Syrian Arab Republic
University of Hama
Faculty of Civil Engineering

الجمهورية العربية السورية
جامعة حماة
كلية الهندسة المدنية

الهندسة الوصفية

لعام (2018-2019)

السنة الأولى

المحاضرة الأولى (نظري)

مدرسا المادّة

المهندس: حسام يعقوب إغا

المهندسة: نونا الحارس

الفصل الثالث

تمثيل النقطة والمستقيم في هندسة مونج

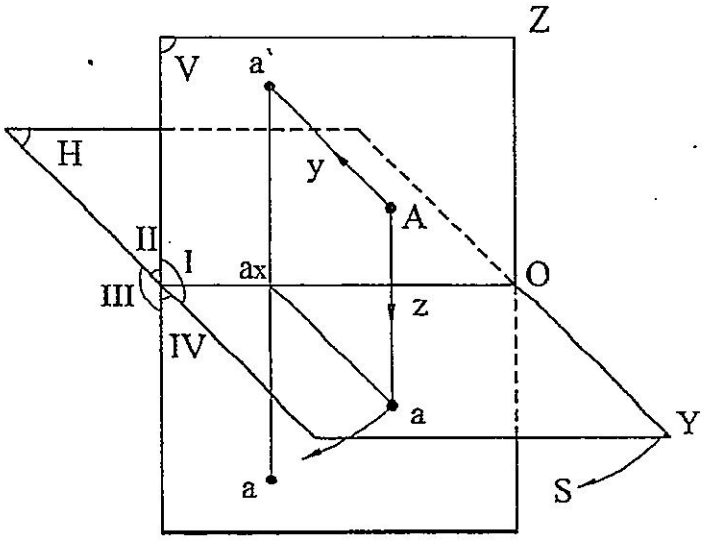
(الإسقاط القائم على مستويين متعامدين)

أولاً– تمثيل النقطة :

٣–١. مستويات الإسقاط :

تعتمد هندسة مونج على الإسقاط على مجموعة من المستويات المتعامدة ، ونميز نوعين من مستويات الإسقاط :

١- مجموعة مستويي الإسقاط المتعامدين (H , V) : وهي تقسم الفراغ إلى أربعة أقسام ، والمحور X الذي يمثل الفصل المشترك للمستويين المتعامدين يسمى **خط الأرض** (الشكل ٣–١) .



الشكل(٣–١)

يمثل المستوي H المستوي الأفقي للإسقاط ، ويمثل المستوي V المستوي الجبهـــي للإســـقاط ، ويكون لكل نقطة من الفراغ مثل النقطة A مسقط أفقي a ومسقط جبهي ´a كما هو مبين في الشكل (٣-١) .

إن المســـتوي الراسم المشكل بالنقطة A والمسقطين ´a , a يكون عمودياً علـــى المستويين H , V ويتقاطع مع خط الأرض في النقطة ax ، وباعتبار أن النقطة O هي مبدأ المحاور الإحداثية الديكارتية فإنه يمكن تحديد إشارة أي نقطة واقعة في أحد الأرباع كما في الجدول التالي :

الإحداثي	I	II	III	IV
Y	+	−	−	+
Z	+	+	−	−

مخطط النقطة :

لإمكانـــية تمثـــيل الأشكال الفراغية على مستوٍ واحد فإننا نتصور دوران المســـتوي الأفقي بزاوية تساوي ٩٠° بالاتجاه S المبين في الشكل (٣-١) حول خط الأرض حتى ينطبق على المستوي الجبهي للإسقاط فنحصل على ما يسمى بمخطط النقطة A (الشكل ٣-٢) ، حيث يصبح المسقطان الأفقي a والجبهي ´a للـــنقطة A يقعـــان على استقامة عمودية على خط الأرض تسمى خط التداعي الشاقولي أو خط التناظر .

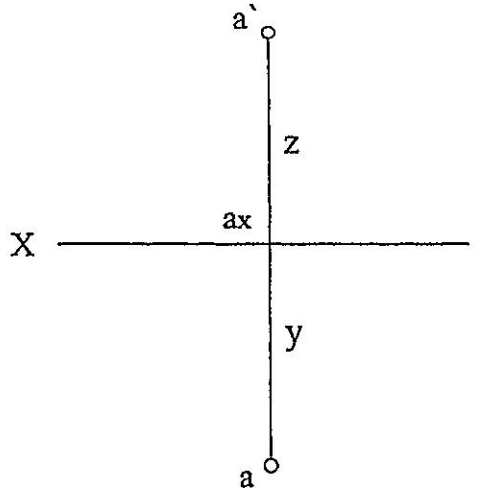
يتعين المسقط الأفقي a للنقطة A بالابتعاد y ، فيقع هذا المسقط تحت خط الأرض إذا كـــان الابـــتعاد موجباً ويقع فوق خط الأرض إذا كان الابتعاد سالباً ويقع على خط الأرض إذا كان الابتعاد يساوي الصفر .

يتعين المسقط الجبهي ´a للنقطة A بالراقم z ، فيقع هذا المسقط فوق خط الأرض إذا كان الراقم موجباً ويقع تحت خط الأرض إذا كان الراقم سالباً ويقع على خط الأرض إذا كان الراقم يساوي الصفر .

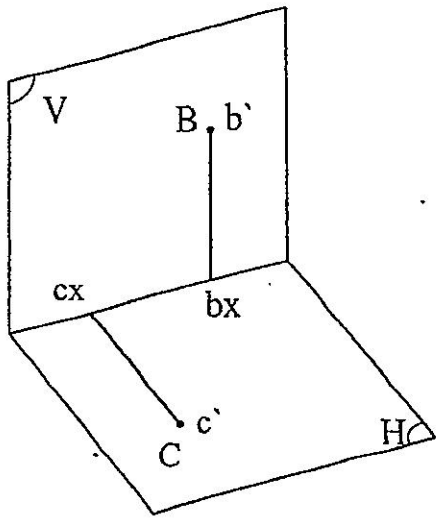
إذا أسقطنا جميع نقاط جسم ما في الفراغ فإن المساقط الأفقية لهذه النقاط تؤلف المسقط الأفقي للجسم والمساقط الجبهية للنقاط تؤلف المسقط الجبهي للجسم ، وللسهولة يفرض دائماً أن الجسم المراد تمثيله يقع في الربع الأول بحيث يكون مسقطه الأفقي واقعاً تحت خط الأرض ومسقطه الجبهي فوق خط الأرض .

حالات خاصة : (الشكل ٣-٣)

- إذا وقعت نقطة ما مثل B في المستوي الجبهي للإسقاط فمسقطها الأفقي يقع على خط الأرض .
- إذا وقعت نقطة ما مثل C في المستوي الأفقي للإسقاط فمسقطها الجبهي يقع على خط الأرض .



الشكل (٣-٢)



الشكل (٣-٣)

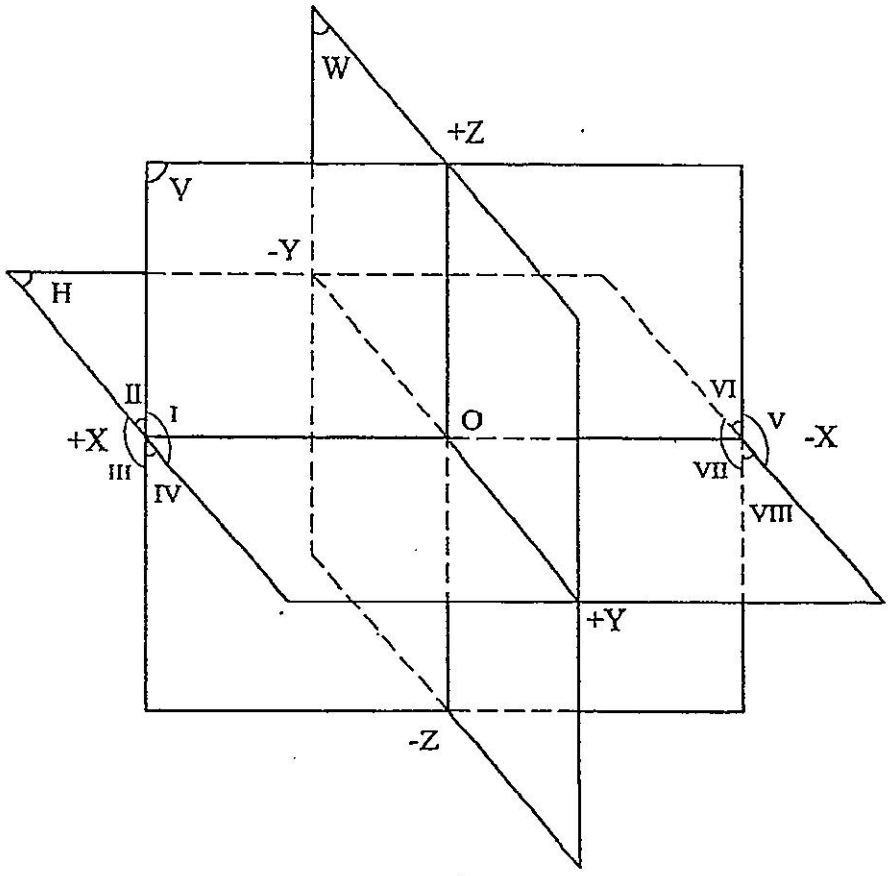
٢- مجموعة مستويات الإسقاط الثلاثة المتعامدة مثنى مثنى : (H , V , W)

في كثير من الأحيان في المسائل الهندسية يستعان بمستوٍ ثالث عمودي على المستويين الأفقي والجبهي يسمى بالمستوي الجنبي للإسقاط W ويكون

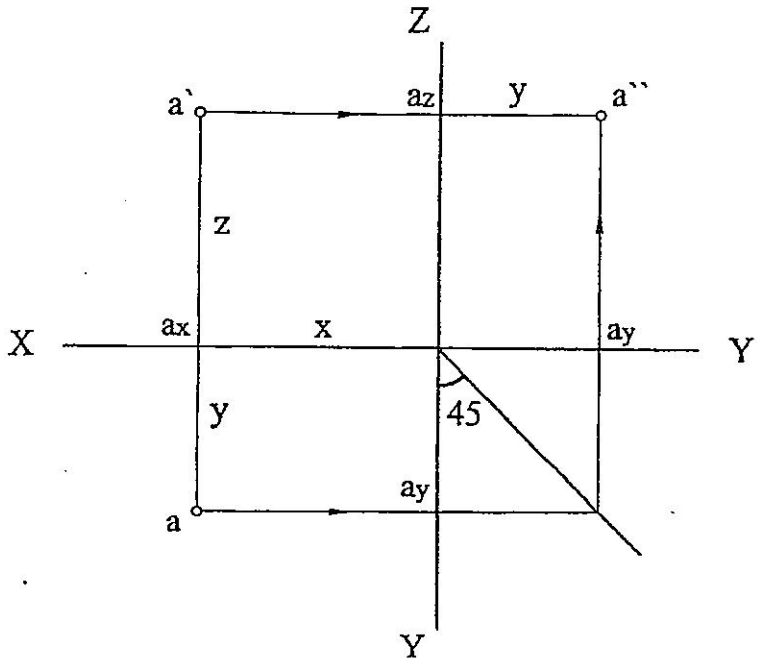
عمودياً على خط الأرض ، وتصبح المستويات الثلاثة H , V , W متعامدة مثنى مثنى وهي تقسم الفراغ إلى ثمانية أقسام كما هو مبين في الشكل (٣-٤) .

ولإمكانية رسم المسقط الجنبي لنقطة ما على نفس الورقة التي يرسم عليها المسقطين الأفقي والجبهي ندور المستوي الجنبي بزاوية ٩٠° حتى ينطبق على المستوي الجبهي للإسقاط ، حيث يصبح المسقطان الجنبي a" والجبهي a' للنقطة A يقعان على استقامة واحدة عمودية على المحور Z تسمى خط التداعي الأفقي ، ويصبح مخطط النقطة A في هذه الحالة كما في الشكل (٣-٥) .

يتعين المسقط الجنبي لنقطة بدلالة مسقطيها الأفقي و الجبهي وهذا المسقط يرتبط بابتعاد النقطة y ، فإذا كان موجباً فالمسقط يقع على يمين المحور z ، وإذا كان سالباً فالمسقط يقع على يسار المحور z ، و إذا كان يساوي الصفر فالمسقط يقع على المحور z .



الشكل (٣-٤)



الشكل (٣-٥)

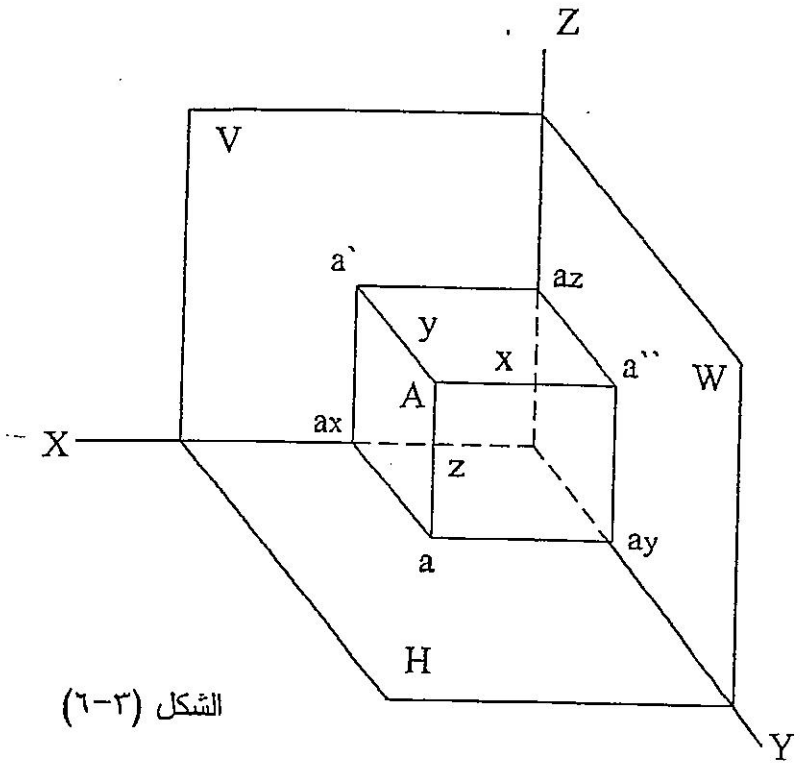
كما توجد مجموعة من المستويات الخاصة كالمستوي المنصف للربعين الأول والثالث **ويسمى المستوي المنصف الأول** M ، و المستوي المنصف للربعين الثاني و الرابع **ويسمى المستوي المنصف الثاني** N .

٣-٢. إحداثيات النقطة : (الشكل٣-٦)

الفاصلة x : بعد النقطة عن المستوي الجنبي W وقد تكون موجبة إذا وقعت النقطة على يسار المستوي الجنبي أو سالبة إذا وقعت على يمينه أو تساوي الصفر إذا وقعت على المستوي .

الابتعاد y : بعد النقطة عن المستوي الجبهي V ويكون موجباً إذا وقعت النقطة أمام المستوي الجبهي أو سالباً إذا وقعت خلف المستوي أو يساوي الصفر إذا وقعت على المستوي .

الراقم z : بعد النقطة عن المستوي الأفقي H ويكون موجباً إذا وقعت النقطة فوق المستوي الأفقي أو سالباً إذا وقعت تحته أو يساوي الصفر إذا وقعت النقطة على المستوي .



الشكل (٣-٦)

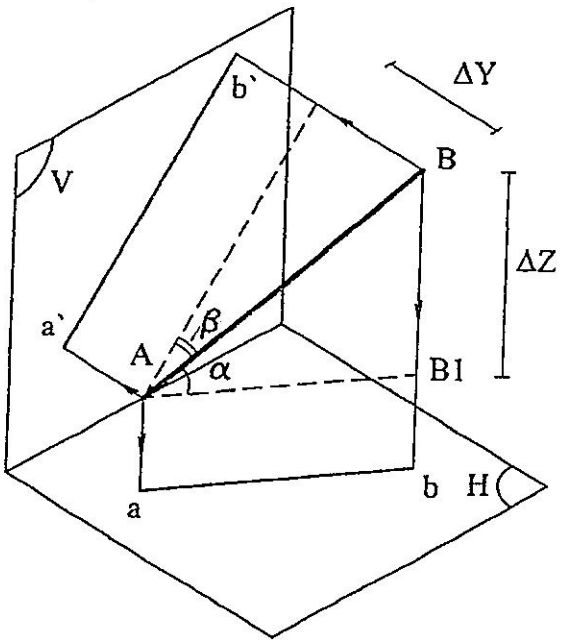
ثانياً- تمثيل المستقيم :

٣-٣. أنواع المستقيمات :

١- **المستقيم الكيفي** : وهو لا يأخذ وضعاً خاصاً بالنسبة لأي مستو من مستويات الإسقاط ، أي أنه لا يوازي أو يعامد أي مستو من مستويات الإسقاط ، كما أن أي مسقط من مساقطه الثلاثة لا يوازي أو يعامد أي من المحاور X أو Z . يصنع المستقيم الكيفي الزاوية α مع المستوي الأفقي والزاوية β مع المستوي الجبهي والزاوية γ مع المستوي الجنبي كما هو مبين في الشكل (٣-٧) .

تعيين الطول الحقيقي للمستقيم الكيفي وزوايا ميله على مستويات الإسقاط :

ليكن لدينا المستقيم AB علمت مساقطه ab, a´b´, a˝b˝ كما هو مبين في الشكل (٣-٨) .



الشكل (٣-٧)

لـــتحديد الطول الحقيقي للمستقيم AB والزوايا التي يصنعها المستقيم مع مســـتويات الإســـقاط نقـــوم برسم مثلث الطول الحقيقي لكل مسقط من مساقط المستقيم الكيفي الثلاثة كما يلي :

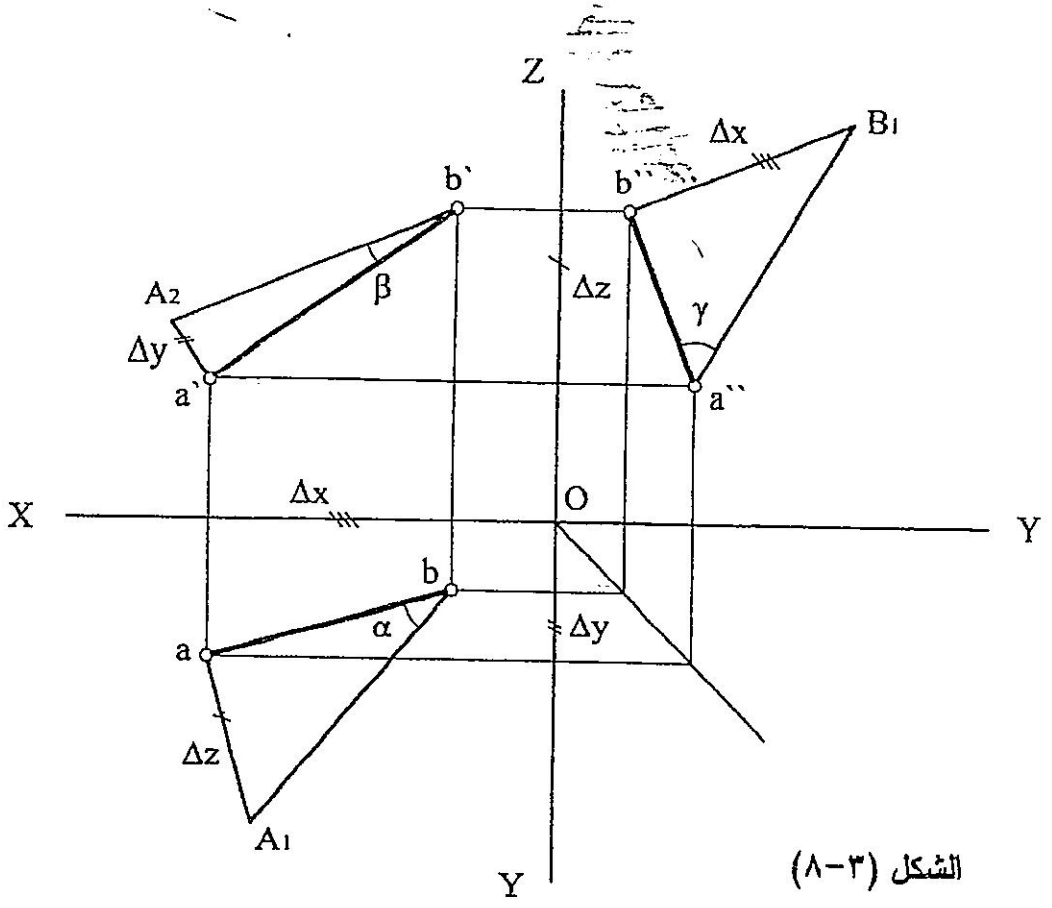
١) لإنشـــاء مثلث الطول الحقيقي على المسقط الأفقي للمستقيم نرسم من الـــنقطة a عمـــوداً علـــى المســـتقيم ab بطول يساوي ΔZ (فرق الرواقم بين النقطتيـــن A وB) فنحصل على النقطة A_1 ، وبالتالي طول الوتر A_1b يمثل الطول الحقيقي للمستقيم AB والزاوية abA_1 تمثل الزاوية α .

٢) لإنشـــاء مثلث الطول الحقيقي على المسقط الجبهي للمستقيم نرسم من الـــنقطة a` عمـــوداً على المستقيم a´b´ بطول يساوي ΔY (فرق الابتعاد بين النقطتيـــن A وB) فنحصل على النقطة A_2 ، وبالتالي طول الوتر $A_2b´$ يمثل الطول الحقيقي للمستقيم AB والزاوية $a´b´A_2$ تمثل الزاوية β .

٣) لإنشـــاء مثلث الطول الحقيقي على المسقط الجنبي للمستقيم نرسم من النقطة b˝ عموداً على المستقيم a˝b˝ بطول يساوي ΔX (فرق الفواصل بين

النقطتيــن A و B) فنحصل على النقطة B_1 ، وبالتالي طول الوتر B_1a'' يمثل الطول الحقيقي للمستقيم AB والزاوية $B_1a''b''$ تمثل الزاوية γ .

نتيجة : الزاوية التي تصنعها القطعة المستقيمة مع أحد مستويات الإسقاط تكــون دائمــاً محصورة بين مسقط هذه القطعة على مستوي الإسقاط من نفس الاسم وبين الوتر في المثلث القائم المرسوم على هذا المسقط .

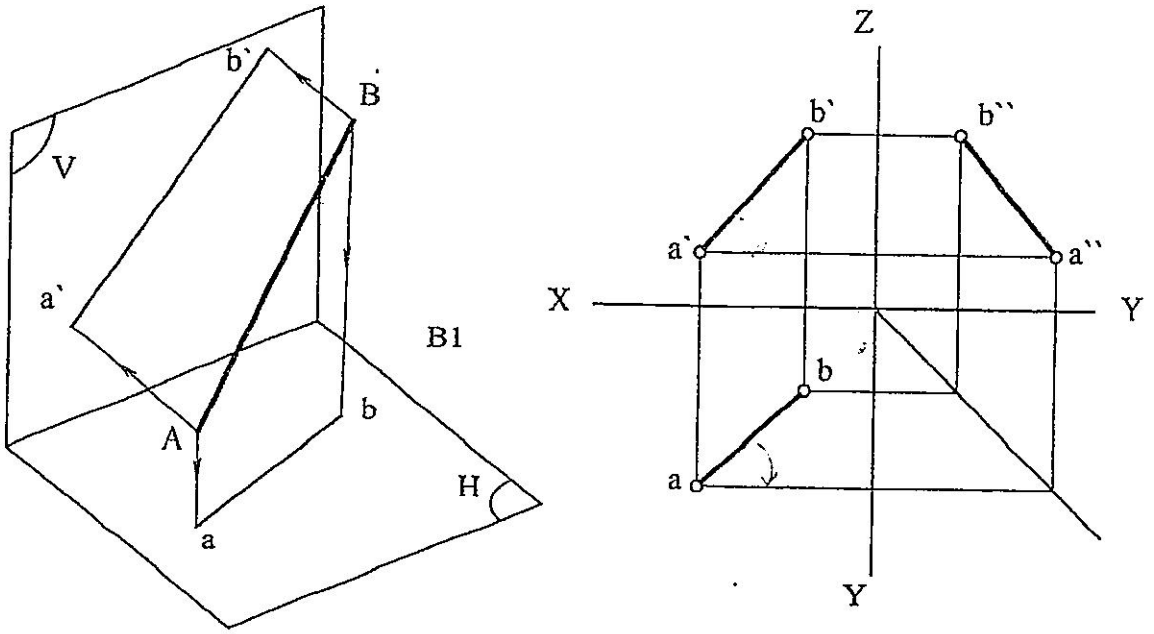


الشكل (٣-٨)

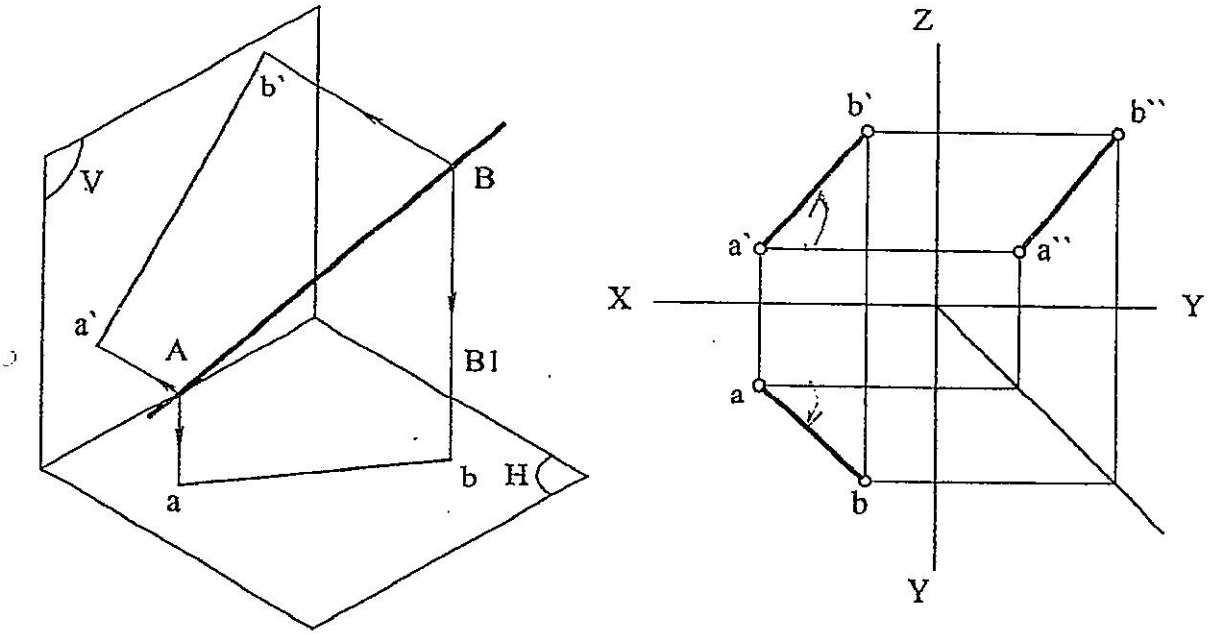
المستقيم الكيفي الصاعد والهابط :

إن المستقيم الكيفي يمكن أن يكون حسب وضعه بالنسبة لمستوي الإسقاط صــاعداً أو هابطــاً . فالــناظر الواقف في الربع الأول والمتجه نحو المستوي الجبهي يرى أن النقطة القريبة منه A أخفض من النقطة البعيدة عنه B ، وهذا يعني أنه كلما ابتعدت نقاط المستقيم AB عن الناظر صعد المستقيم إلى الأعلى، يســمى هذا المستقيم بالمستقيم الكيفي الصاعد ومن خواصه أن مسقطيه الأفقي والجبهي يميلان على خط الأرض باتجاه واحد (الشكل ٣-٩) .

إذا هـبط المسـتقيم إلى أسفل كلما ابتعد المستقيم عن الناظر فإنه يسمى بالمسـتقيم الكيفـي الهابط ومن خواصه أن مسقطيه الأفقي والجبهي يميلان عن خط الأرض باتجاهين مختلفين (الشكل ٣-١٠) .



الشكل (٣-٩)



الشكل (٣-١٠)

٢- المستقيم الأفقي :

وهـو يوازي المستوي الأفقي للإسقاط دون أن يتعامد مع أحد المستويين الآخريـن ، مسـقطه الأفقـي يصنع مع المحور X الزاوية β ومع المحور Y الزاوية γ ، وطول هذا المسقط يساوي الطول الحقيقي ، ومسقطه الجبهي يوازي خط الأرض (الأشكال ٣-١١ و ٣-١٢) .

٣- المستقيم الجبهي :

وهو يوازي المستوي الجبهي للإسقاط دون أن يتعامد مع أحد المستويين الآخريـن ، مسـقطه الجبهي يصنع مع المحور X الزاوية α ومع المحور Z الزاوية γ ، وطول هذا المسقط يساوي الطول الحقيقي ، ومسقطه الأفقي يوازي خط الأرض (الأشكال ٣-١٣ و ٣-١٤) .

٤- المستقيم الجنبي :

وهـو يوازي المستوي الجنبي للإسقاط دون أن يتعامد مع أحد المستويين الآخرين ، مسقطاه الأفقي والجبهي يقعان على استقامة واحدة عمودية على خط الأرض وهما غير كافيين لتعيينه ، وبالتالي لا بد من رسم المسقط الجنبي .

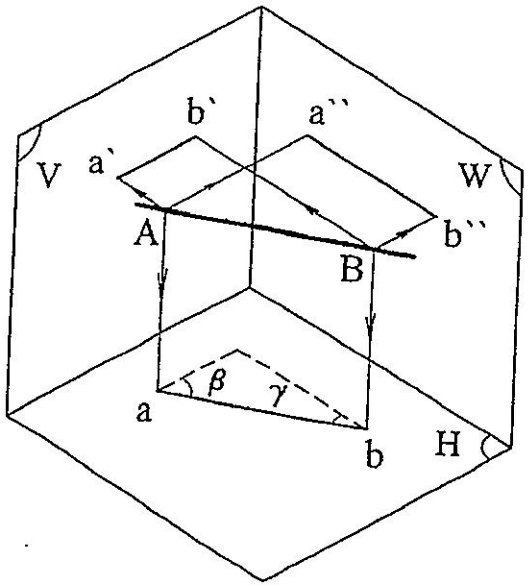
يصنع المسقط الجنبي مع المحور X الزاوية α ومع المحور Z الزاوية β ، وطول هذا المسقط يساوي الطول الحقيقي (الأشكال ٣-١٥ و ٣-١٦) .

٥- المستقيم الشاقولي :

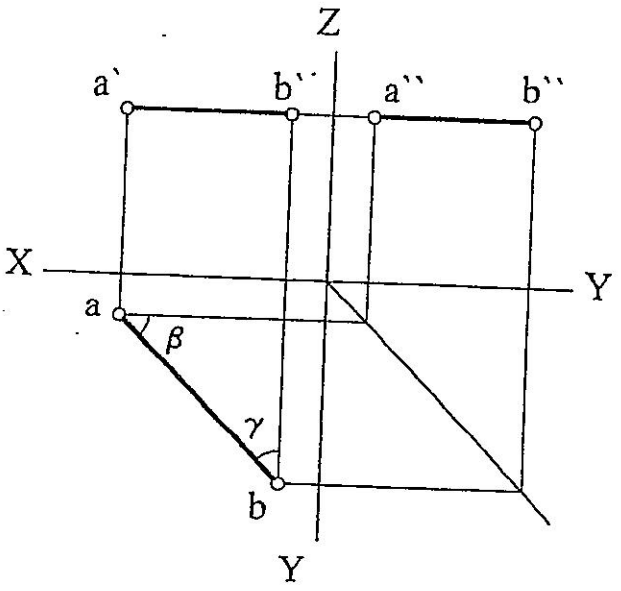
وهـو عمودي على المستوي الأفقي للإسقاط ، مسقطه الأفقي عبارة عن نقطـة والمسقط الجبهي عمودي على المحور X (خط الأرض) وطوله يساوي الطول الحقيقي للمستقيم (الأشكال ٣-١٧ و ٣-١٨) .

٦- المستقيم الأمامي :

وهو عمودي على المستوي الجبهي للإسقاط ، مسقطه الجبهي عبارة عن نقطة والمسقط الأفقي عمودي على المحور X وطول هذا المسقط يساوي الطول الحقيقي للمستقيم (الأشكال ٣-١٩ و ٣-٢٠) .

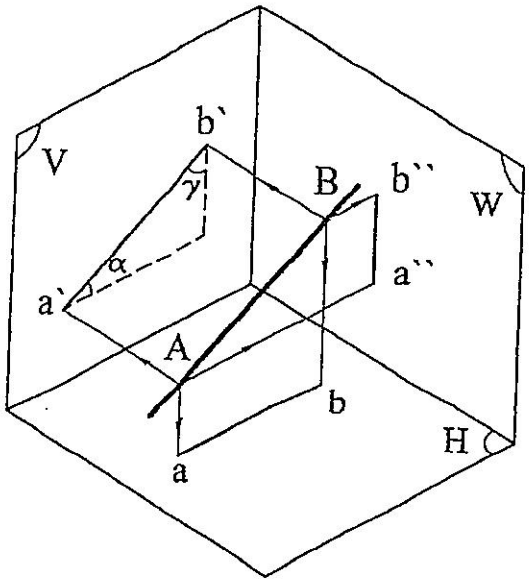


الشكل (٣-١١)

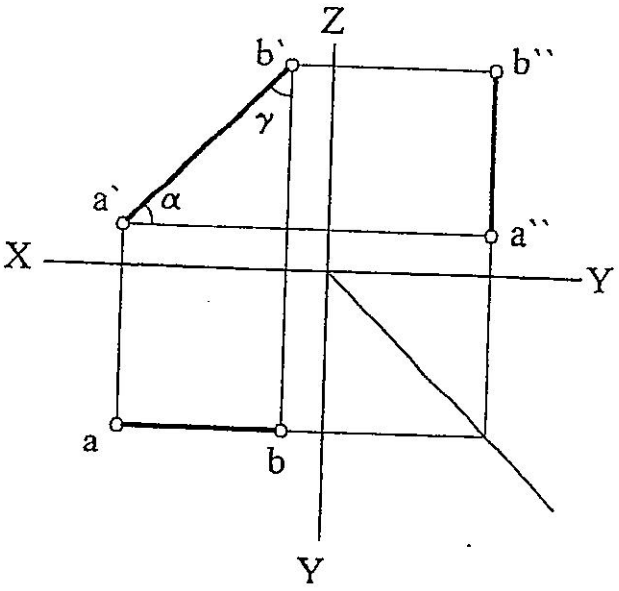


الشكل (٣-١٢)

المستقيم الأفقي

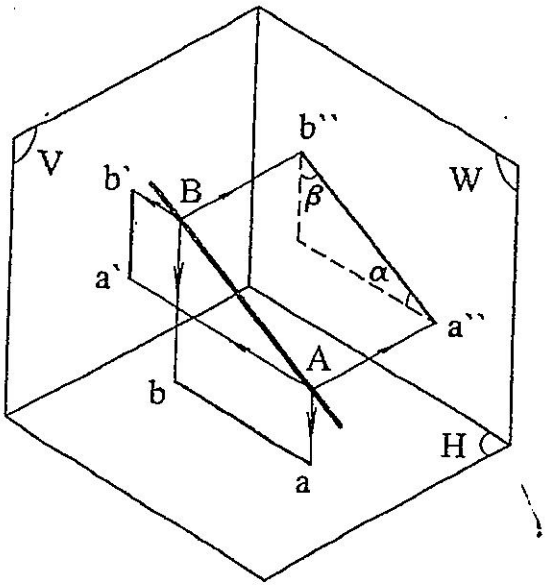


الشكل (٣-١٣)

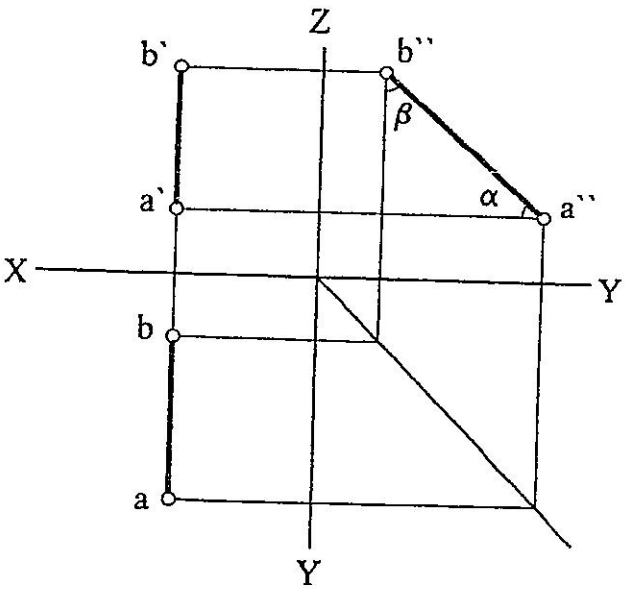


الشكل (٣-١٤)

المستقيم الجبهي

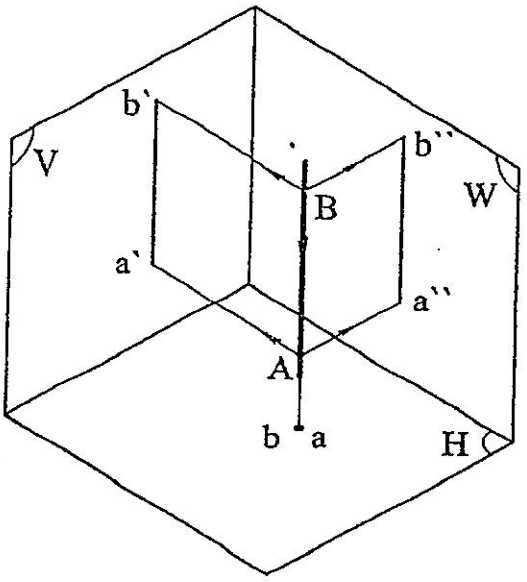


الشكل (٣-١٥)

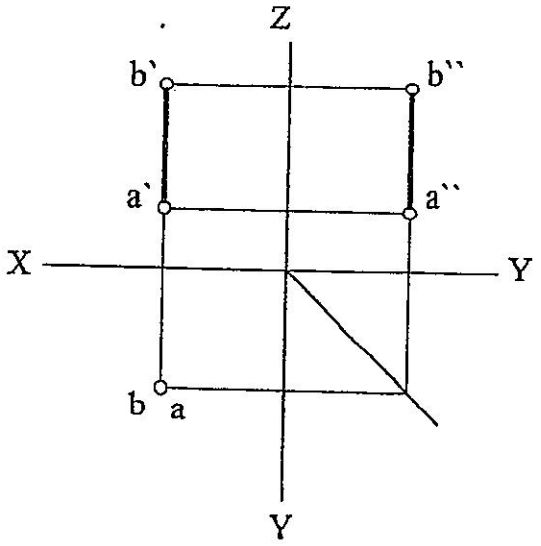


الشكل (٣-١٦)

المستقيم الجنبي

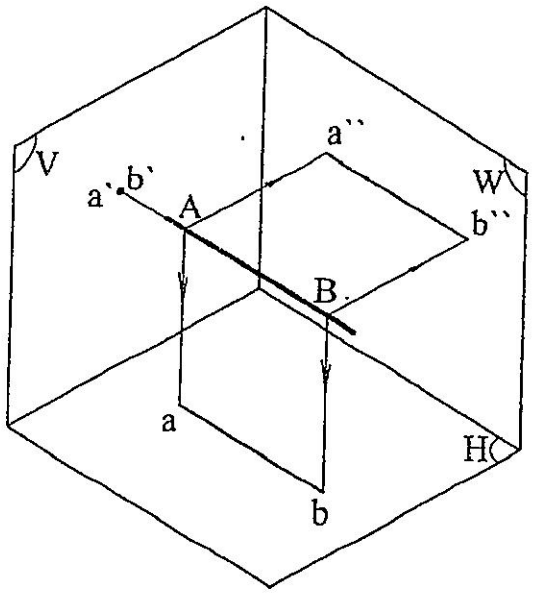


الشكل (٣-١٧)

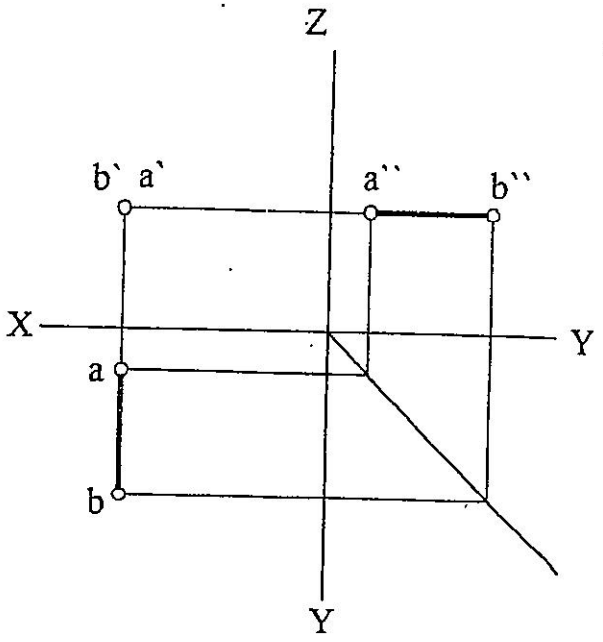


الشكل (٣-١٨)

المستقيم الشاقولي

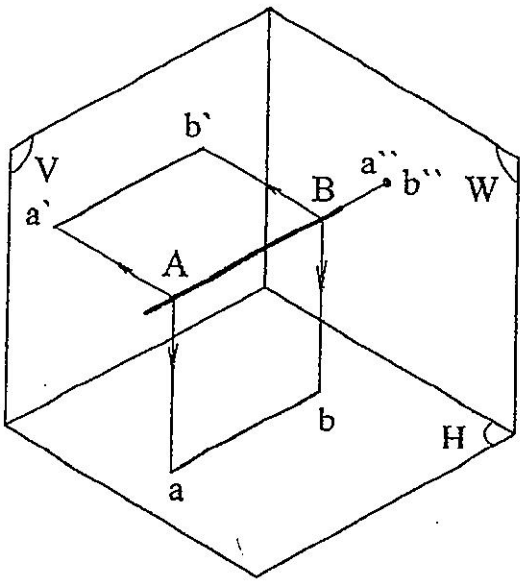


الشكل (٣-١٩)

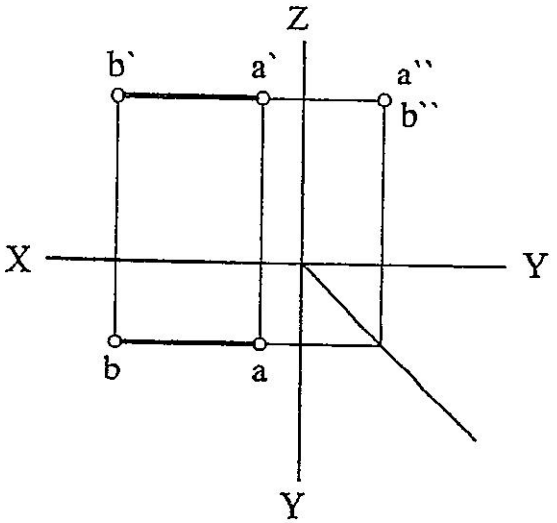


الشكل (٣-٢٠)

المستقيم الأمامي

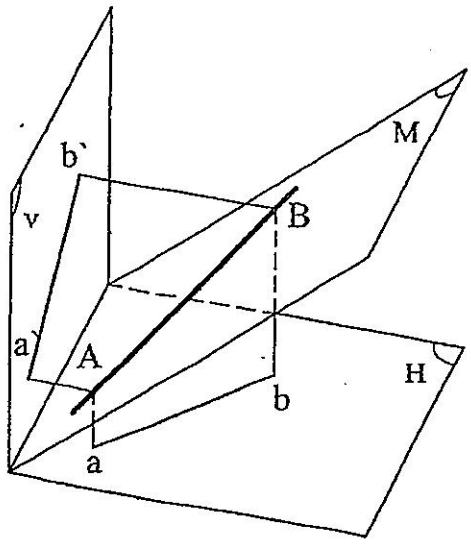


الشكل (٣-٢١)

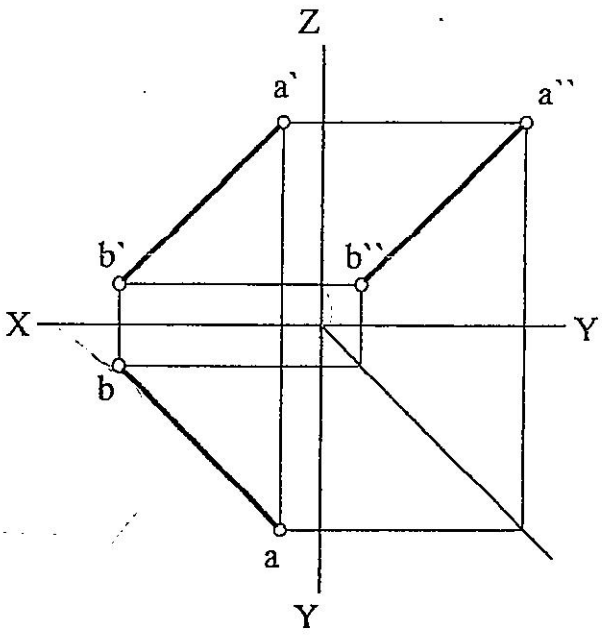


الشكل (٣-٢٢)

المستقيم الموازي لخط الأرض

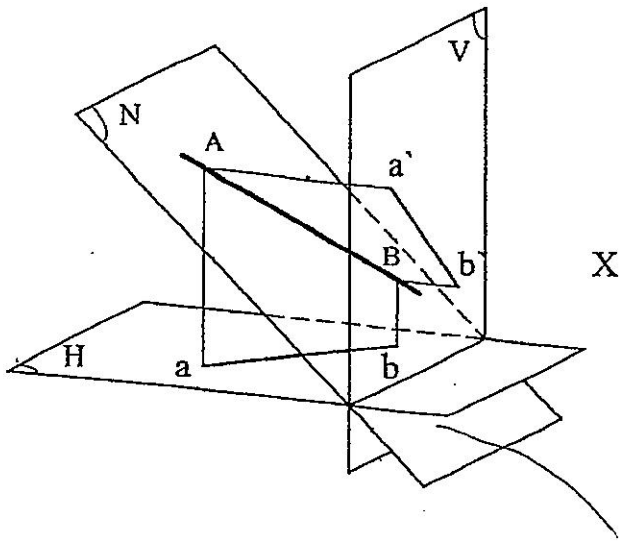


الشكل (٣-٢٣)

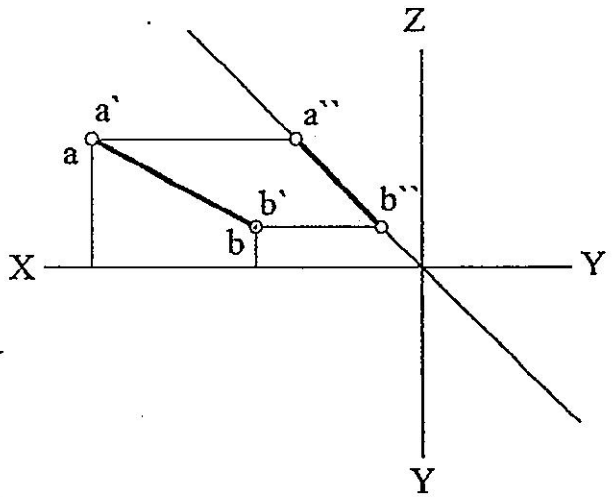


الشكل (٣-٢٤)

المستقيم الواقع في المستوي المنصف الأول



الشكل (٣-٢٥)



الشكل (٣-٢٦)

المستقيم الواقع في المستوي المنصف الثاني

٧- المستقيم الموازي لخط الأرض :

وهـو عمودي على المستوي الجنبي للإسقاط ، مسقطه الجنبي عبارة عن نقطـة ومسقطاه الأفقي والجبهي يوازيان خط الأرض وطول كل منهما يساوي الطول الحقيقي للمستقيم (الأشكال ٣-٢١ و ٣-٢٢) .

٨- المستقيم الواقع في المستوي المنصف الأول :

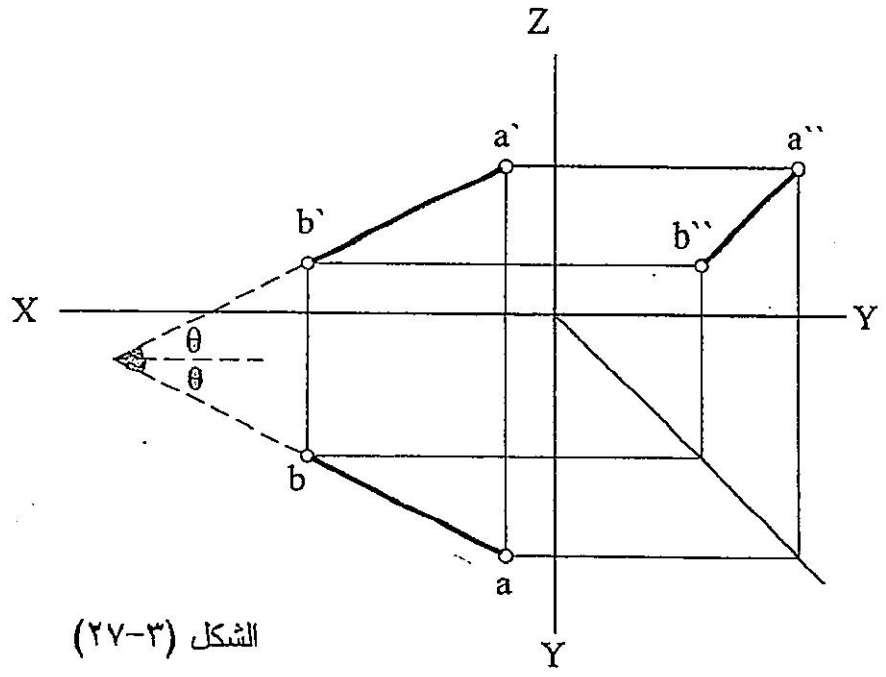
يكـون مسـقطاه الأول والثاني متناظران بالنسبة لخط الأرض ، لأن كل نقطـة منه يكون مسقطاها متناظران بالنسبة لخط الأرض (الأشكال ٣-٢٣ و ٣-٢٤) .

٩- المستقيم الواقع في المستوي المنصف الثاني :

يكـون مسـقطاه الأول والثاني منطبقان على بعضهما البعض ، لأن كل نقطة منه مسقطاها منطبقان (الأشكال ٣-٢٥ و ٣-٢٦) .

١٠- المستقيم الموازي للمستوي المنصف الأول :

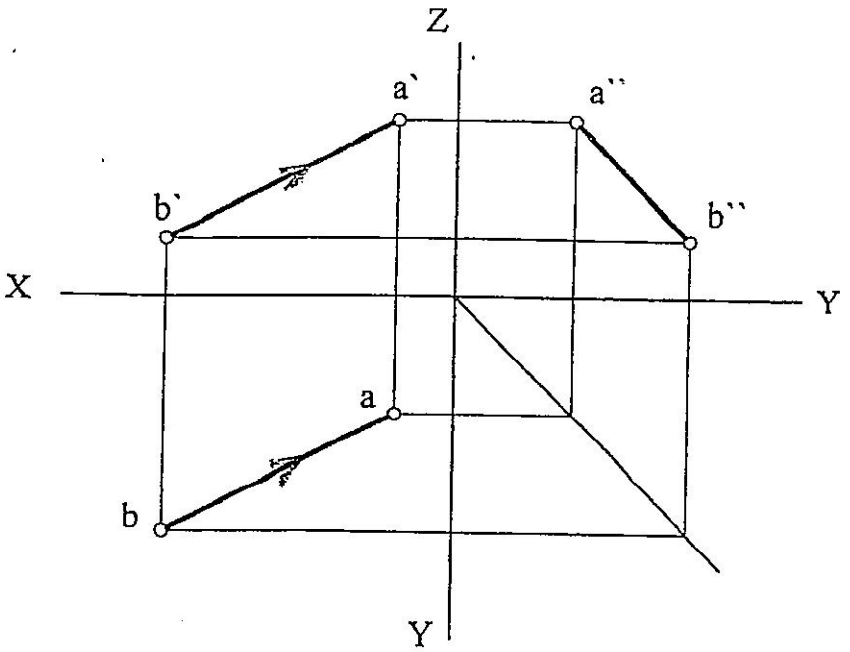
يكـون مسقطاه الأول والثاني متساويان ويصنعان زوايا متساوية مع خط الأرض (الشكل ٣-٢٧) .



الشكل (٣-٢٧)

١١- المستقيم الموازي للمستوي المنصف الثاني :

يكون مسقطاه الأول والثاني متوازيان و متساويان (الشكل٣-٢٨) .



الشكل (٣-٢٨)

٣-٤. وقوع نقطة على مستقيم :

إذا وقعت نقطة ما على مستقيم مفروض ، فإن مسقطيها يقعان على مسقطي المستقيم من نفس الاسم ، ويقع هذين المسقطين على خط تداعي شاقولي واحد . والعكس صحيح ، فإذا وقع مسقطا النقطة على مسقطي المستقيم من نفس الاسم وكانا على خط تداعي شاقولي واحد ، فالنقطة تقع على المستقيم . إذا كان المستقيم المفروض جنبياً ، فإضافة إلى ما سبق يجب أن يقع المسقط الجنبي للنقطة على المسقط الجنبي للمستقيم ، ويقع مسقطا النقطة الجبهي والجنبي على خط تداعي أفقي واحد .

٣-٥. آثار المستقيم :

١- آثار المستقيم على مستويات الإسقاط :

أثر المستقيم هو نقطة تقاطعه مع أحد مستويات الإسقاط ، وفي الحالة العامة يوجد للمستقيم ثلاثة آثار وهي : (الأشكال ٣-٢٩ و ٣-٣٠)

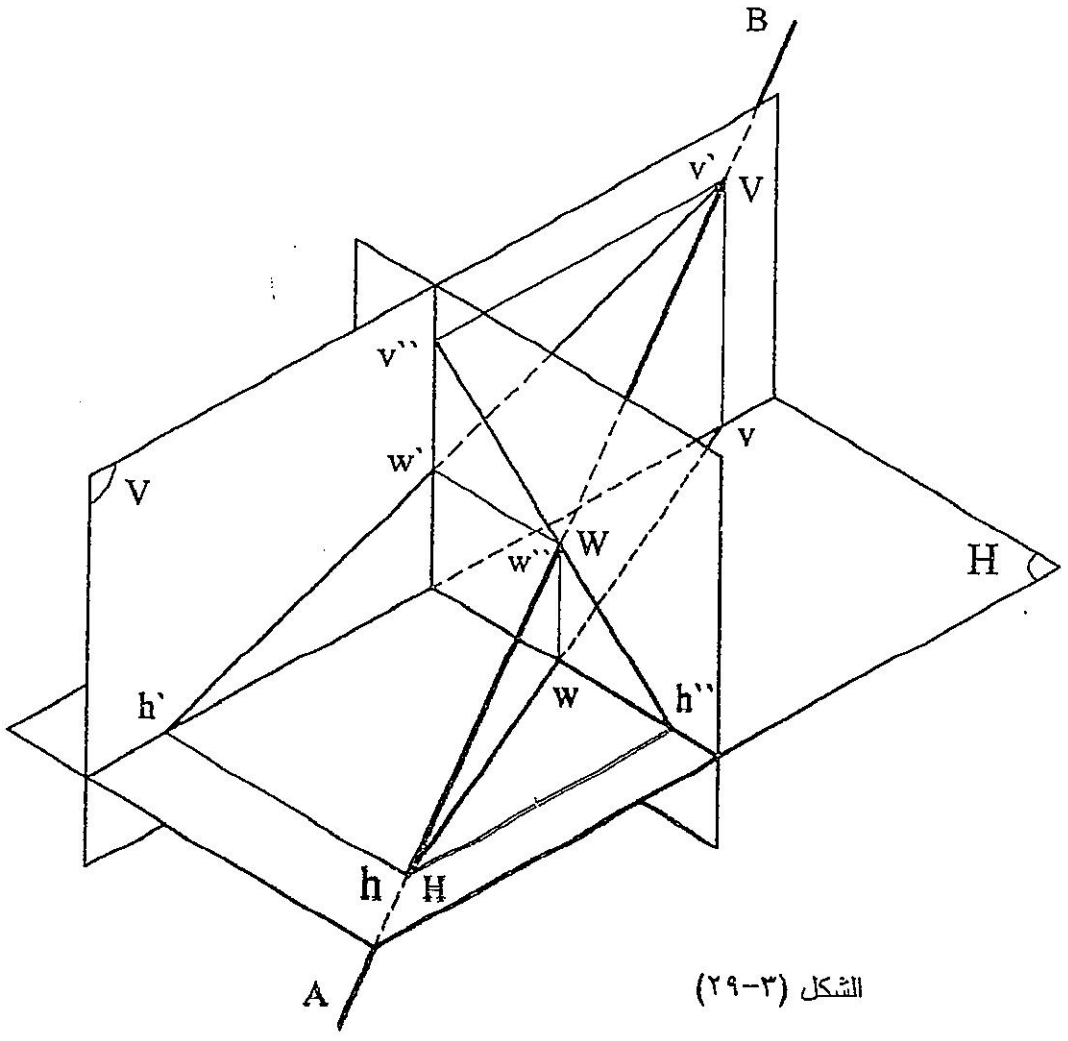
الأثر الأفقي H والأثر الجبهي V والأثر الجنبي W ويتم تعيين مساقط هذه الآثار لمستقيم كيفي AB كما يلي :

الأثر الأفقي H :

- h´ ينتج عن تقاطع a´b´ مع المحور X .
- h نرسم من h´ خط تداعي شاقولي فيقطع ab في h .
- h˝ يتعين بدلالة h و h´ .

الأثر الجبهي V :

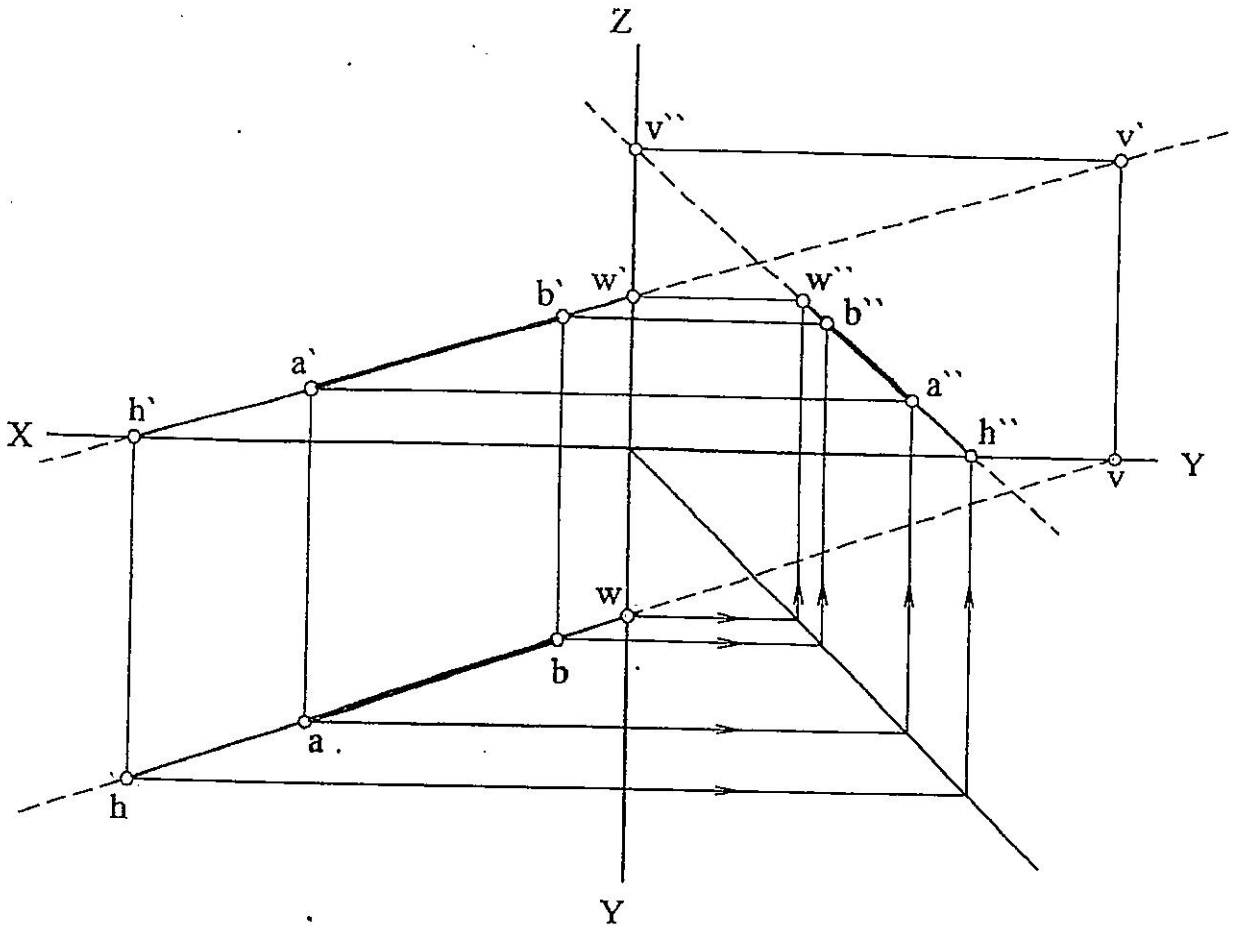
- v ينتج عن تقاطع ab مع المحور X .
- v´ نرسم من v خط تداعي شاقولي فيقطع a´b´ في v´ .
- v˝ يتعين بدلالة v و v´ .



الشكل (٣-٢٩)

الأثر الجنبي W :

- w ينتج عن تقاطع ab مع المحور Y .
- w′ ينتج من تقاطع a′b′ مع المحور Z .
- w″ يتعين بدلالة w و w′ .



الشكل (٣-٣٠)

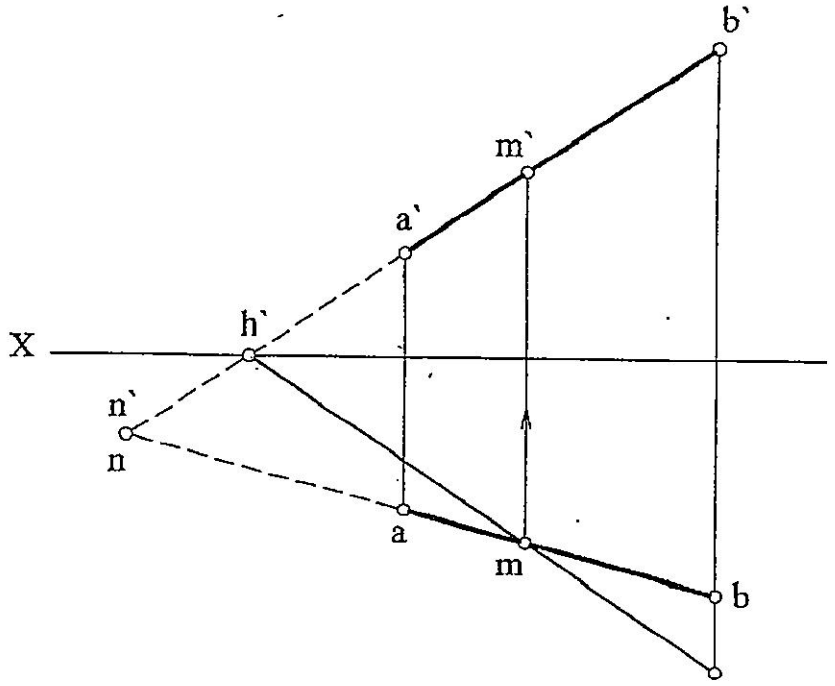
٢- آثار المستقيم على المستويين المنصفين :

أثر المستقيم على المستوي المنصف الأول يرمز له M ، من خواصه أن راقمه يساوي ابتعاده $y_M = z_M$ ويمكن أن يقع في الربع الأول أو الثالث .

للحصول على أثر المستقيم الكيفي AB على المستوي المنصف الأول M نرسم نظير أحد مسقطي المستقيم بالنسبة لخط الأرض حتى يتقاطع مع المسقط الثاني فنحصل على نقطة الأثر المطلوبة لأن راقمها يساوي ابتعادها (الشكل٣-٣١) .

أثر المستقيم على المستوي المنصف الثاني يرمز له N ، من خواصه أن راقمه يساوي ابتعاده بالقيمة ويعاكسه بالإشارة $y_M = -z_M$ ويمكن أن يقع في الربع الثاني أو الرابع .

للحصول على أثر المستقيم الكيفي AB على المستوي المنصف الثاني N نمـــدد أحد المسقطين حتى يتقاطع مع المسقط الآخر ، ونقطة التقاطع هي نقطة الأثـــر المطلوبـــة لأن راقمهـــا يســـاوي ابـــتعادها بالقـــيمة ويعاكسه بالإشارة (الشكل ٣-٣١) .



الشكل (٣-٣١)

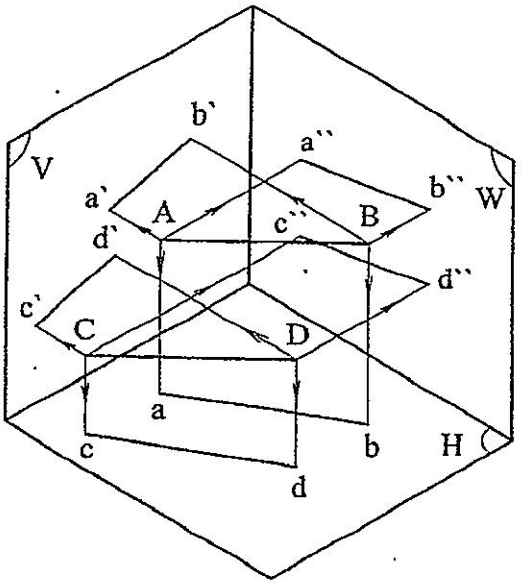
نتائج :

- كل مستقيم يوازي أحد مستويات الإسقاط ليس له أثر على هذا المستوي .

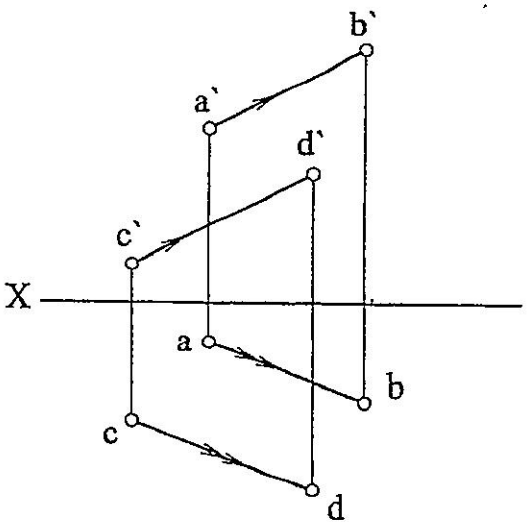
- بما أن آثار المستقيم هي نقاط تقاطع المستقيم مع مستويات الإسقاط وبالتالي فهي نقاط من المستقيم ، وبما أن المستقيم يتعين بنقطتين فقط ، لذا يمكن تعيين المستقيم بأثرين فقط من آثاره الثلاثة و استنتاج الأثر الثالث .

٣-٦. أوضاع المستقيمين في الفراغ :

١- المستقيمان المتوازيان : إذا توازى مستقيمان في الفراغ فمسقطاهما من نفس الاسم متوازيان (الأشكال ٣-٣٢ و ٣-٣٣) . والعكس صحيح ، إذا توازى كل مسقطين من نفس الاسم لمستقيمين أو توازى مسقطان وانطبق الآخران ، أو توازى مسقطان والآخران عبارة عن نقطتين فالمستقيمان متوازيان في الفراغ .



الشكل (٣-٣٢)



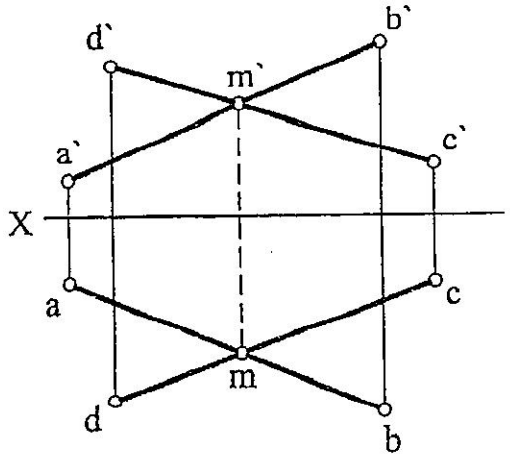
الشكل (٣-٣٣)

٢- المستقيمان المتقاطعان : يكون المستقيمان AB و CD متقاطعين أي يكون لهما نقطة مشتركة عندما تكون نقطة التقاطع m لمسقطيهما الأفقيين ونقطة التقاطع m` لمسقطيهما الجبهيين واقعين على خط تداعي شاقولي واحد، إذ أن النقطة M التي مسقطاها m و m` تمثل نقطة واقعة على كلا المستقيمين المذكورين في نفس الوقت (الشكل ٣-٣٤) .

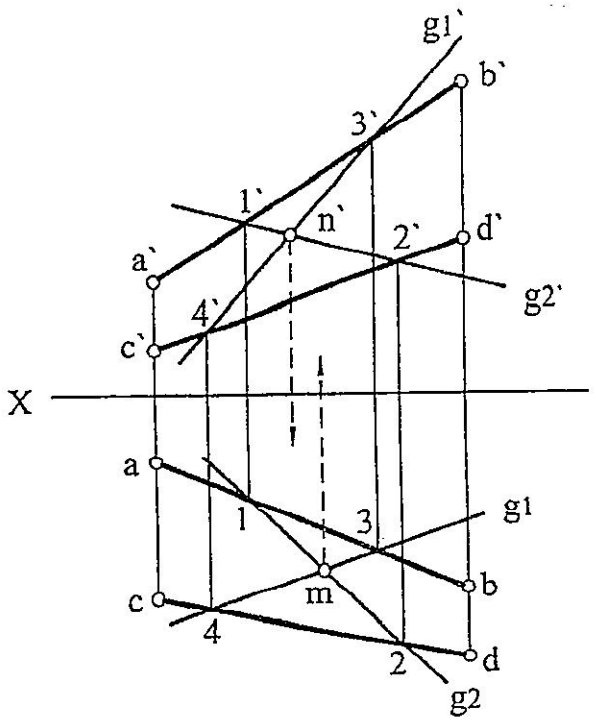
في الحالة التي تكون فيها إحدى نقاط التقاطع أو كلتاهما خارج حدود الورقة نستخدم مستقيمين يرتكزان على المستقيمين المعطيين ، فإذا كان هذان

المستقيمان المساعدان متقاطعين فهما واقعان في مستوي واحد و المستقيمان الأصليان يقعان أيضا في هذا المستوي فهما متقاطعان وإلا فهما غير متقاطعين.

في المثال المبين في الشكل ٣-٣٥ ، نلاحظ أن المستقيمين المساعدين G1 و G2 غير متقاطعين لأن النقطتين m و `n غير واقعتين على خط تداعي شاقولي واحد وبالتالي المستقيمين AB و CD غير متقاطعين .



الشكل (٣-٣٤)

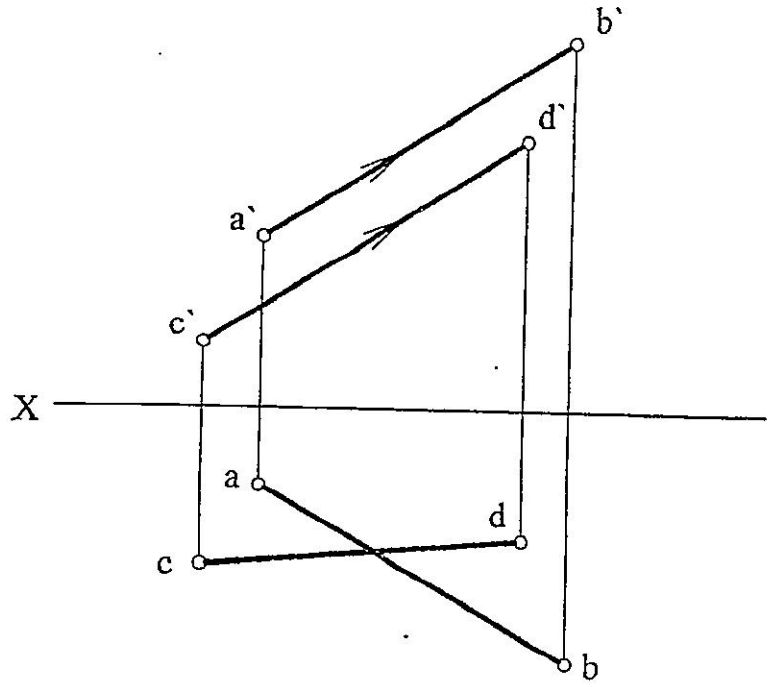


الشكل (٣-٣٥)

٣- **المستقيمان المتخالفان** : وهما غير متقاطعين وغير متوازيين ، في هذه الحالة يمكن أن يتقاطع كل مسقطين للمستقيمين على مستويات الإسقاط ، ولكن نقطتي التقاطع لا تقعان على خط تداعي شاقولي واحد ، أي أن النقطة لا تقع على المستقيمين . كما يمكن أن يتوازى مسقطان من نفس الاسم ويتقاطع الآخران (الأشكال ٣-٣٥ و ٣-٣٦) .

ملاحظة :

لمعرفة وضع مستقيمين أحدهما جنبي ، أو لمعرفة وضع مستقيمين جنبيين يجب رسم مسقطيهما الجنبيين ، فإذا كان المسقطان الجنبيان لمستقيمين جنبيين متوازيين فالمستقيمين في الفراغ متوازيين (والعكس صحيح) .



الشكل (٣-٣٦)