب التسليح لمقطع أحادي التسليح

$$A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma\ .d.f_y} = \frac{187\times10^6}{0.9\times0.908\times540\times400} = 1060mm^2$$

نختار 5T18 تعطي مساحة مقدارها $1272mm^2$

- نسبة التسليح :

$$\mu = \frac{A_s}{b_w.d} = \frac{1272}{540\times 250} = 0.00942$$

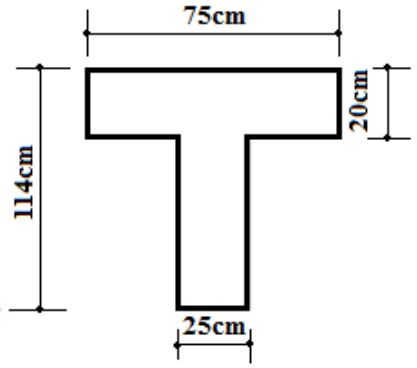
- نسبة التسليح الأعظمية :

$$\mu_{max} = 0.75\frac{455}{630+f_y}\frac{f_c^{'}}{f_y} = 0.75\frac{455}{630+400}\frac{20}{400} = 0.0166$$

- نسبة التسليح الأصغرية :

$$\mu_{min} = \frac{0.9}{f_y} = \frac{0.9}{400} = 0.00225$$

مسألة (5-6)



مقطع لجائز من البيتون المسلح ارتفاعه الكلي h=114cm وعرض طاولة الضغط b_f=75cm ثخانة البلاطة t_f =20cm المقطع النموذجي للجائز مبين في الشكل بجانبيه إذا كان العزم الحدي $M_u = 3300kN.m$ (موجب أي يشد الألياف السفلية ويضغط الألياف العلوية) و المقاومة المميزة للبيتون $f_c' = 20MPa$ إجهاد الخضوع للفولاذ $f_y = 360MPa$ التغطية للفولاذ السفلي a=6cm

الحل :

العزم الذي يقاوم من قبل طاولة الضغط:

$$d = 1140 - 60 = 1080mm$$

$$M_{uf} = \Omega 0.85f_c^{'}.b_f.t_f(d - 0.5t_f)$$

$$M_{uf} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 750 \times 200(1080 - 0.5 \times 200)$$

$$M_{uf} = 2249 kN.m$$

بما أن $M_{uf} < M_u$ هذا يعني أن المحور المحايد يقطع الجسد

العزم الذي يقاومه جزآ طاولة الضغط :

$$M_{ut} = \Omega 0.85 f_c^{'}.(b_f - b_w).t_f\,(d - 0.5t_f)$$

$$M_{ut} = 0.9 \times 0.85 \times 20(750 - 250) \times 200 \times (1080 - 0.5 \times 200)$$

$$M_{ut} = 1499.4 kN.m$$

التسليح اللازم

$$A_{st} = \frac{0.85 f_c^{'}.(b_f - b_w).t_f}{.f_y}$$

$$A_{st} = \frac{0.85 \times 20 \times (750 - 250) \times 200}{360} = 4722.22 mm^2$$

العزم المتبقي :

$$M_{u1} = M_u - M_{ut} = 3300 - 1499.4 = 1800.6 kN.m$$

نحسب العوامل :

$$A_o = \frac{M_{u1}}{\Omega 0.85 b_w.d^2 f_c'} = \frac{1800.6 \times 10^6}{0.9 \times 0.85 \times 250 \times 1080^2 \times 20} = 0.4036$$

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - 2A_o} = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.4036} = 0.561$$

القيمة الأعظمية :

$$\alpha_{max} = 0.75\alpha_b = 0.75 \frac{535.5}{630 + f_y} = 0.406 < \alpha$$

$$\alpha_{max} = 0.5\alpha_b = 0.5 \frac{535.5}{630 + f_y} = 0.27 < \alpha$$

$$A_{o\max} = \alpha_{\max}(1-\frac{\alpha_{\max}}{2}) = 0.27(1-\frac{0.27}{2}) = 0.234$$

$$\gamma_{\max} = (1-\frac{\alpha_{\max}}{2}) = (1-\frac{0.27}{2}) = 0.865$$

نحسب العزم

$$M_{u\max} = M_{u1} = \Omega 0.85 f_c^{'}.b_w.d^2 A_{o\max}$$

$$M_{u\max} = 0.9\times 0.85\times 20\times 250\times 1080^2\times 0.234 = 1043.98 kN.m$$

$$A_{s1} = \frac{M_{u1}}{0.9.d.\gamma_{o\max} f_y} = \frac{1043.98\times 10^6}{0.9\times 1080\times 0.865\times 360} = 3449 mm^2$$

$$M_{u2} = 1800.6 - 1043.98 = 756.62 kN.m$$

$$A_{s2} = A_s^{'} = \frac{M_{u2}}{0.9.(d-d')f_y} = \frac{756.62\times 10^6}{0.9\times(1080-60)\times 360} = 2289.5 mm^2$$

$$A_s = 4722.22 + 3449 + 2289.5 = 10461 mm^2$$

- نحسب نسبة التسليح :

$$\mu = \frac{A_s}{b_w.d} = \frac{1046}{250\times 1080} = 0.00387$$

- نحسب النسبة الأعظمية :

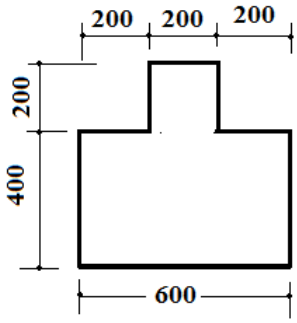
$$\mu_{\max} = 0.75\frac{0.85 f_c^{'}}{f_y}\left(\frac{535.5}{630+f_y} + \frac{t_f}{d}(\frac{b_f}{.b_w}-1)\right)$$

$$\mu_{\max} = 0.75\frac{0.85\times 20}{360}\left(\frac{535.5}{630+360} + \frac{200}{1080}(\frac{750}{250}-1)\right) = 0.0323$$

- نحسب نسبة التسليح الأصغري

$$\mu_{min} = \frac{0.9}{f_y} = \frac{0.9}{360} = 0.0025$$

مسألة (5-7)



مقطع موضح بالشكل مسلح تسليحاً أحادياً إذا علمت $f_y = 360MPa$ $f_c' = 20MPa$ $a = 50mm$

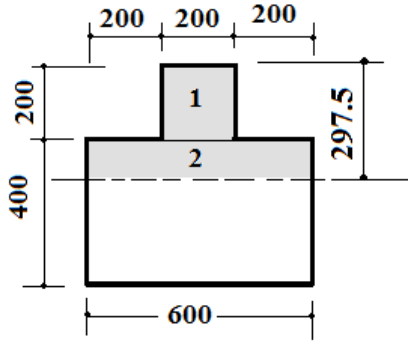
احسب :

1-العزم التوازني والتسليح الموافق له

2-احسب العزم التصميمي الأعظمي والتسليح الموافق له بفرض أن السهم محقق وسيزود المقطع بتسليح علوي.

الحل :

1- العزم التوازني والتسليح الموافق له



- موقع المحور المحايد في الحالة التوازنية

$$y_b = \frac{535.5d}{630 + f_y} = \frac{545.5 \times 550}{630 + 360} = 297.5mm$$

نقسم المنطقة المضغوطة منطقتين

$$A_{c1} = 200 \times 200 = 40000mm^2$$

$$F_{c1} = 0.85 \times 20 \times 200 \times 200 = 680000N \quad M_{u1} = F_{c1}.Z_{c1} = 275.4kN.m$$

-

$$A_{c2} = 600 \times 97.5 = 58500mm^2$$

$$F_{c2} = 0.85 \times 20 \times 58500 = 994500N \quad Z_{c2} = 350 - \frac{97.5}{2} = 301.25mm$$

$$M_{u2} = F_{c2}.Z_{c2} = 269.63kN.m$$
$$M_u = M_{u1} + M_{u2} = 545kN.m$$
$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$
$$A_{s1} = \frac{F_{c1}}{f_y} = \frac{680000}{360} = 1888.9mm^2$$
$$A_{s2} = \frac{F_{c2}}{f_y} = \frac{994500}{360} = 2762.5mm^2$$

$$A_{sb} = A_{s2} + A_{s2} = 4651.4mm^2$$

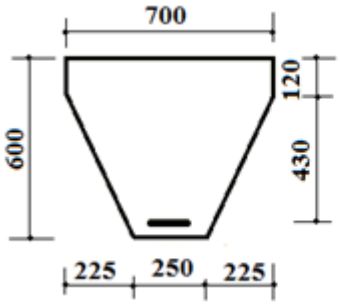
2- حساب العزم التصميمي الأعظمي والتسليح الموافق له بفرض أن السهم محقق وسيزود المقطع بتسليح علوي.

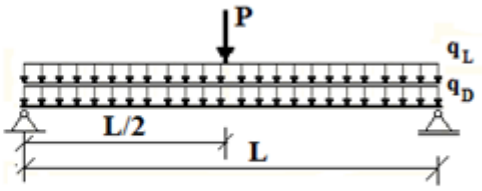
$$A_s = 0.75A_{sb} = 0.75 \times 4651.4 = 3488.55mm^2$$
$$A_s = A_{s1} + A_{s3} \Rightarrow A_{s3} = A_s - A_{s1} = 3488.55 - 1888.9 = 1599.65mm^2$$

$$A_{s3}.f_y = 0.85 \times 20 \times 600 \times a \Rightarrow a = 56.46mm$$
$$M_{u3} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 600 \times 56.46(350 - \frac{56.46}{2}) = 166.77kN.m$$
$$M_u = 275.4 + 166.77 = 442.17kN.m$$

مسألة (5-8)

لدينا الجائز المبين في الشكل مقطعه موضح بالشكل. يتعرض هذا الجائز لحمولة ميتة موزعة بانتظام تساوي 11kN/m` ، وحمولة حية موزعة بانتظام تساوي 11kN/m`، وحمولة حية مركزة مقدارها 40kN مطبقة في منتصف المجاز.





$a = a` = 50\ mm$ ، $f`_c = 20\ MPa$ ، $f_y = 400\ MPa$.

1- حساب العزم المقاوم الحدي الأعظمي للمقطع

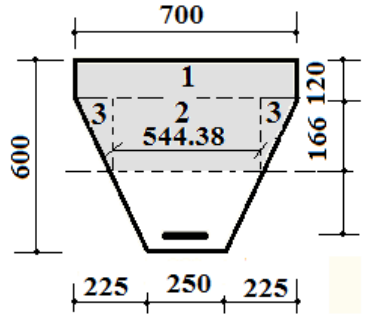
2- حساب المجاز الأعظمي الذي يمكن استخدامه لتحمل الحمولات المطبقة

3- العزم المقاوم الحدي التوازني للمقطع والتسليح الموافق

الحل :

الطلب الأول :

1- تحديد ارتفاع المنطقة المضغوطة في الحالة التوازنية



$$y_b = 0.85x_b = 0.85\frac{630}{630+300}d$$

$$y_b = 0.52d = 0.52\times 550 = 286mm$$

مساحة الجزء المضغوط :

$$A'_{c1} = 700\times 120 = 84000mm^2$$

$$A'_{c2} = 544.38\times 166 = 90367.08mm^2$$

قوة الضغط : $A'_{c3} = 2\times 77.81\times 166\times 0.5 = 12916.46mm^2$

$$N'_{cb1} = 0.85\times 20\times 84000 = 1428000N$$

$$N'_{cb2} = 0.85 \times 20 \times 90367.08 = 1536240.4N$$
$$N'_{cb3} = 0.85 \times 20 \times 12916.46 = 219579.82N$$
$$N'_{cb} = \sum N'_{cb} = 3183820.2N$$

ذراع قوى الضغط :

$$Z'_{c1} = 550 - 60 = 490mm$$
$$Z'_{c2} = 550 - 120 - 83 = 347mm$$
$$Z'_{c3} = 550 - 120 - \frac{166}{3} = 374.67mm$$

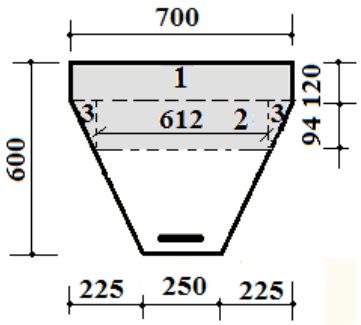
عزم قوى الضغط :

$$M_{ub1} = 1428000 \times 490 \times 0.9 = 629.748kN.m$$
$$M_{ub2} = 1536240.4 \times 347 \times 0.9 = 479.77kN.m$$
$$M_{ub3} = 219579.82 \times 374.67 \times 0.9 = 74.04kN.m$$
$$M_{ub} = \sum M_{ubi} = 1183.56kN.m$$

$$N'_{cb} = A_{sb}.f_y \Rightarrow A_{sb} = \frac{3183820.2}{400} = 7960mm^2$$

الطلب الثاني :

- تحديد ارتفاع المنطقة المضغوطة الأعظمية



$$y_{max} = 0.75y_b = 286 \times 0.75 = 214mm$$

	$A'_c\ mm^2$	$N'_c\ N$
1	$700 \times 120 = 84000$	$0.85 \times 20 \times 84000 = 1428000$

2	$612\times 94=57528$	$0.85\times 20\times 57528=977976$
3	$2\times 44\times 94\times 0.5=4136$	$0.85\times 20\times 4136=70312$
		2476288
	$Z_c^{'}$ mm	M_{ur} kN.m
1	$550-60=490$	$1428000\times 490\times 0.9=629.748$
2	$550-120-47=383$	$15362404\times 347\times 0.9=337$
3	$550-120-\frac{94}{3}=399$	$70312\times 399\times 0.9=25.22$

$$N_{cb}^{'}=A_{sb}.f_y \Rightarrow A_{sb}=\frac{2476288}{400}=6191mm^2$$

الطلب الثالث :

تحديد المجاز الأعظمي

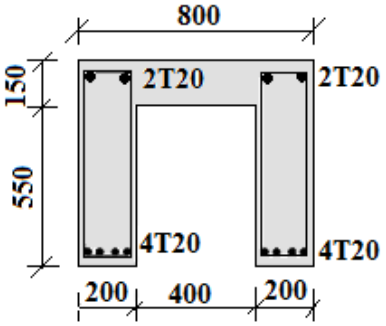
$$M_{u\max}=1.4\frac{75L^2}{8}+1.7\frac{50L^2}{8}+1.7\frac{100L}{4}=992$$

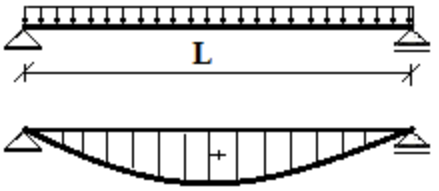
$$L^2+1.789L-41.77=0 \Rightarrow L=5.63m$$

مسألة (5-9)

جائز بسيط مجازه L يحمل حمولة حية موزعة بانتظام q=25kN/m' بالإضافة إلى الوزن الذاتي والمطلوب إيجاد أكبر مجاز ممكن باعتبار أنه مسلح كما هو في الشكل.

$$a=d'=50mm \quad f_c^{'}=20MPa \quad f_y=400MPa$$



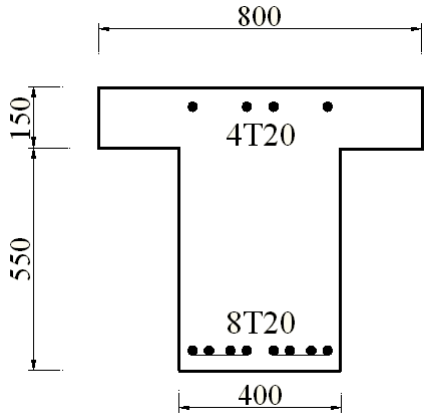


الحل :

- الوزن الذاتي للجائز

$$s.w = (0.7\times 0.8 - 0.4\times 0.55)25 = 8.5kN/m'$$

$$q_u = 1.4\times 8.5 + 1.7\times 25 = 54.4kN/m'$$



$$M_u = \frac{q_u.L^2}{8} \Rightarrow L = \sqrt{\frac{8M_u}{q_u}}$$

$$A_s^{'} = 1256mm^2$$

$$A_s = 2512\,mm^2$$

- نحسب التسليح اللازم لجناحي المقطع

$$A_s.f_y = 0.85f_c^{'}.t_f\,(b_f - b_w) \Rightarrow$$

$$A_s = \frac{0.85\times 20\times 150\times (800-400)}{400} = 2550mm^2$$

نلاحظ بأن التسليح اللازم أكبر من التسليح الفعلي وبالتالي فالمحور يقع ضمن بلاطة الضغط ويعالج المقطع كمقطع مستطيل عرضه b_f ومسلح بتسليح ثنائي

نفرض أن الفولاذ المضغوط متلدن $f_s^{'} = f_y$

موقع المحور المحايد :

$$A_s.f_y = 0.85f_c^{'}.b_f.y + A_s^{'}f_y \Rightarrow y = \frac{(2512-1256)\times 400}{0.85\times 20\times 800} = 36.94mm$$

$$f_s^{'} = 630\frac{y-0.85d^{'}}{y} = 630\frac{36.94-0.85\times 50}{36.94} = -94.82Mpa$$

أي أن الفولاذ المضغوط غير متلدن

نعيد الحل باعتبار أن الفولاذ المضغوط غير متلدن

$$A_s.f_y = 0.85f_c^{'}.b_f.y + A_s^{'}f_s^{'}$$

$$A_s.f_y = 0.85f_c^{'}.b_f.y + A_s^{'}630\frac{y-0.85d^{'}}{y}$$

$$A_s.f_y.y = 0.85f_c^{'}.b_f.y^2 + A_s^{'}630y - A_s^{'}630\times 0.85d^{'}$$

$$y^2 + \frac{A_s^{'}.630 - A_s.f_y}{0.85f_c^{'}b_f}y - \frac{A_s^{'}630\times 0.85d^{'}}{0.85f_c^{'}b_f} = 0$$

$$y^2 + \frac{1256\times 630 - 2512\times 400}{0.85\times 20\times 800}y - \frac{1256\times 630\times 0.85\times 50}{0.85\times 20\times 800} = 0$$

$$y^2 - 15.7y - 2472.75 = 0 \Rightarrow y = 58.19mm$$

$$f_s^{'} = 630\frac{y-0.85d^{'}}{y} = 630\frac{58.19-0.85\times 50}{58.19} = 169.87Mpa$$

$$M_u = 0.9\times 0.85f_c^{'}b_f.y(d-\frac{y}{2}) + 0.9A_s^{'}.f_s^{'}(d-d^{'})$$

$$M_u = 0.9\times 0.85\times 20\times 800\times 58.19(650-\frac{58.19}{2}) +$$

$$0.9\times 1256\times 169.87(650-50)$$

$$M_u = 557.45kN.m$$

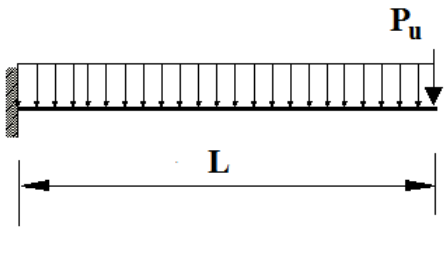
$$L = \sqrt{\frac{8 \times 557.45}{54.4}} = 9m$$

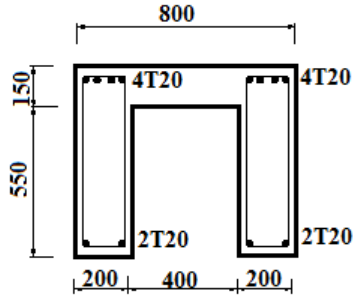
مسألة (5-10)

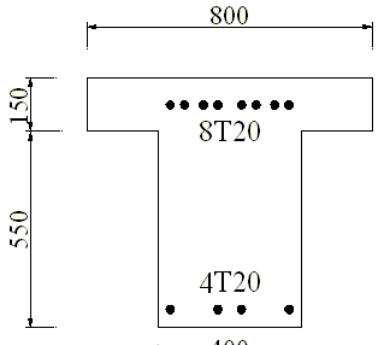
جائز ظفري مجازه L يحمل حمولة حية موزعة بانتظام q=25kN/m' بالإضافة إلى الوزن الذاتي مع حمولة مركزة حدية في نهاية الظفر Pu =253kN والمطلوب إيجاد أكبر مجاز ممكن باعتبار أنه مسلح كمت هو في الشكل. $f_y = 400MPa$

$f_c^{'} = 20MPa$

$a = d' = 50mm$







الحل :

- الوزن الذاتي للجائز

$$s.w = (0.7 \times 0.8 - 0.4 \times 0.55)25 = 8.5kN/m'$$

$$q_u = 1.4 \times 8.5 + 1.7 \times 25 = 54.4kN/m'$$

$$M_u = P_u.L + \frac{q_u.L^2}{2} \Rightarrow L^2 + 2\frac{P_u}{q_u}L + 2\frac{M_u}{q_u}$$

$$A_s^{'} = 1256mm^2 \quad A_s = 2512mm^2$$

بما أن طاولة الضغط تخضع لإجهادات شد فإن المقطع يعالج كمقطع مستطيل عرضه b_w ومسلح بتسليح ثنائي

$$A_s.f_y = 0.85f_c^{'}.b_w.y + A_s^{'}f_y \Rightarrow y = \frac{(2512-1256)\times 400}{0.85\times 20\times 400} = 73.88mm$$

$$f_s^{'} = 630\frac{y-0.85d^{'}}{y} = 630\frac{73.88-0.85\times 50}{73.88} = 267.61Mpa$$

الفولاذ المضغوط غير متلدن

$$A_s.f_y = 0.85f_c^{'}.b_w.y + A_s^{'}f_s^{'}$$

$$A_s.f_y = 0.85f_c^{'}.b_w.y + A_s^{'}630\frac{y-0.85d^{'}}{y}$$

$$A_s.f_y.y = 0.85f_c^{'}.b_w.y^2 + A_s^{'}630y - A_s^{'}630\times 0.85d^{'}$$

$$y^2 + \frac{A_s^{'}.630 - A_s.f_y}{0.85f_c^{'}b_w}y - \frac{A_s^{'}630\times 0.85d^{'}}{0.85f_c^{'}b_w} = 0$$

$$y^2 + \frac{1256\times 630 - 2512\times 400}{0.85\times 20\times 400}y - \frac{1256\times 630\times 0.85\times 50}{0.85\times 20\times 400} = 0$$

$$y^2 - 131.4y - 4945.5 = 0 \Rightarrow y = 87.76mm$$

$$f_s^{'} = 630\frac{y-0.85d^{'}}{y} = 630\frac{87.76-0.85\times 50}{87.76} = 324.90Mpa$$

$$M_u = 0.9\times 0.85f_c^{'}b_w.y(d-\frac{y}{2}) + 0.9A_s^{'}.f_s^{'}(d-d^{'})$$

$$M_u = 0.9\times 0.85\times 20\times 400\times 87.76(650-\frac{87.76}{2}) +$$

$$0.9\times 1256\times 324.90(650-50)$$

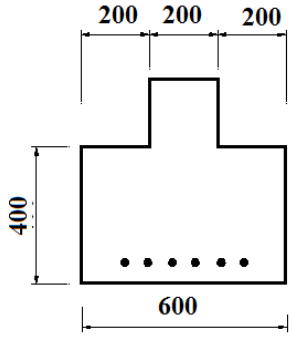
$$M_u = 545.90kN.m$$

$$L^2 + 2\frac{253}{54.4}L - 2\frac{545.90}{54.4} \Rightarrow L^2 + 9.3L - 10.03 = 0 \Rightarrow L = 0.98m$$

مسألة (5-11)

مقطع موضح بالشكل مسلح تسليحاً أحادياً إذا علمت

$$a = 50mm \quad f_c^{'} = 20MPa \quad f_y = 360MPa$$



احسب :

1-العزم التوازني والتسليح الموافق له

2-احسب العزم التصميمي الأعظمي والتسليح

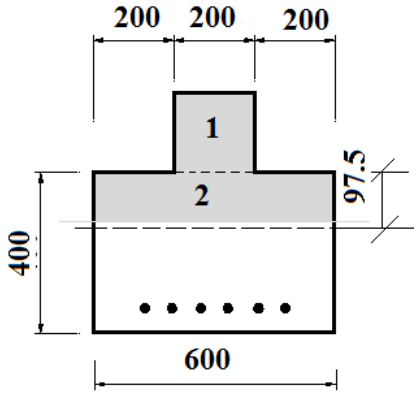
الموافق له باعتبار السهم محقق وسيزود المقطع بتسليح تعليق.

الحل :

$$y_b = \frac{535.5d}{630 + f_y} = \frac{545.5 \times 550}{630 + 360} = 297.5mm$$

$$A_{c1} = 200 \times 200 = 40000mm^2$$

$$F_{c1} = 0.85 \times 20 \times 200 \times 200 = 680000N$$



$$Z_{c1} = 550 - 100 = 450mm$$

$$M_{u1} = F_{c1}.Z_{c1} = 275.4kN.m$$

$$A_{c2} = 600 \times 97.5 = 58500mm^2$$

$$F_{c2} = 0.85 \times 20 \times 58500 = 994500N$$

$$Z_{c2} = 350 - \frac{97.5}{2} = 301.25mm$$

$$M_{u2} = F_{c2}.Z_{c2} = 269.63kN.m$$

$$M_u = M_{u1} + M_{u2} = 545kN.m$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

$$A_{s1} = \frac{F_{c1}}{f_y} = \frac{680000}{360} = 1888.9mm^2$$

$$A_{s2} = \frac{F_{c2}}{f_y} = \frac{994500}{360} = 2762.5mm^2$$

$$A_{sb} = A_{s2} + A_{s2} = 4651.4mm^2$$

2- احسب العزم التصميمي الأعظمي والتسليح الموافق له باعتبار السهم محقق وسيزود المقطع بتسليح تعليق.

$$A_s = 0.75A_{sb} = 0.75 \times 4651.4 = 3488.55mm^2$$

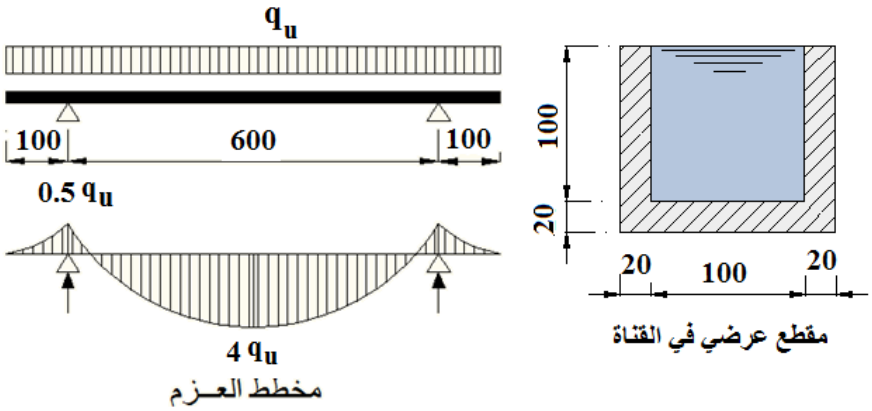
$$A_s = A_{s1} + A_{s3} \Rightarrow A_{s3} = A_s - A_{s1} = 3488.55 - 1888.9 = 1599.65mm^2$$

$$A_{s3}.f_y = 0.85 \times 20 \times 600 \times a \Rightarrow a = 56.46mm$$

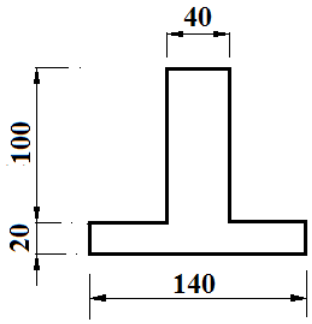
$$M_{u3} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 600 \times 56.46(350 - \frac{56.46}{2}) = 166.77kN.m$$

$$M_u = 275.4 + 166.77 = 442.17kN.m$$

مسـألة (5-12) : قناة مياه مقطعها العرضي بشكل U أبعاده مبينة على الشكل. الحمولة الميتة عبارة عن الوزن الذاتي للقناة بالإضافة إلى وزن المياه $(\gamma_w = 10kN/m^3)$ المقاومة المميزة للبيتون $f_c' = 20MPa$ اجهاد الخضوع



للفولاذ $f_y = 400\,MPa$ التغطية للفولاذ السفلي $a=50mm$. المطلوب : حساب التسليح اللازم للقناة



الحمولات الحدية :

الوزن الذاتي

$$S.W = 1.2\times 0.2\times 25\times 2 + 0.2\times 1\times 25 = 17kN/m$$

وزن الماء

$$W.W = 1\times 1\times 10 = 10kN/m$$

$$q_u = 1.4(17+10) = 37.8kN/m$$

العزوم الحدية :

$$M_{u\,max}^{+} = 4q_u = 4\times 37.8 = 151.2kN.m$$

$$M_{max}^{-} = 0.5q_u = 0.5\times 37.8 = 18.9kN.m$$

التسليح :

العزم الموجب : المقطع يعامل كمقطع مستطيل عرضه **b=40cm**

نحسب العوامل :

$$A_o = \frac{M_u}{\Omega 0.85 b_w . d^2 f_c'} = \frac{151.2\times 10^6}{0.9\times 0.85\times 400\times 1150^2\times 20} = 0.0187$$

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - 2A_o} = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.0187} = 0.0188$$

القيمة الأعظمية :

$$\alpha_{max} = \frac{401}{630 + f_y} = \frac{401}{630 + 400} = 0.39 > \alpha$$

$$\gamma = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0.0188}{2} = 0.99$$

نحسب التسليح لمقطع أحادي التسليح

$$A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{151.2 \times 10^6}{0.9 \times 0.99 \times 1150 \times 400} = 369mm^2$$

التسليح الأصغري

$$A_{smin} = \frac{0.9}{.f_y} b.d = \frac{0.9}{400} 400 \times 1150 = 1035mm^2$$

نختار 6T16 تعطي مساحة قدرها $1205mm^2$

العزم السالب : المقطع يعامل كمقطع تيه

$$d = 1200 - 50 = 1150mm$$

$$M_{uf} = \Omega 0.85 f_c^{'}.b_f.t_f (d - 0.5t_f)$$

$$M_{uf} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 1400 \times 200(1150 - 0.5 \times 200) = 4498.2kN.m$$

بما أن $M_{uf} > M_u$ هذا يعني أن المحور المحايد يقع ضمن بلاطة الضغط

المقطع يعمل كمقطع مستطيل عرضه b_f

نحسب العوامل :

$$A_o = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f_c' b_f.d^2} = \frac{18.9 \times 10^6}{0.9 \times 0.85 \times 20 \times 1150^2 \times 1400} = 0.0006$$

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - 2A_o} = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.0006} = 0.0006$$

$$\gamma = 1 - 0.5\alpha = 1 - 0.5 \times 0.0006 = 0.99$$

$$A_s = \frac{M_u}{\Omega.f_y.\gamma.d} = \frac{18.9\times10^6}{0.9\times400\times0.99\times1150} = 46mm^2$$

$$A_{s\,min} = \frac{0.9}{f_y}1150\times400 = \frac{0.9}{400}1150\times400 = 1035 \quad O.K$$

نختار 6T16 تعطي مساحة قدرها $1205mm^2$

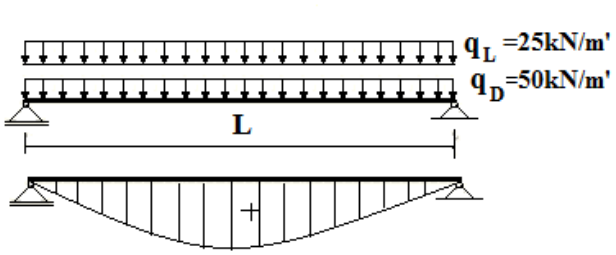
مسألة (13-5) **دورة 2013-2014 الفصل الأول**

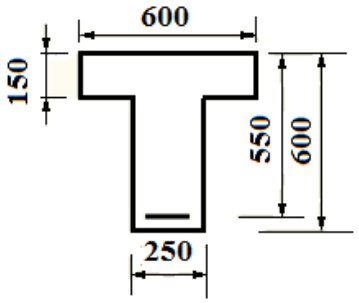
جائز بسيط من البيتون المسلح مجازه الفعال L يحمل حمولة موزعة بانتظام حية مقدارها 25kN/m' وميتة مقدارها 50kN/m' بما فيها الوزن الذاتي للجائز. المقطع العرضي للجائز موضح بالشكل (الابعاد بالمليمتر) وهو مسلح تسليحاً أحادياً على الشد فقط.

المطلوب : 1- حساب المجاز الأعظمي الممكن بحيث يعمل المقطع بشكل مستطيل عرضه b_f =600mm واحسب التسليح الموافق.

2- حساب المجاز الأعظمي الممكن ثم حساب التسليح الموافق.

$f_c^{'} = 20MPa \quad f_y = 400MPa$





الحل :

الطلب الأول :

حساب المجاز الأعظمي الممكن بحيث يعمل المقطع بشكل مستطيل عرضه b_f =600mm وحساب التسليح الموافق.

1- حساب العزم الأعظمي الحدي

$$M_{uf} = 0.9 \times 0.85 f_c^{'}.b_f.t_f\,(d - \frac{t_f}{2})$$

$$M_{uf} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 600 \times 150 (550 - \frac{150}{2})$$

$$M_{uf} = 654.07 kN.m$$

2- حساب الحمولة الحدية

$$q_u = 50 \times 1.4 + 25 \times 1.7 = 112.5 kN/m'$$

3- حساب المجاز الأعظمي

$$M_u = M_{uf} = \frac{q_u.L^2}{8} \Rightarrow L = \sqrt{\frac{8M_{uf}}{q_u}} = \sqrt{\frac{8 \times 654.07}{112.5}}$$

$$L = 6.82m$$

4- حساب التسليح الموافق

$$A_s = \frac{0.85 \times 20 \times 150 \times 600}{400} = 3825 mm^2$$

الطلب الثاني

حساب المجاز الأعظمي الممكن ثم احسب التسليح الموافق.

1- موقع المحور السليم في حالة التسليح الأعظمي

$$x_{max} = 0.75 x_b = \frac{0.75 \times 630}{630 + 400} 550 = 252.31 mm$$

$$y_{max} = 0.85 x_{max} = 0.85 \times 252.3 = 214.46 mm$$

2- حساب العزم الحدي من الجناحين

$$M_{ut} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times (600 - 250) \times 150 (550 - \frac{150}{2})$$

$$M_{ut} = 2295 \times 350 \times 475 = 381.54 kN.m$$

3- حساب العزم الحدي من الجسد

$$M_{u1} = 0.9 \times 20 \times 0.85 \times 250 \times 214.46 (550 - \frac{214.46}{2})$$

$$M_{u1} = 363.21 kN.m$$

4- العزم الكلي الأعظمي

$$M_u = M_{ut} + M_{u1} = 744.75 kN.m$$

5- حساب المجاز الأعظمي

$$M_u = \frac{q_u . L^2}{8} \Rightarrow L = \sqrt{\frac{8M_u}{q_u}} = \sqrt{\frac{8 \times 744.75}{112.5}}$$

$$L = 7.28m$$

6- حساب التسليح الموافق

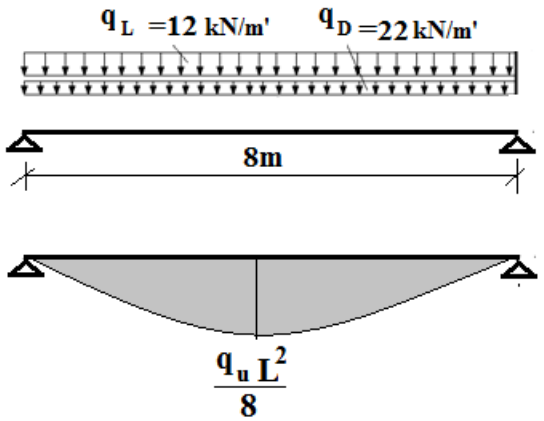
$$A_{st} = \frac{0.85 \times 20 \times 150 \times (600 - 250)}{400} = 2231 mm^2$$

$$A_{s1} = \frac{0.85 \times 20 \times 250 \times 214.46}{400} = 2278.64 mm^2$$

$$A_s = A_{st} + A_{s1} = 2231 + 2278.64 = 4510 mm^2$$

مسألة (5-14) **دورة 2014-2015 الفصل الثاني**

جائز بسيط من البيتون المسلح مجازه الفعال 8m يحمل حمولة موزعة بانتظام حية مقدارها 12kN/m' وميتة مقدارها 22kN/m' متضمنة الوزن الذاتي للجائز. المقطع العرضي للجائز بشكل تيه مقلوب . d'=30mm a=40mm



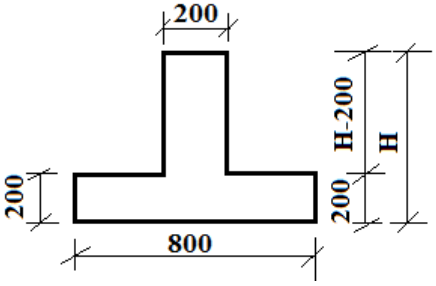
$f_c^{'} = 18Mpa \qquad f_y = 360\,Mpa$

والمطلوب :

1- حساب الارتفاع الفعال الأصغري للمقطع بتسليح أحادي على الشد والتسليح اللازم

2- حساب التسليح اللازم بفرض أن

الارتفاع الفعال $d = 600mm$



الحل :

الطلـب الأول : حسـاب الارتفـاع الفعـال الأصـغري للمقطـع بتسـليح أحـادي علـى الشد والتسليح اللازم

- **الحمولة الحدية**

$$q_u = 1.4 \times 22 + 12 \times 1.7 = 51.2kN/m'$$

- **العزم الحدي الأعظمي**

$$M_u = \frac{q_u L^2}{8} = \frac{51.2 \times 64}{8} = 409.6kN.m$$

- **العوامل**

$$\mu_b = \frac{0.85 \times 630}{630 + f_y} \frac{0.85 f_c^{'}}{f_y}$$

$$\mu_b = \frac{0.85 \times 630}{630 + 360} \frac{0.85 \times 18}{360} \quad \mu_b = 0.023$$

$$\mu_{max} = 0.75 \mu_b = 0.75 \times 0.023 = 0.0172$$

$$\alpha_{max} = \mu_{max} \frac{f_y}{0.85 f_c^{'}} = 0.0172 \frac{360}{0.85 \times 18} = 0.405 \Rightarrow A_{o\,max} = 0.323$$

- **الارتفاع الفعال الأصغري**

$$d_{min} = r_{min}\sqrt{\frac{M_u}{\Omega 0.85 f_c^{'} b}} =$$

$$1.76\sqrt{\frac{409600000}{0.9\times 0.85\times 18\times 300}} = 678.75mm$$

- **حساب التسليح**

$$A_s = 700\times 200\times 0.0172 = 2408mm^2$$

- **الطلب الثاني**

- **حساب العوامل من أجل تسليح ثنائي**

بما أن الارتفاع الفعال أصغر من الارتفاع المطلوب لا بد من وضع تسليح ثنائي

$$\alpha_b = \frac{0.85\times 630}{630+360} = 0.541 \Rightarrow \alpha_{max} = 0.5\alpha \ , \alpha_{max} = 0.5\times 0.541 = 0.27$$

$$\mu_{max} = \alpha_{max}\frac{0.85 f_c^{'}}{f_y} = 0..27\frac{0.85\times 18}{360} = 0.0115$$

$$\Rightarrow A_o = 0.234$$

1- حساب الجزء الأول من العزم الحدي

$$M_{u1} = 0.9\times 0.85\times 18\times 200\times 600^2\times 0.234 = 232kN.m$$

2- حساب الجزء الأول من التسليح المشدود

$$A_{s1} = 0.0115\times 200\times 600 = 1380mm^2$$

3- حساب الجزء المتبقي من العزم

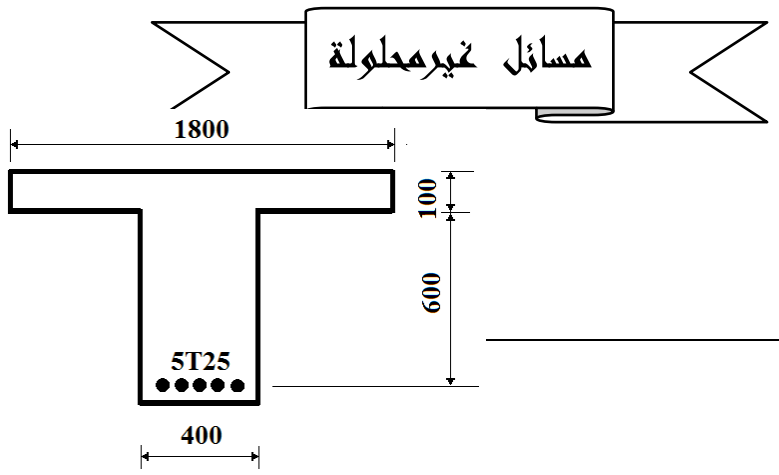
$$M_{u2} = 409.6 - 232 = 177.6kN.m$$

4- حساب الجزء الثاني من التسليح المشدود والمساوي للتسليح المضغوط

$$A_{s2} = As^{'} = \frac{177600000}{0.9\times 360(600-30)} = 1034mm^2$$

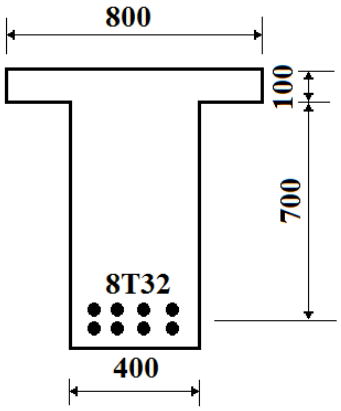
5- التسليح الكلي المشدود $A_s = 2414mm^2$

1- التحقق من التسليح : $A_s = 2414mm^2 > 1.5 \times 1380$

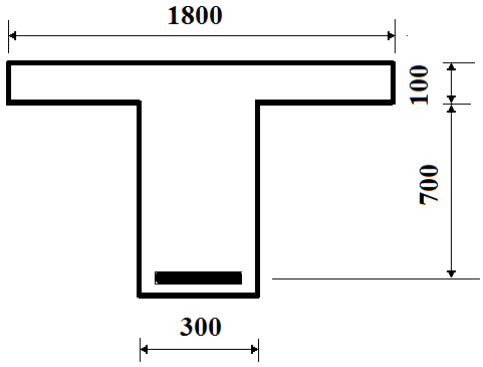


مسـألة (5-14) أحسب العزم الحدي المقاوم للمقطع المبين بالشكل علماً أنه مسلح على الشد فقط وبفرض أن $f_y = 420MPa$ $f_c^{'} = 28MPa$

مسـألة (5-15) أحسب العزم الحدي المقاوم للمقطع المبين بالشكل علماً أنه مسلح على الشد فقط وبفرض أن $f_y = 420MPa$ $f_c^{'} = 28MPa$

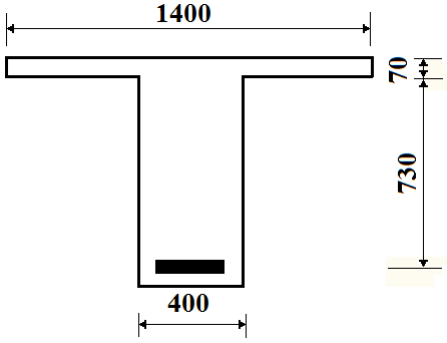


مسـألة (5-16) المطلوب حساب التسليح اللازم للمقطع المبين في الشكل باعتبار أنه يخضع لعزم حدي خارجي موجب قدره $M_u = 1100kN.m$ بفرض أن $f_y = 420MPa$ $f_c^{'} = 28MPa$



مسـألة (5-17)

المطلوب حساب التسليح اللازم للمقطع المبين في الشكل باعتبار أنه يخضع لعزم حدي خارجي موجب قدره



$f_c^{'} = 28MPa \quad f_y = 420MPa$ بفرض أن $M_u = 1100kN.m$

مسألة (5-18)

المطلوب حساب العزم الحدي المقاوم للمقطع المبين في الشكل باعتبار أنه مسلح على الشد والضغط بفرض أن $f_y = 420MPa$

$f_c^{'} = 20MPa$