ملاحظة هامة: لا يمكن تحويل المستقيم من الوضع الكيفي إلى الوضع العمودي على أحد مستويي الإسقاط مباشرةً ، ولكن يمكن جعل المستقيم الجبهي شاقولياً وذلك بتبديل المستوي H بالمستوي $H_1$ العمودي على V وعلى المستقيم المفروض ، في هذه الحالة خط الأرض الجديد عمودي على المسقط الجبهي للمستقيم . وكذلك يمكن جعل المستقيم الأفقي أمامياً وذلك بتبديل المستوي V بالمستوي $V_1$ العمودي على H وعلى المستقيم ونختار خط الأرض الجديد بحيث يكون عمودياً على المسقط الأفقي للمستقيم .

لتحويل المستوي من الوضع الكيفي إلى الوضع العمودي على أحد مستويي الإسقاط ، نعتمد النتيجة التالية :

**أفقيات المستوي الأمامي هي مستقيمات أمامية ، وجبهيات المستوي الشاقولي هي مستقيمات شاقولية .**

لجعل المستوي الكيفي جبهياً نجعله أولاً شاقولياً ثم جبهياً ، ولجعله أفقياً نجعله أولاً أمامياً ثم أفقيا .

## ٥-٣. مسائل محلولة على طريقة تبديل مستويات الإسقاط :

مسألة ١ : اجعل المستقيم الكيفي AB أفقياً ثم أمامياً (الشكل ٥-١) .

**الحل :**

لجعل المستقيم الكيفي AB أفقياً نجعل مسقطه الجبهي موازياً لخط الأرض ، ويتم ذلك كما يلي :

- نأخذ خط أرض جديد ممثلاً بالمحور $X_{2,3}$ بحيث يكون موازياً للمسقط الجبهي للمستقيم $a'b'$ . ثم نوجد المساقط الجديدة للنقطتين A , B حيث نرسم من $a'$ خط تداعي عمودي على المحور $X_{2,3}$ فيتقاطع معه بالنقطة $a_{x1}$ ثم نعين المسقط $a_1$ بحيث يكون : $a_{x1}a_1 = a_xa = Y_A$

ويتم بالطريقة نفسها تعيين المسقط الجديد $b_1$ للنقطة B .

وبالتالي فإن المسقط $a_1b_1$ يمثل المسقط الأفقي الجديد للمستقيم AB وطول هذا المسقط يساوي الطول الحقيقي للمستقيم .

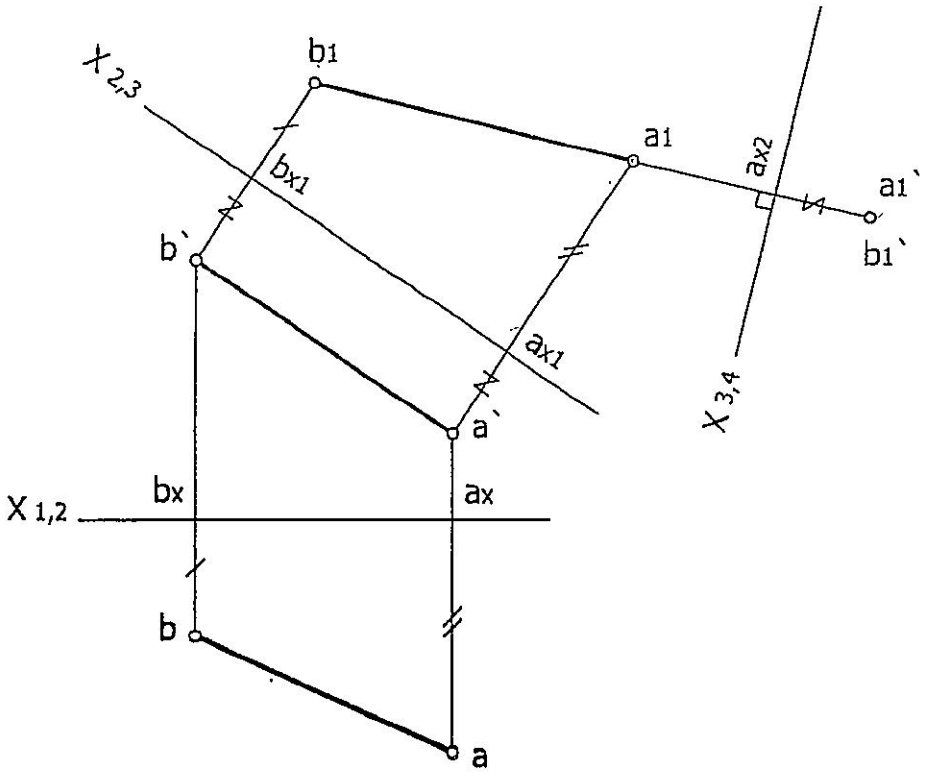
نقوم بعد ذلك بتحويل المستقيم AB إلى مستقيم أمامي كما يلي :

- نأخذ خط أرض جديد ممثلاً بالمحور $X_{3,4}$ بحيث يكون عمودياً على المسقط $a_1b_1$ .

- نوجد المساقط الجديدة للنقطتين A , B حيث نرسم من $a_1$ خط تداعي عمودي على المحور $X_{3,4}$ فيتقاطع معه بالنقطة $a_{x2}$ ثم نعين المسقط $a_1'$ بحيث يكون :

$$a_{x1}a' = a_{x2}a_1'$$

وباعتبار المستقيم قد أصبح أمامياً ينطبق المسقط الجبهي الجديد $b_1'$ على المسقط $a_1'$ .




الشكل (٥-١)

مسألة ٢ : اجعل المستقيم الكيفي AB جبهياً ثم شاقولياً (الشكل ٥-٢) .

**الحل :**

لجعل المستقيم الكيفي AB جبهياً نجعل مسقطه الأفقي موازياً لخط الأرض ، ويتم ذلك كما يلي :

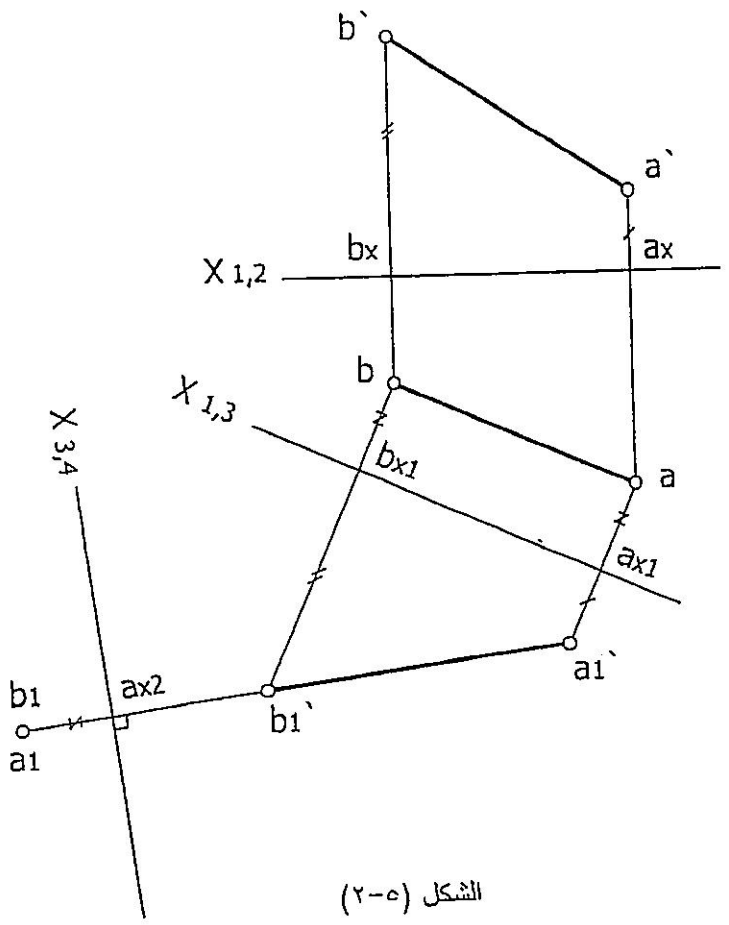
- نأخذ خط أرض جديد ممثلاً بالمحور $X_{1,3}$ بحيث يكون موازياً للمسقط الأفقي للمستقيم ab .

- نوجد المساقط الجديدة للنقطتين A , B حيث نرسم من a خط تداعي عمودي على المحور $X_{1,3}$ فيتقاطع معه بالنقطة $a_{x1}$ ثم نعين المسقط $a_1'$ بحيث يكون :

$$a_{x1}a_1' = a_xa' = Z_A$$

ويتم بالطريقة نفسها تعيين المسقط الجديد $b_1'$ للنقطة B .

وبالتالي فإن المسقط $a_1'b_1'$ يمثل المسقط الجبهي الجديد للمستقيم AB وطول هذا المسقط يساوي الطول الحقيقي للمستقيم .




الشكل (٥-٢)

نقوم بعد ذلك بتحويل المستقيم AB إلى مستقيم شاقولي كما يلي :

- نأخذ خط أرض جديد ممثلاً بالمحور $X_{3,4}$ بحيث يكون عمودياً على المسقط $a_1 b_1$ .

- نوجـد بعد ذلك المساقط الجديدة للنقطتين A , B حيث نرسم من $A_1$ خط تداعي عمودي على المحور $X_{3,4}$ فيتقاطع معه بالنقطة $a_{x2}$ ثم نعين المسقط $a_1$ بحيث يكون :

$$a_{x1}a = a_{x2}a_1$$

وباعتـبار المستقيم قد اصبح شاقولياً ينطبق المسقط الأفقي الجديد $b_1$ على المسقط $a_1$ .

مسألة ٣ : اجعل المستوي الكيفي P المعين بأثريه أمامياً (الشكل ٥-٣) .

**الحل :**

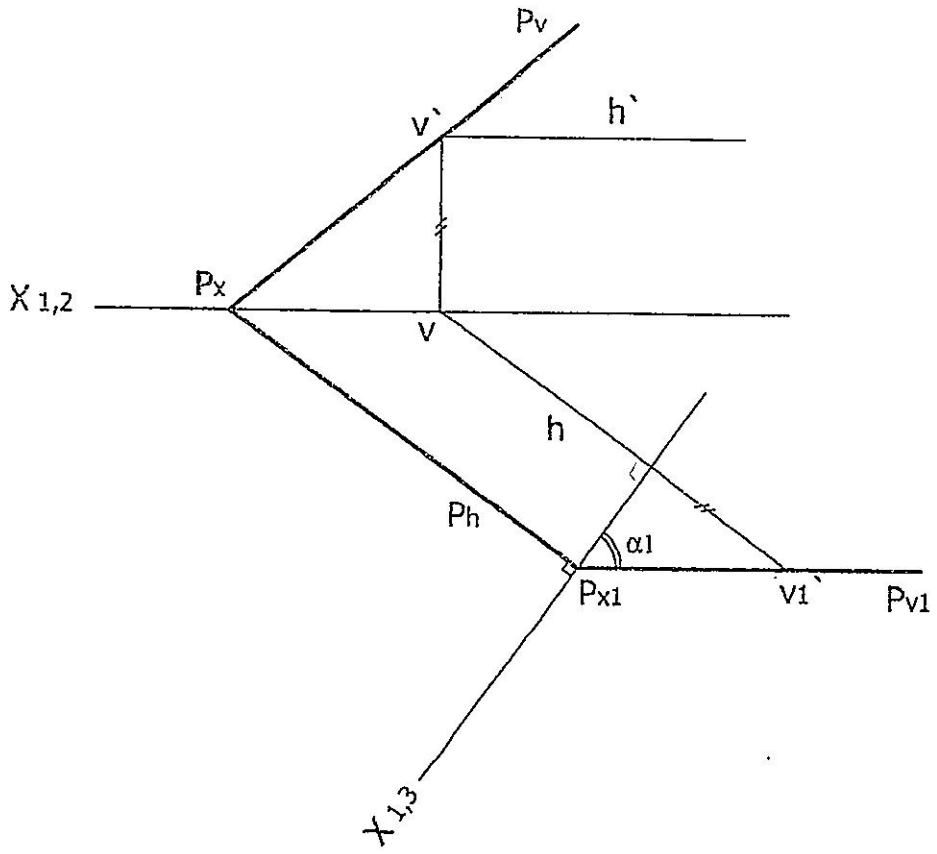
لتحويل المستوي P من الوضع الكيفي إلى الوضع الأمامي نقوم بما يلي :

- نـأخذ خط أرض جديد ممثلاً بالمحور $X_{1,3}$ بحيث يكون عمودياً على الأثر الأفقي للمستوي $P_h$ .

- لتعييـن الأثـر الجبهي الجديد للمستوي $P_{v1}$ نحتاج إلى تعيين الوضع الجديـد لنقطتين من الأثر الجبهي $P_v$ . نلاحظ أن المسقط الجديد للنقطة $P_x$ هو النقطة $P_{x1}$ التي تنتج عن تقاطع $P_h$ مع المحور $X_{1,3}$ .

- ولتعييـن نقطـة ثانية نرسم في المستوي P المستقيم الأفقي H ونعين مسـقطه في الجملة الجديدة $v_1$ اعتماداً على النتيجة : **أفقيات المستوي الأمامي هـي مستقيمات أمامية** . نصل النقطتين $v_1$ , $P_{x1}$ فنحصل على الأثر الجبهي الجديد $P_{v1}$ .

وباعتبار أصبح المستوي أمامياً فإن زاوية ميل هذا المستوي عن مستوي الإسقاط الأفقي $\alpha_1$ تظهر مباشرةً كما هو موضح في الشكل السابق .




الشكل (٥-٣)

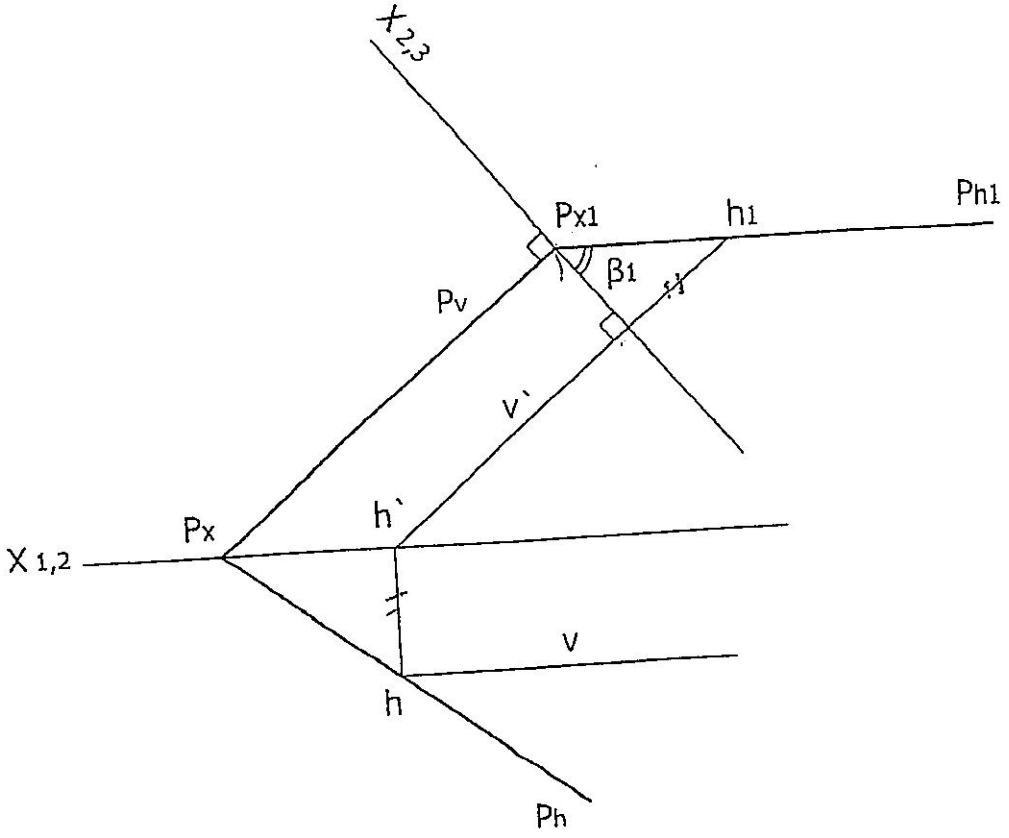
**مسألة ٤** : اجعل المستوي الكيفي P المعين بأثريه شاقولياً (الشكل ٥-٤) .

**الحل :**

لتحويل المستوي P من الوضع الكيفي إلى الوضع الشاقولي نقوم بما يلي:

- نأخذ خط أرض جديد ممثلاً بالمحور $X_{2,3}$ بحيث يكون عمودياً على الأثر الجبهي للمستوي $P_v$ . لتعيين الأثر الأفقي الجديد للمستوي $P_{h1}$ نحتاج إلى تعيين الوضع الجديد لنقطتين من الأثر الأفقي $P_h$ . نلاحظ أن المسقط الجديد للنقطة $P_x$ هو النقطة $P_{x1}$ التي تنتج عن تقاطع $P_v$ مع المحور $X_{2,3}$ . ولتعيين نقطة ثانية نرسم في المستوي P المستقيم الجبهي V ونعين مسقطه في الجملة الجديدة $h_1$ اعتماداً على النتيجة : **جبهيات المستوي الشاقولي هي مستقيمات شاقولية** . نصل النقطتين $P_{x1}$ , $h_1$ فنحصل على الأثر الأفقي الجديد $P_{h1}$ .

وباعتبار أصبح المستوي شاقولياً فإن زاوية ميل هذا المستوي عن مستوي الإسقاط الجبهي $\beta_1$ تظهر مباشرةً كما هو موضح في الشكل السابق .




الشكل (٥-٤)

**مسألة ٥ :** اجعل المستوي P المعين بأضلاع المثلث ABC أمامياً ثم أفقياً (الشكل ٥-٥) .

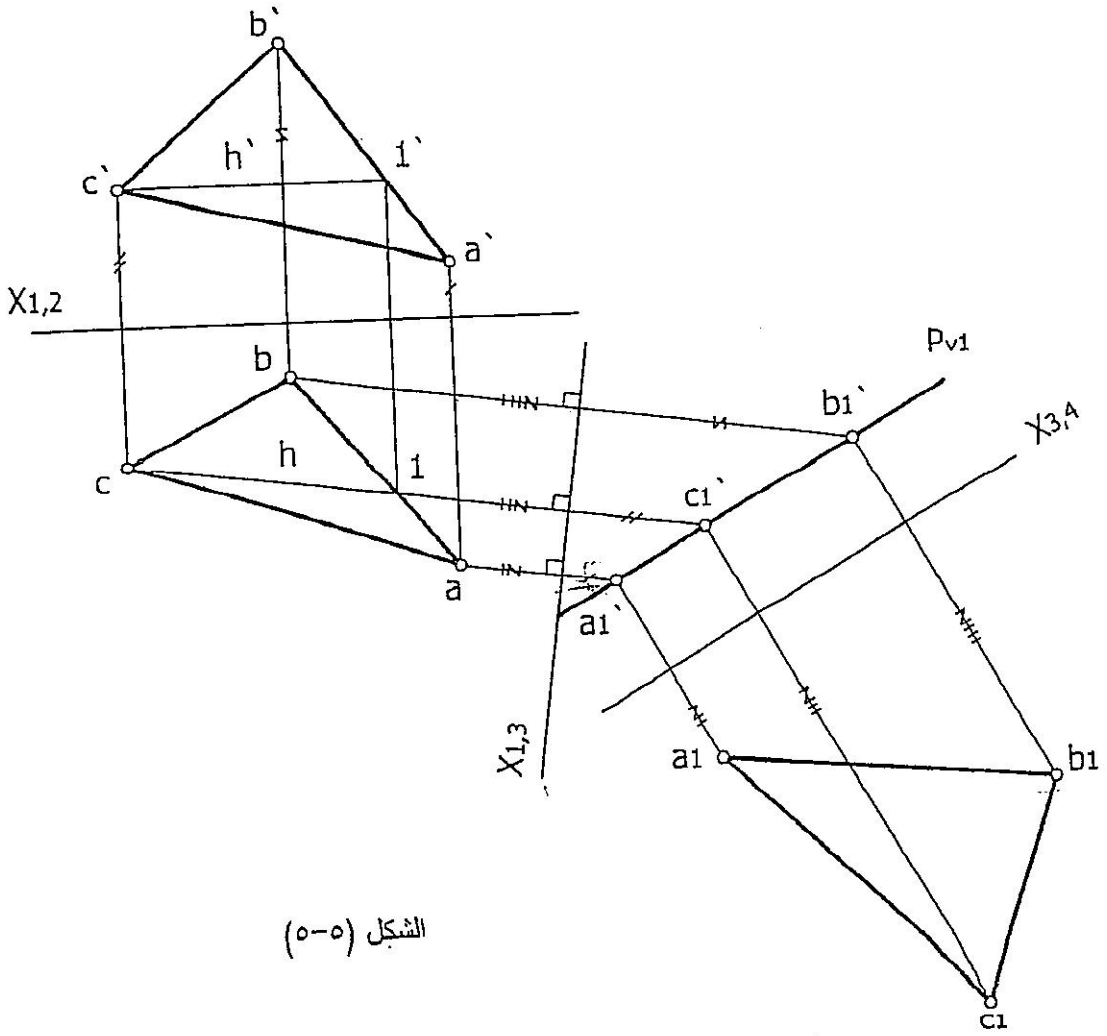
**الحل :**

لجعل مستوي المثلث ABC أمامياً نقوم بما يلي :

- نرسم في مستوي المثلث ABC المستقيم الأفقي H .
- نجعل المستقيم السابق عمود على المستوي الجبهي (أمامي) حيث نأخذ خط أرض جديد ممثلاً بالمحور $X_{1,3}$ بحيث يكون عمودياً على المسقط

الأفقي للمستقيم الأفقي H ونوجد المسقط الجديد للمستقيم على المستوي المتعامد معه ويكون عبارة عن نقطة .

- نوجـد بعـد ذلك المساقط الجبهية الجديدة لبقية نقاط المثلث وهي تقع على استقامة واحدة باعتبار أصبح المستوي P أمامياً .




الشكل (٥-٥)

نقوم بعد ذلك بتحويل المستوي P المعين بالمثلث ABC إلى مستوي أفقي ويتم ذلك كما يلي :

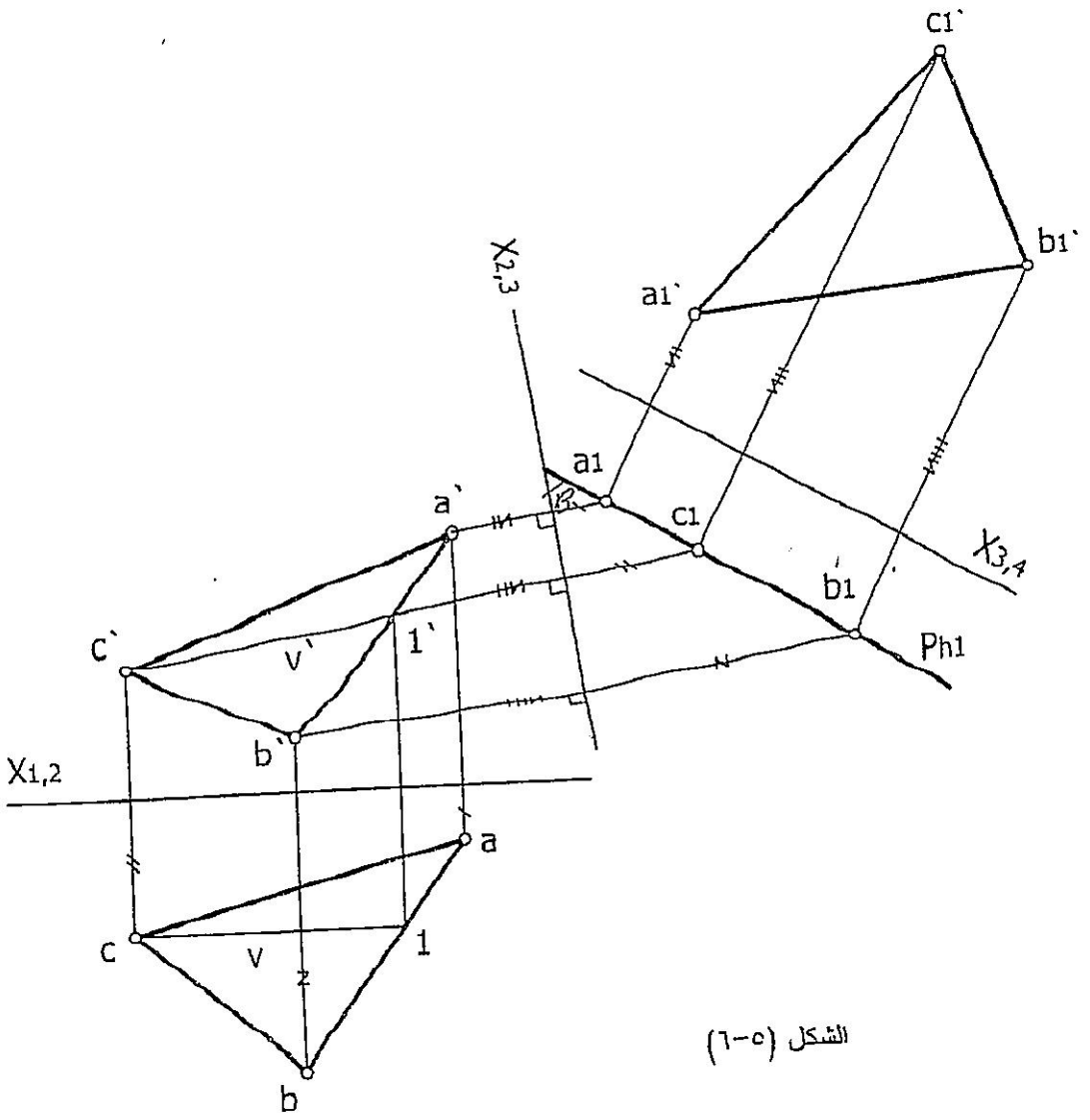
نـأخذ خـط أرض جديـد ممثلاً بالمحور $X_{3,4}$ بحيث يكون موازياً للأثر الجبهـي $P_{v1}$ ثم نوجد المساقط الجديدة لنقاط المثلث ABC في الجملة الجديدة ،

والمسقط الذي حصلنا عليه يمثل الشكل الحقيقي للمثلث ABC باعتبار أن المستوي P أصبح أفقيا .

**مسألة ٦** : اجعل المستوي P المعين بأضلاع المثلث ABC شاقولياً ثم جبهياً (الشكل ٥-٦) .

**الحل** : لجعل مستوي المثلث ABC شاقولياً نقوم بما يلي :

- نرسم في مستوي المثلث ABC المستقيم الجبهي V.
- نجعل المستقيم السابق عمود على المستوي الأفقي (شاقولي) حيث نأخذ خط أرض جديد ممثلاً بالمحور $X_{2,3}$ بحيث يكون عموديا على المسقط الجبهي للمستقيم الجبهي V ونوجد المسقط الجديد للمستقيم على المستوي المتعامد معه ويكون عبارة عن نقطة .




الشكل (٥-٦)

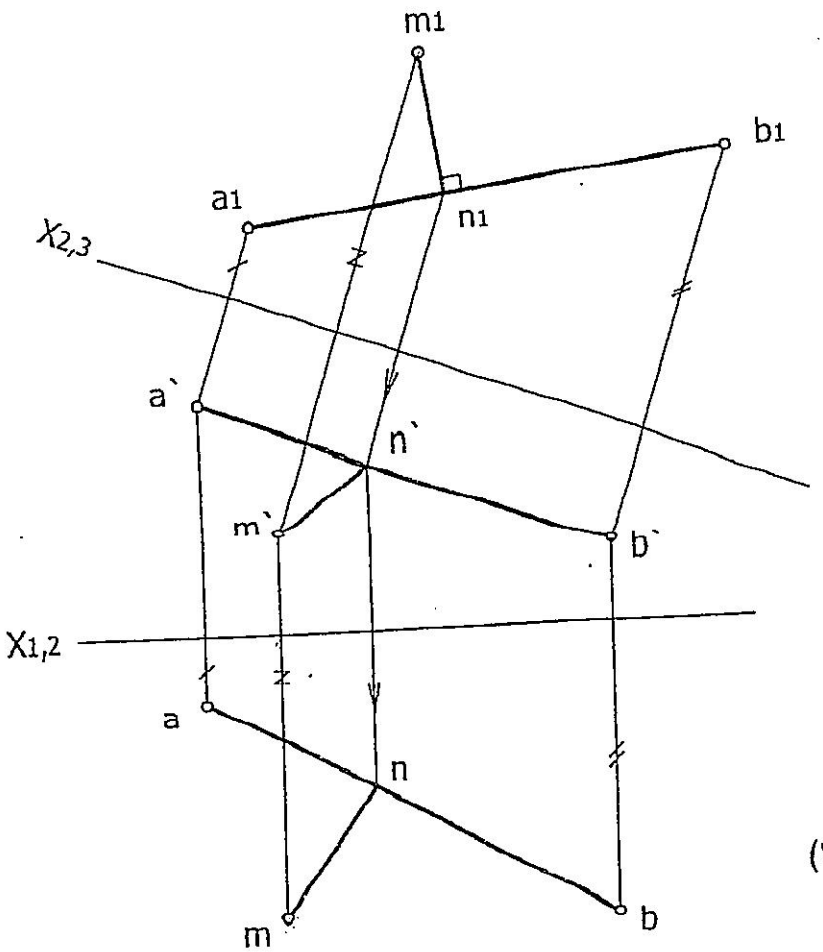
- نوجد المساقط الأفقية الجديدة لبقية نقاط المثلث وهي تقع على استقامة واحدة باعتبار أصبح المستوي P شاقولياً .

نقـــوم بعـــد ذلـــك بتحويل المستوي P المعين بالمثلث ABC إلى مستوي جبهي وذلك كما يلي :

نـــأخذ خـــط أرض جديـــد ممثلاً بالمحور $X_{3,4}$ بحيث يكون موازياً للأثر الأفقـــي $P_{h1}$ ثم نوجد المساقط الجديدة لنقاط المثلث ABC في الجملة الجديدة ، والمســـقط الـــذي حصـــلنا عليه يمثل الشكل الحقيقي للمثلث ABC باعتبار أن المستوي P أصبح جبهياً .

**مســـألة ٧ :** ليكـــن لديـــنا المســـتقيم AB والـــنقطة M (الشكل ٥-٧) ، والمطلوب رسم من النقطة M عموداً على المستقيم AB .

**الحل :** نتبع الخطوات التالية :




الشكل (٥-٧)

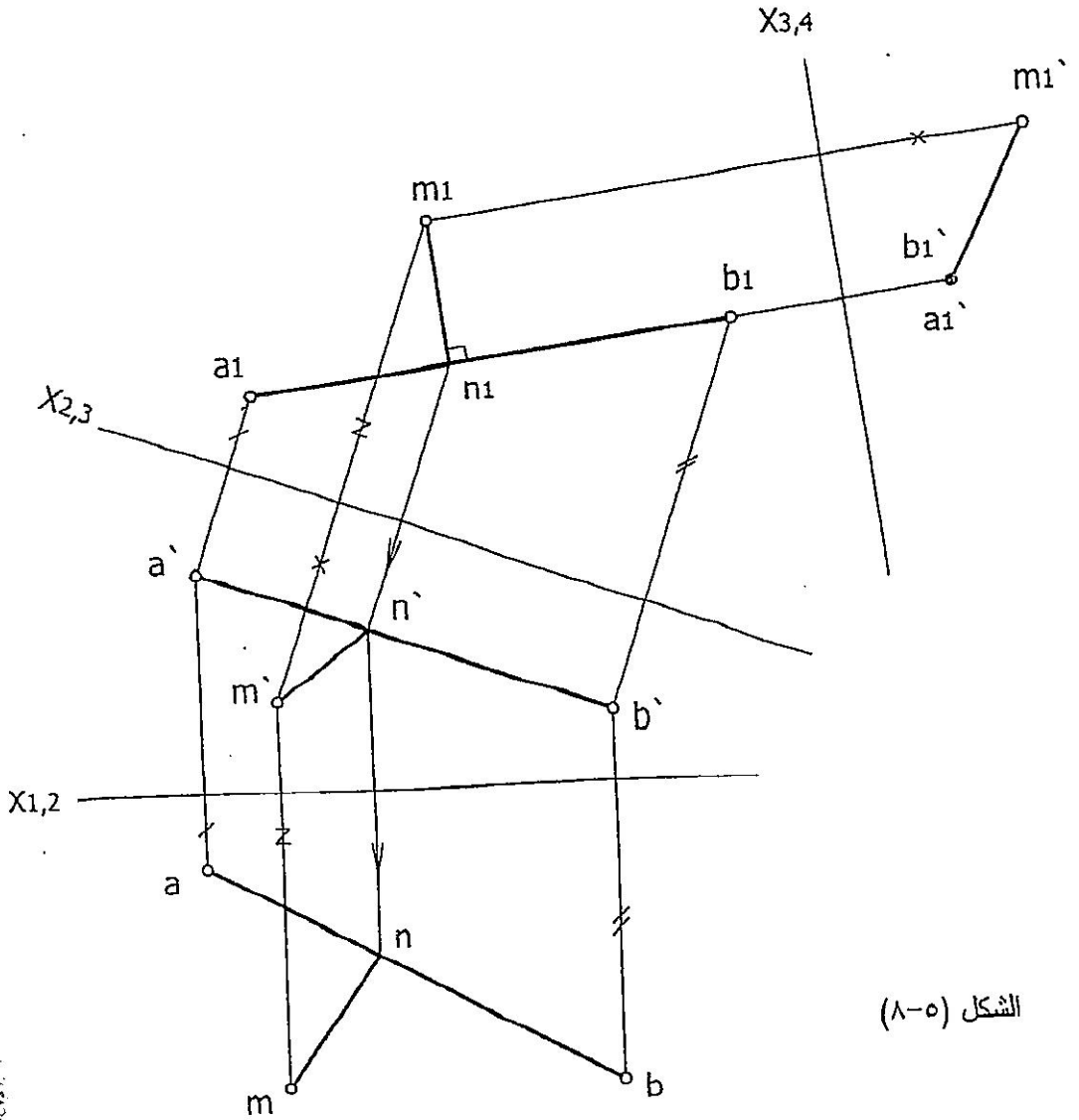
- نجعل المستقيم AB موازياً لأحد مستويات الإسقاط ( أفقياً ) ونعين الوضع الجديد $m_1$ , $m'$ للنقطة المفروضة .

- نرسم من النقطة $m_1$ , $m'$ المستقيم $m_1n_1$ , $m'n'$ العمود على المستقيم $a_1b_1$ , $a'b'$ .

- نعين المسقط n ونصله مع المسقط m فنحصل على مساقط العمود المطلوب $m'n'$ , mn .

**مسـألة ٨ :** ليكـن لدينا المستقيم AB والنقطة M والمطلوب إيجاد بعد النقطة M عن المستقيم AB .

**الحل :** نتبع إحدى الطرق التالية :




الشكل (٥-٨)

- نرسم العمود MN على المستقيم AB ثم نوجد طوله الحقيقي بطريقة فرق الإحداثيات .

- يمكـــن جعل المستقيم AB أمامياً ( أو شاقولياً ) وتعيين الوضع الجديد للنقطة (الشكل ٥–٨) ، فالمسافة $a_1'm_1'$ تمثل البعد المطلوب .

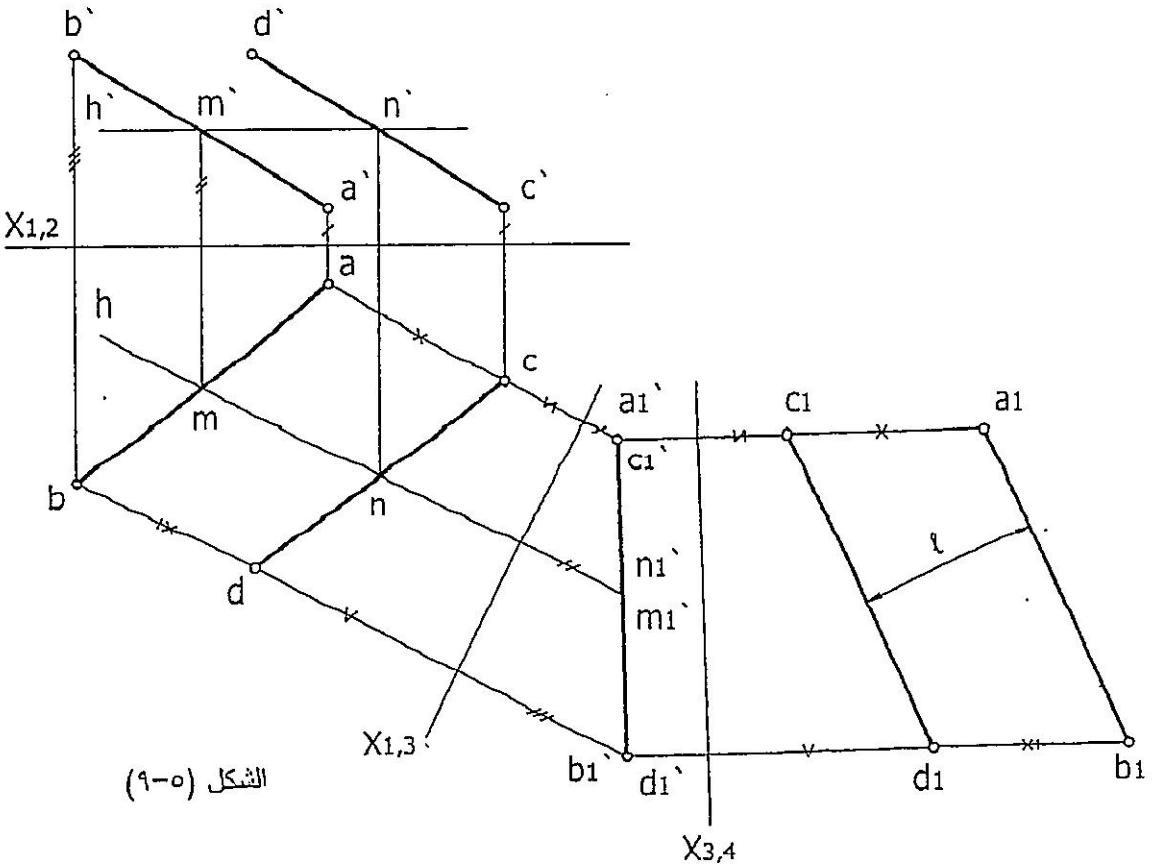
- كمـــا يمكن حل المسألة بجعل مستوي المثلث ABM أفقياً أو جبهياً ثم رسم العمود المطلوب وإيجاد المسافة المطلوبة .

**مسألة ٩ :** أوجد المسافة بين المستقيمين المتوازيين AB , CD .

**الحل :** نتبع إحدى الطرق التالية :

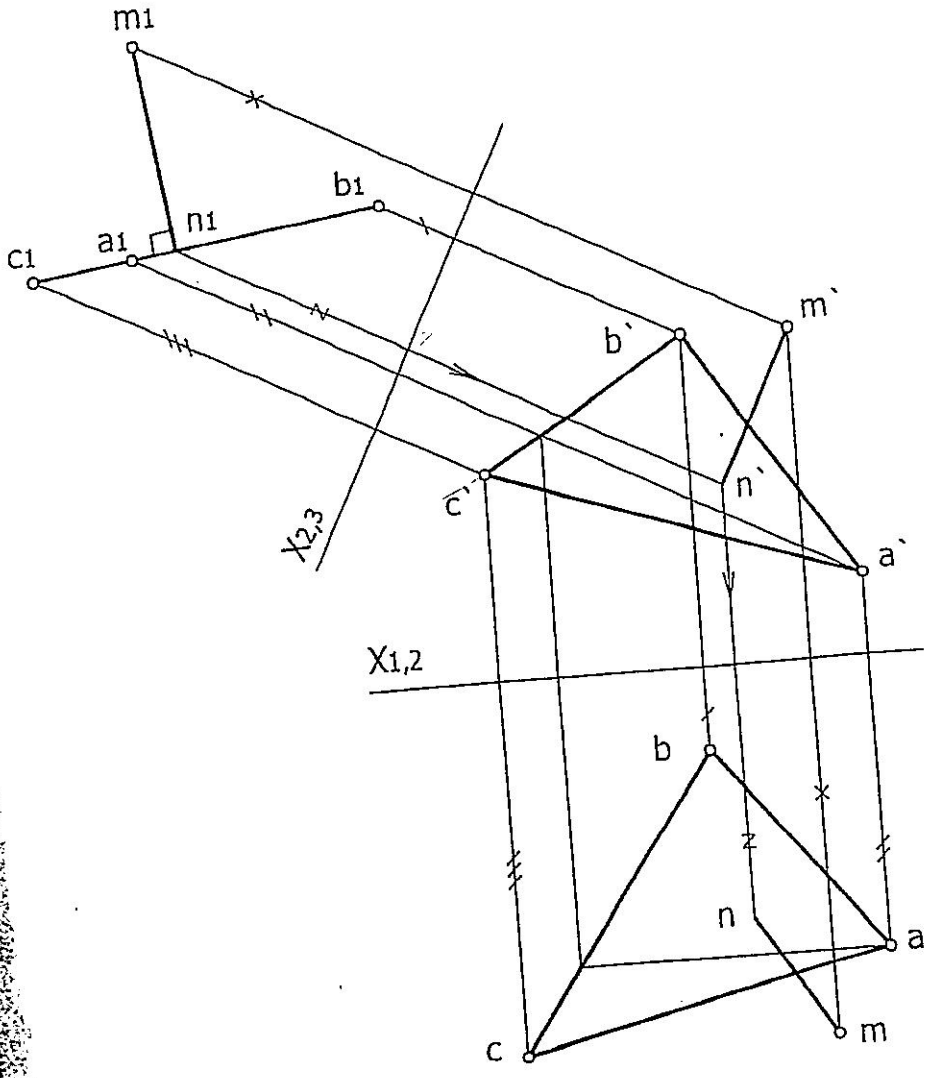
- نـــأخذ نقطة ما على أحد المستقيمين ونعين بعدها عن المستقيم الآخر كما في المثال السابق .

- نجعـــل المستوي المعين بالمستقيمين المتوازيين موازياً لأحد مستويات الإســـقاط ( جبهـــياً ) كما في الشكل (٥–٩) ، وبالتالي المسافة ℓ بين المسقطين $a_2b_2$ , $c_2d_2$ على مستوي الإسقاط الموازي لهما يساوي المسافة المطلوبة .

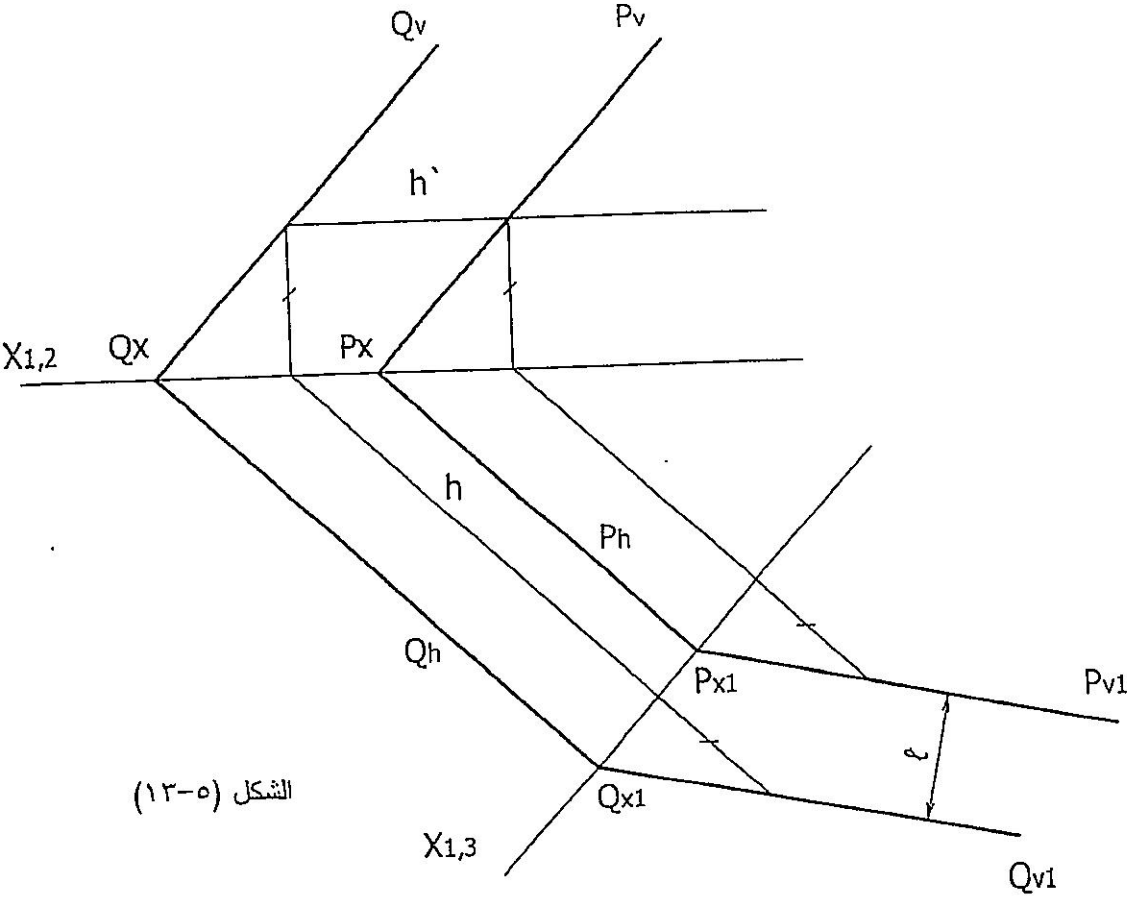



الشكل (٥–٩)

- نجعل المستويين المفروضين عموديين على أحد مستويي الإسقاط (أماميين) فالمسافة $\ell$ بين أثريهما الجبهيين $Pv_1$ , $Qv_1$ هي المسافة المطلوبة (الشكل ٥-١٣) .




الشكل (٥-١٢)




الشكل (٥-١٣)

مسألة ١٣ : أرسم العمود المشترك بين مستقيمين متخالفين ثم أوجد المسافة بينهما .

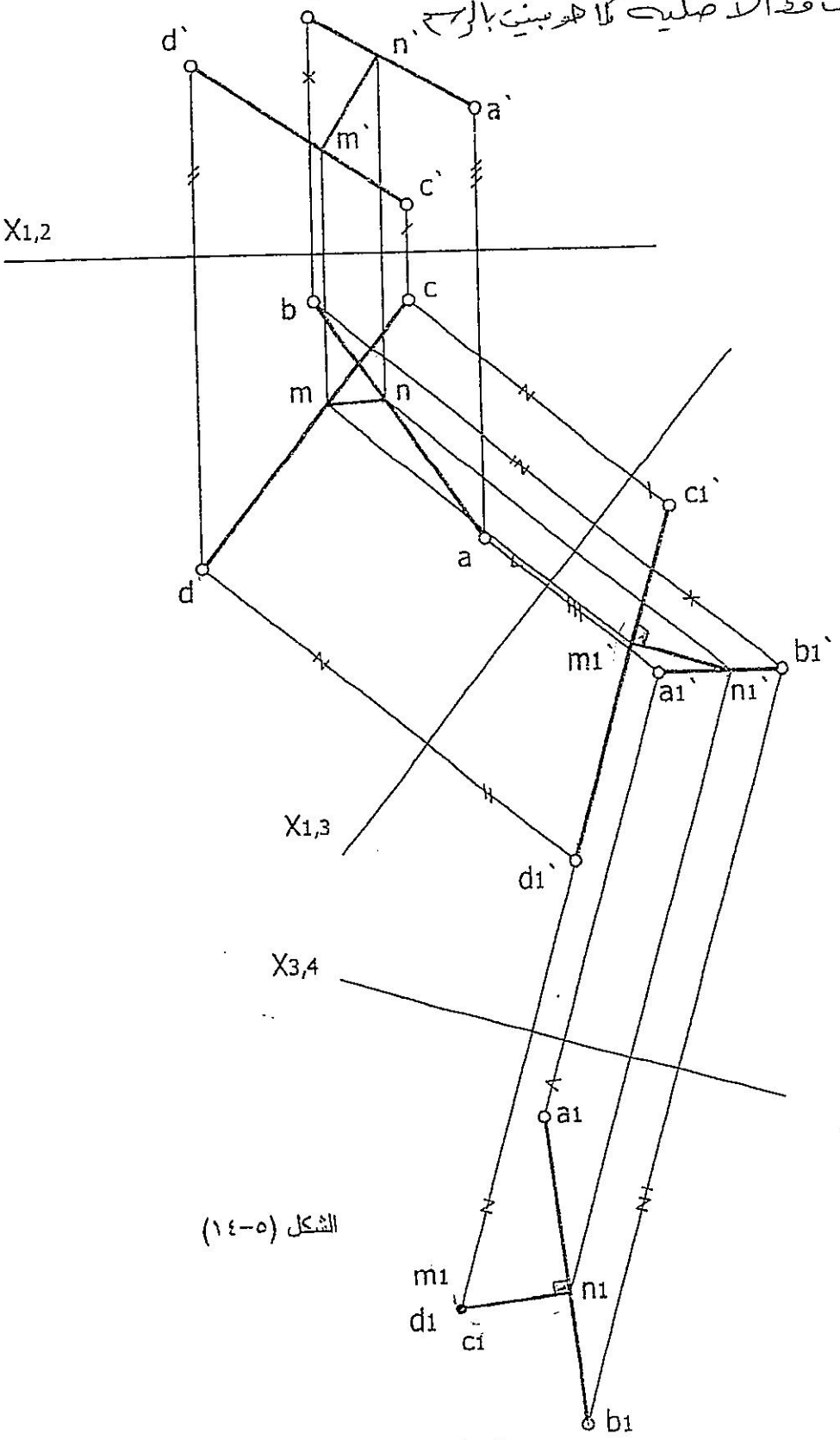
**الحل :**

ليكن لدينا المستقيمين المتخالفين AB , CD ( الشكل ٥-١٤) ، لرسم العمود المشترك لهما وتعيين المسافة بينهما نجعل أحد المستقيمين المفروضين عمودياً على أحد مستويي الإسقاط وعندها يمكن رسم العمود المشترك بين المستقيمين المفروضين وتعيين المسافة بينهما بسهولة ، ويتم ذلك كما يلي :

- نجعل المستقيم CD عمودياً على مستوي الإسقاط الأفقي ( شاقولياً ) بحيث يأخذ الوضع $c_1'd_1'$ , $c_1d_1$ ، ويأخذ المستقيم AB الوضع $a_1b_1$ , $a_1'b_1'$ .

- نرسم العمود المشترك $m_1n_1$ , $m_1'n_1'$ للمستقيمين المفروضين ، طول المسقط $m_1n_1$ يساوي المسافة الحقيقية بين هذين المستقيمين .

- نصل فتعطي العمود المطلوب $m'n'$ و $mn$ وذلك بإرجاع النقاط إلى المساقط الأصلية كما هو مبين بالرسم




الشكل (٥-١٤)