Syrian Arab Republic
University of Hama
Faculty of Civil Engineering

الجمهورية العربية السورية
جامعة حماة
كلية الهندسة المدنية

الهندسة الوصفية

لعام (2018-2019)

السنة الأولى

المحاضرة الثانية (نظري)

مدرسا المادّة

المهندس: حسام يعقوب إغا

المهندسة: نونا الحارس

الفصل الرابع

تمثيل المستوي في هندسة مونج

٤-١. تعيين المستوي :

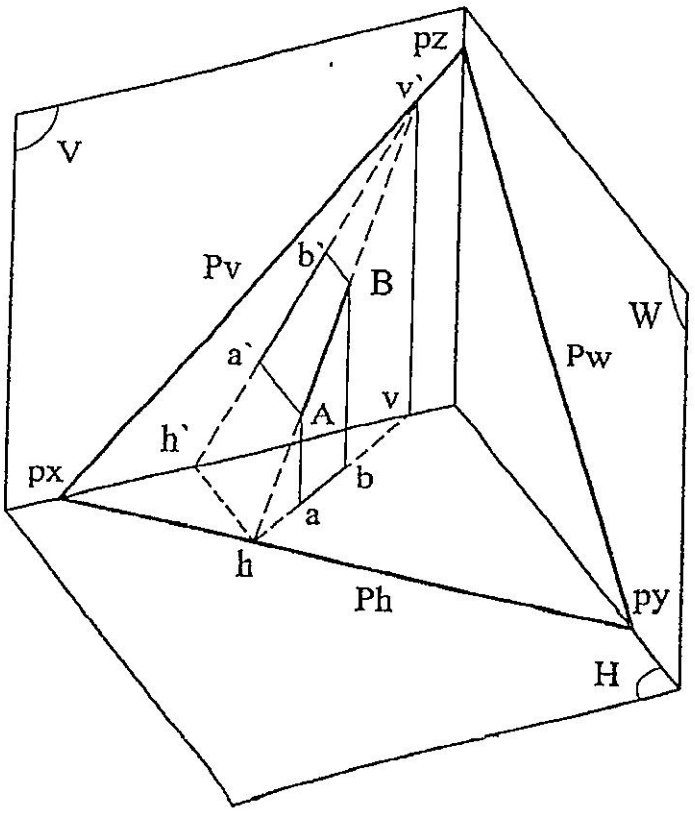
يتعين المستوي إما بثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة أو بمستقيمين متقاطعين أو بمستقيمين متوازيين أو بمستقيم ونقطة خارجة عنه .

كما يمكن تعيين المستوي بمسقطي مستقيم من مستقيمات ميله الأعظم أو بأثريه الأفقي والجبهي .

٤-٢. آثار المستوي :

إن الفصـــول المشتركة الناتجة عن تقاطع المستوي مع مستويات الإسقاط تسمى آثار المستوي ، وبالتالي يوجد للمستوي الكيفي ثلاثة آثار وهي :

الأثر الأفقي P_H ، والأثر الجبهي P_V ، والأثر الجنبي P_W (الشكل ٤-١)



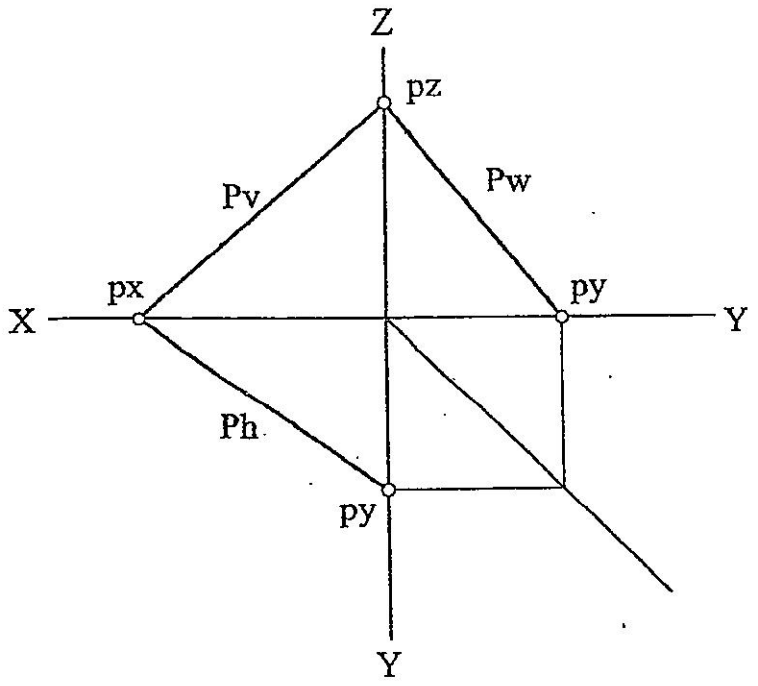
الشكل (٤-١)

المســـتقيمات الواقعة في المستوي تقع آثارها على آثار المستوي من نفس الاســـم ، وبمـــا أن أي أثرين للمستوي هما مستقيمان يقعان فيه لذا يمكن تعيين المستوي بمعرفة أثرين من آثاره .

المســـقط الأفقي للأثر P_H ينطبق على هذا الأثر ومسقطه الجبهي ينطبق علـــى خط الأرض ، لذلك نرسم على المخطط المسقط الأفقي للأثر الأفقي P_h ونســـميه اختصاراً الأثر الأفقي وكذلك نرسم المسقط الجبهي للأثر الجبهي P_v ونسميه اختصاراً الأثر الجبهي (الشكل ٤-٢) .

للحصـــول على الأثر الأفقي للمستوي نصل بين أثرين أفقيين لمستقيمين واقعيـــن فـــيه ، وكذلك للحصول على الأثر الجبهي للمستوي نصل بين أثرين جبهيين لمستقيمين واقعين في المستوي .

تتقاطع آثار المستوي P مع المحاور الإحداثية X , Y, Z في النقاط (P_X , P_Y , P_Z) على الترتيب ، وبذلك يمكن التعبير عن هذا المستوي بالإحداثيات $P(P_X , P_Y , P_Z)$ والتي يمكن بواسطتها تمثيل المستوي .



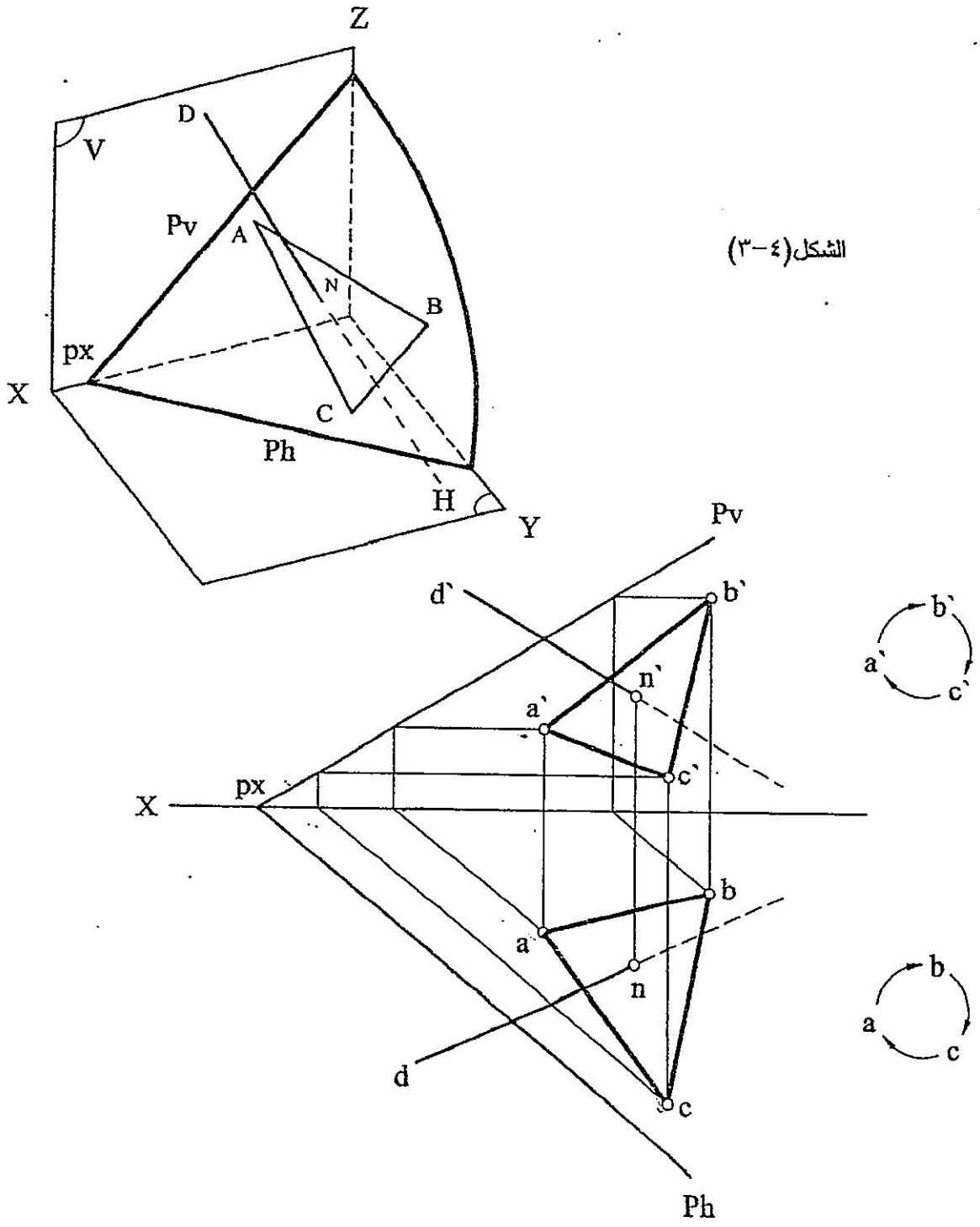
الشكل (٤-٢)

٤-٣. أوضاع المستوي في الفراغ :

١- المستوي الكيفي :

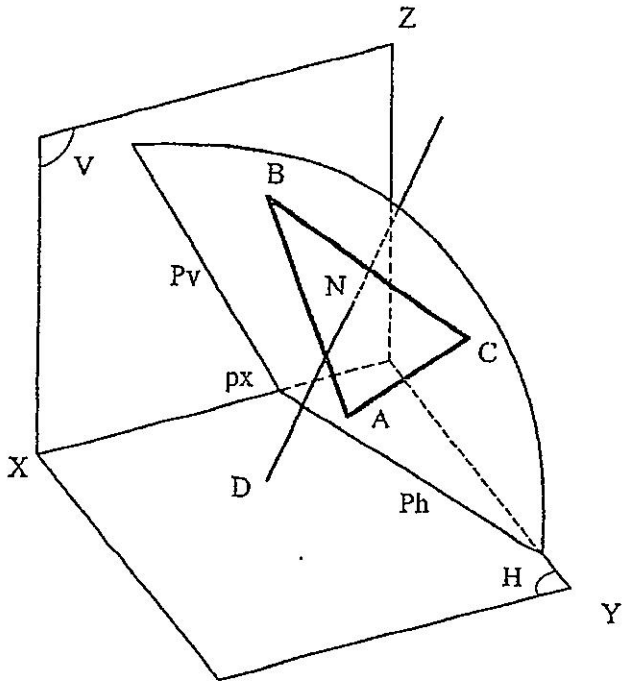
وهو لا يأخذ وضعا خاصاً بالنسبة لأي مستوي من مستويات الإسقاط .

قـد يكون المستوي صاعداً (الشكل ٤-٣) ومن خواصه أن أثراه الأفقي والجبهـي يقعان في جهة واحدة بالنسبة للمستقيم الشاقولي المرسوم من P_X كما أن المسقطان abc و a′b′c′ في اتجاه واحد .

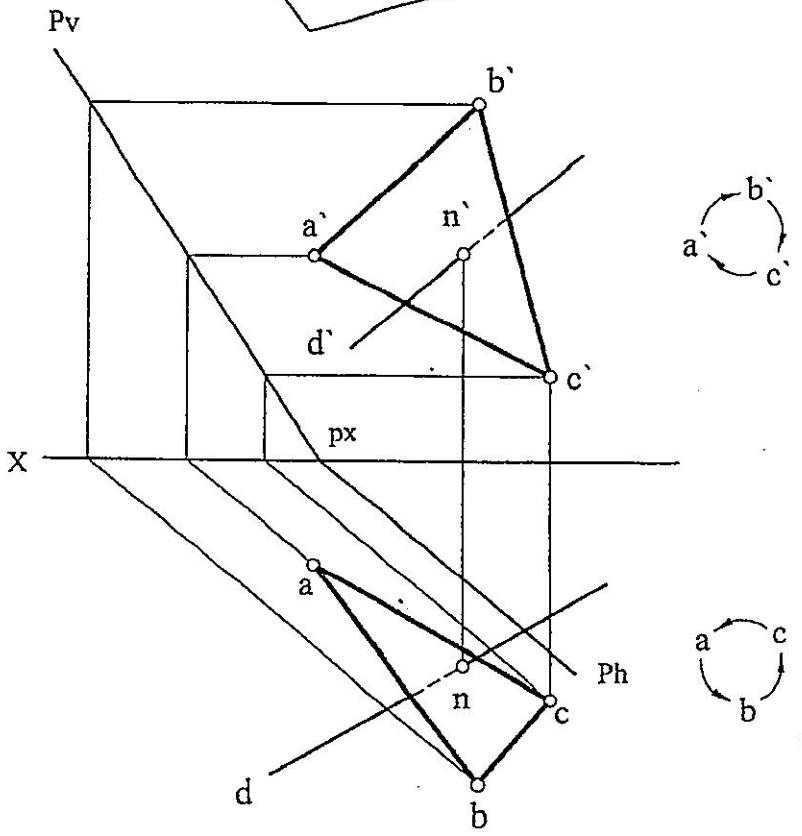


الشكل(٤-٣)

وقـد يكون المستوي **هابطاً** (الشكل ٤-٤) ومن خواصه أن أثراه الأفقي والجبهي يقعان في جهتين مختلفتين بالنسبة للمستقيم الشاقولي المرسوم من P_X كما أن المسقطان abc و $a'b'c'$ في اتجاهين متعاكسين .

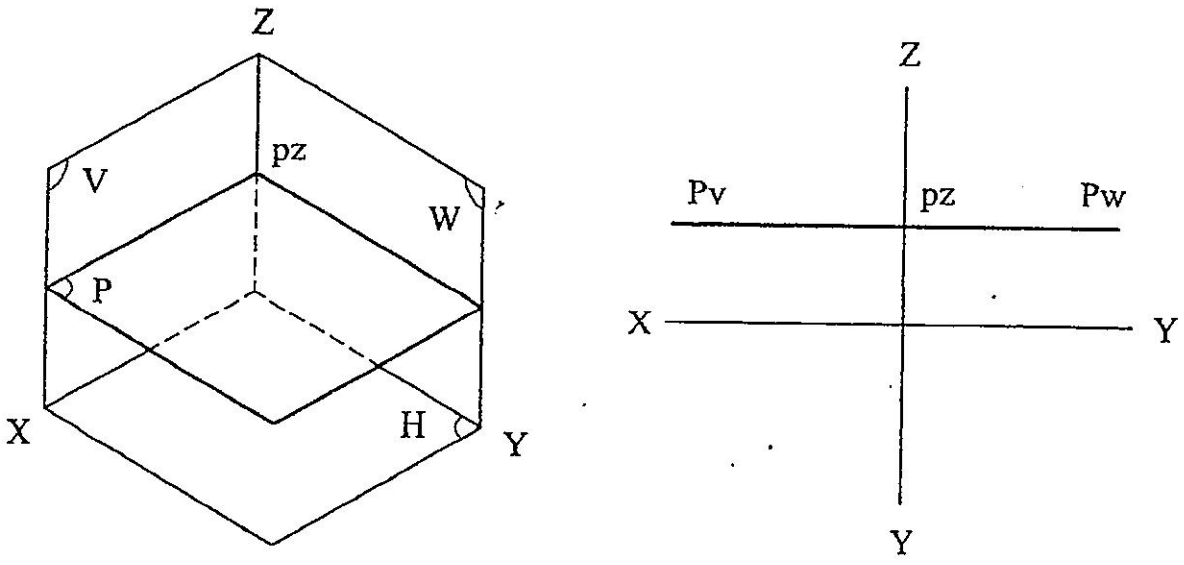


الشكل(٤-٤)



٢- المستوي الأفقي :

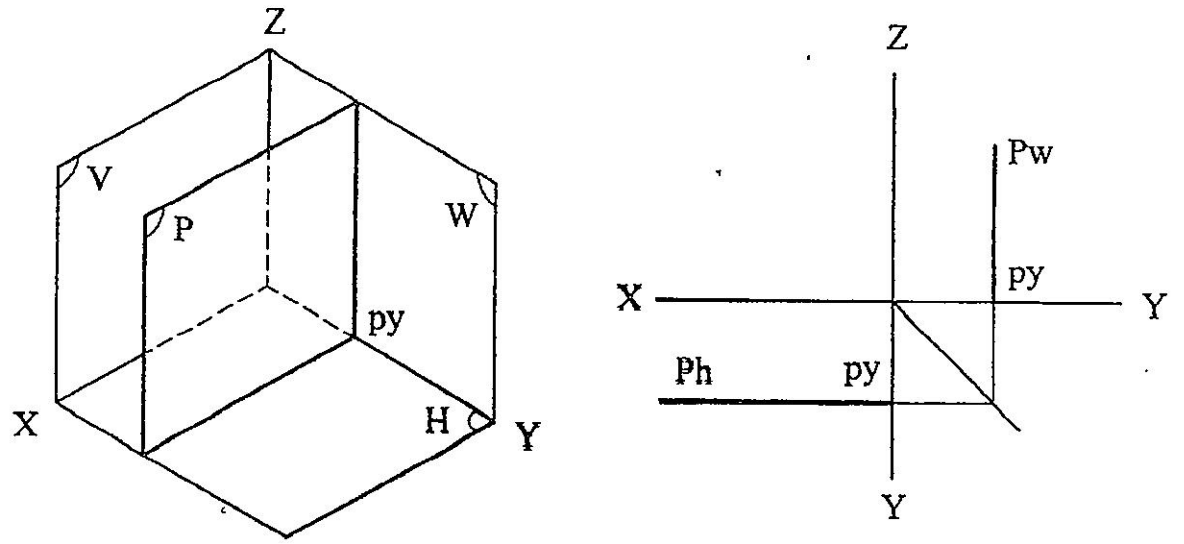
وهـــو يـــوازي مســـتوي الإسقاط الأفقي وله أثر جبهي P_v يوازي خط الأرض ، وليس له أثر أفقي (الشكل ٤-٥) .



الشكل (٤-٥)

٣- المستوي الجبهي :

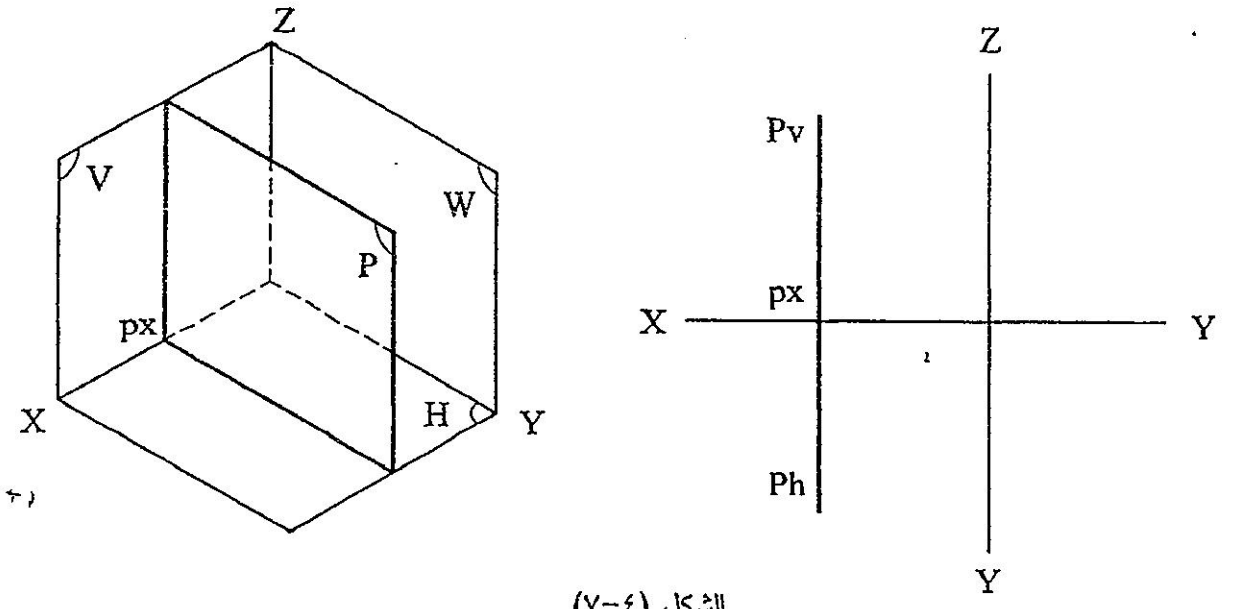
وهـــو يـــوازي مســـتوي الإسقاط الجبهي وله أثر أفقي P_h يوازي خط الأرض ، وليس له أثر جبهي (الشكل ٤-٦) .



الشكل (٤-٦)

٤- المستوي الجنبي :

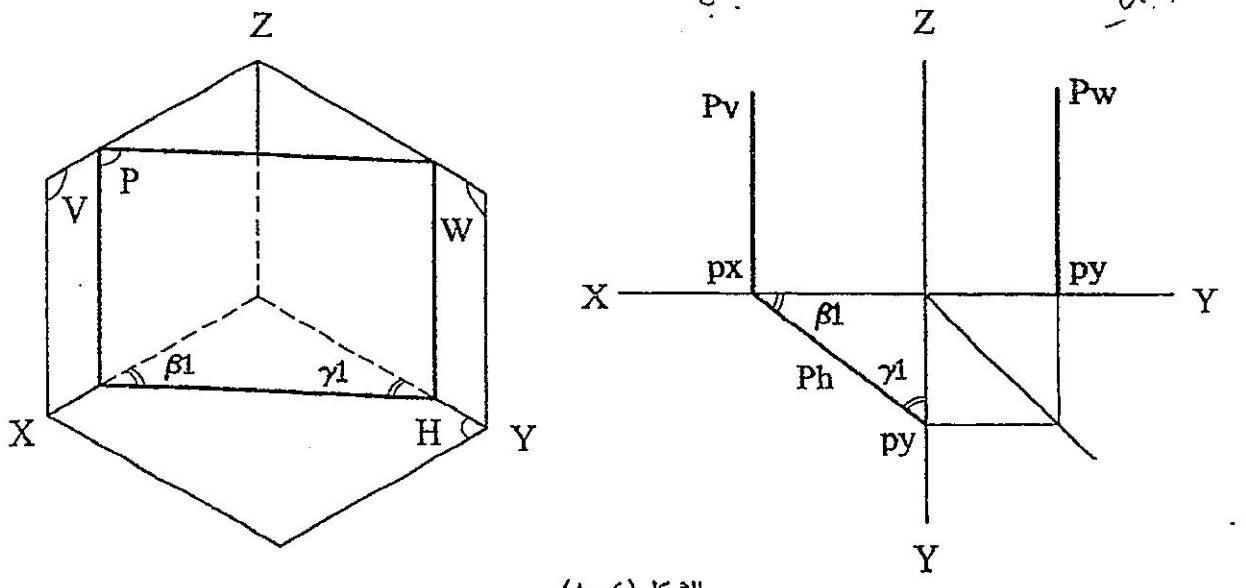
وهـــو يـــوازي مستوي الإسقاط الجنبي ويقع أثراه الأفقي والجبهي على استقامة واحدة عمودية على خط الأرض وليس له أثر جنبي (الشكل ٤-٧) .



الشكل (٤-٧)

٥- المستوي الشاقولي :

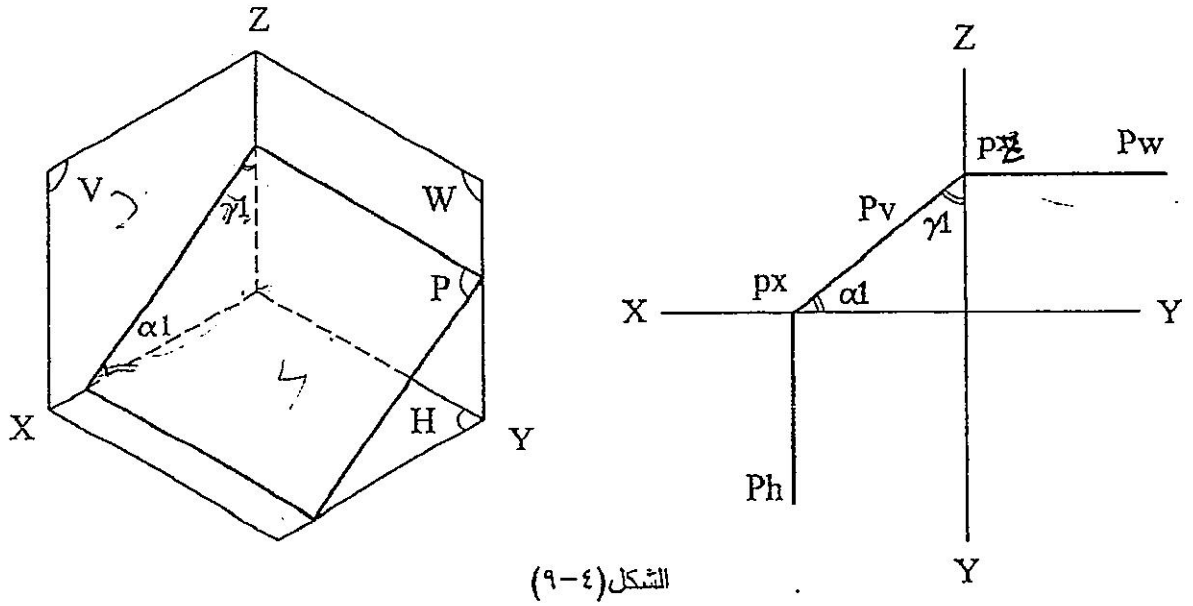
وهـــو عمـــودي علـــى المســـتوي الأفقي دون أن يوازي أحد المستويين الآخريـــن ، أثره الجبهي عمودي على خط الأرض وأثره الأفقي يصنع مع خط الأرض الزاوية β_1 ويصنع مع المحور Z الزاوية γ_1 (الشكل ٤-٨) .



الشكل(٤-٨)

٦- المستوي الأمامي :

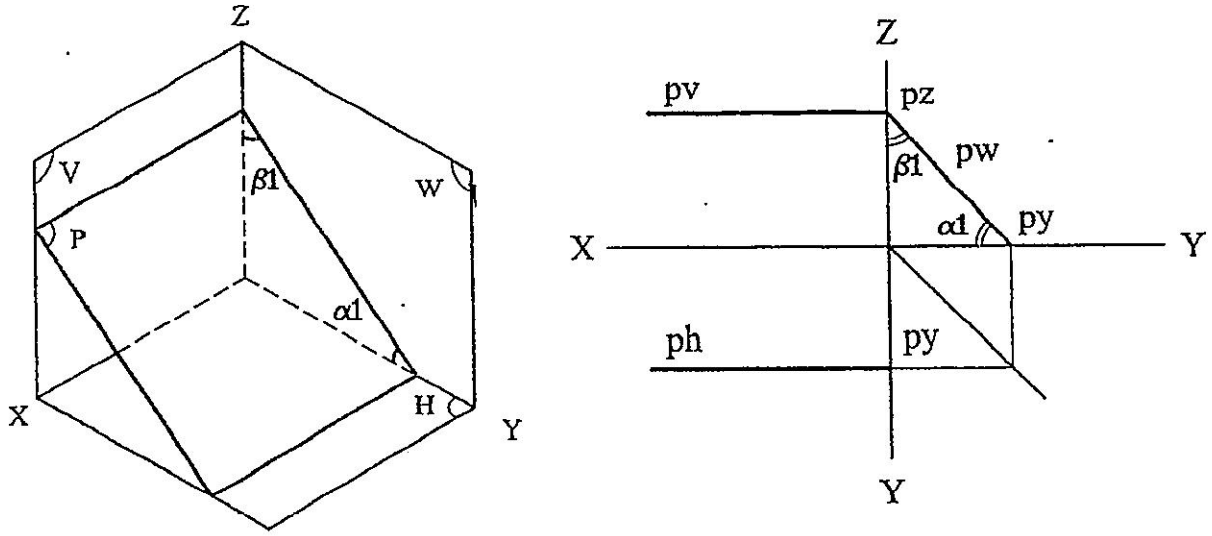
وهـــو عمـــودي علـــى المستوي الجبهي دون أن يوازي أحد المستويين الآخريـــن ، أثره الأفقي عمودي على خط الأرض وأثره الجبهي يصنع مع خط الأرض الزاوية α_1 ويصنع مع المحور Z الزاوية γ_1 (الشكل ٤-٩) .



الشكل(٤-٩)

٧- المستوي الموازي لخط الأرض :

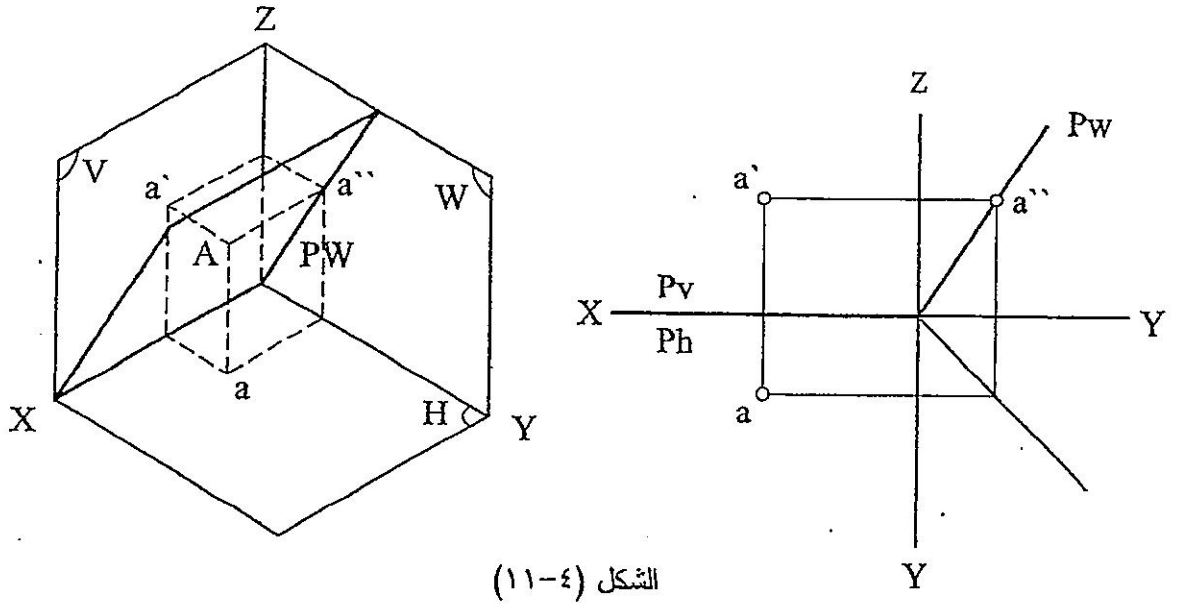
وهـــو عمـــودي علـــى المستوي الجنبي دون أن يوازي أحد المستويين الآخريـــن ، أثراه الأفقي والجبهي يوازيان خط الأرض وأثره الجنبي يصنع مع المحور Y الزاوية α_1 ومع المحور Z الزاوية β_1 (الشكل ٤-١٠) .



الشكل (٤-١٠)

٨- المستوي المار من خط الأرض :

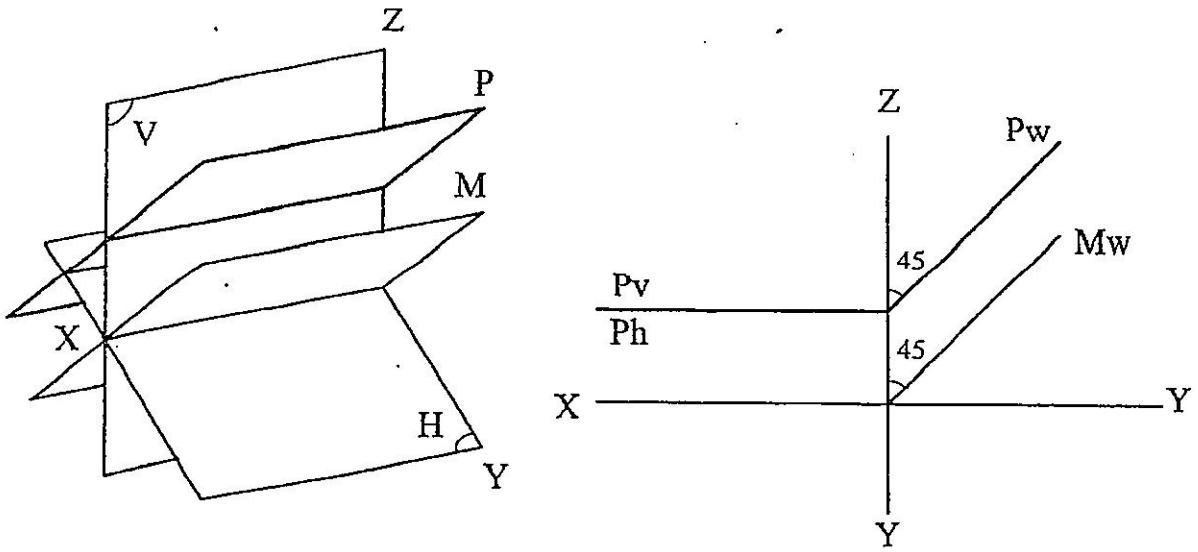
وهو حالة خاصة من المستوي الموازي لخط الأرض بحيث ينطبق أثراه الأفقي والجبهي على خط الأرض ، ويتعين بأثره الجنبي أو بمسقطي نقطة منه (الشكل ٤-١١) .



الشكل (٤-١١)

٩- المستوي الموازي للمستوي المنصف الأول :

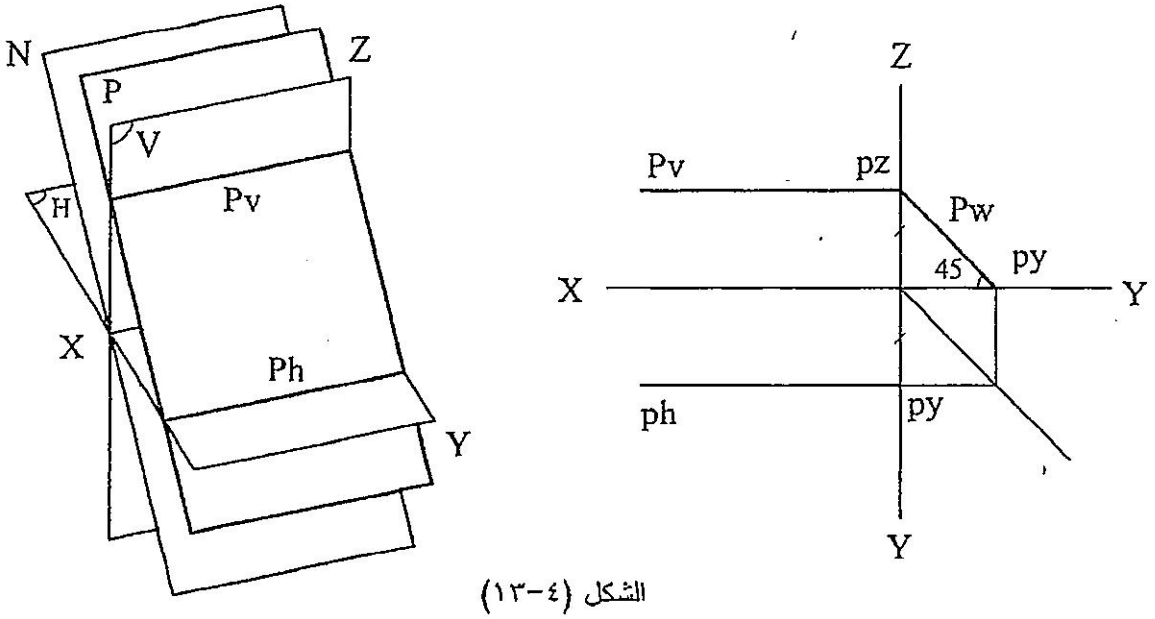
ينطبق أثره الأفقي على أثره الجبهي ويوازيان خط الأرض (الشكل ٤-١٢) .



الشكل (٤-١٢)

١٠- المستوي الموازي للمستوي المنصف الثاني :

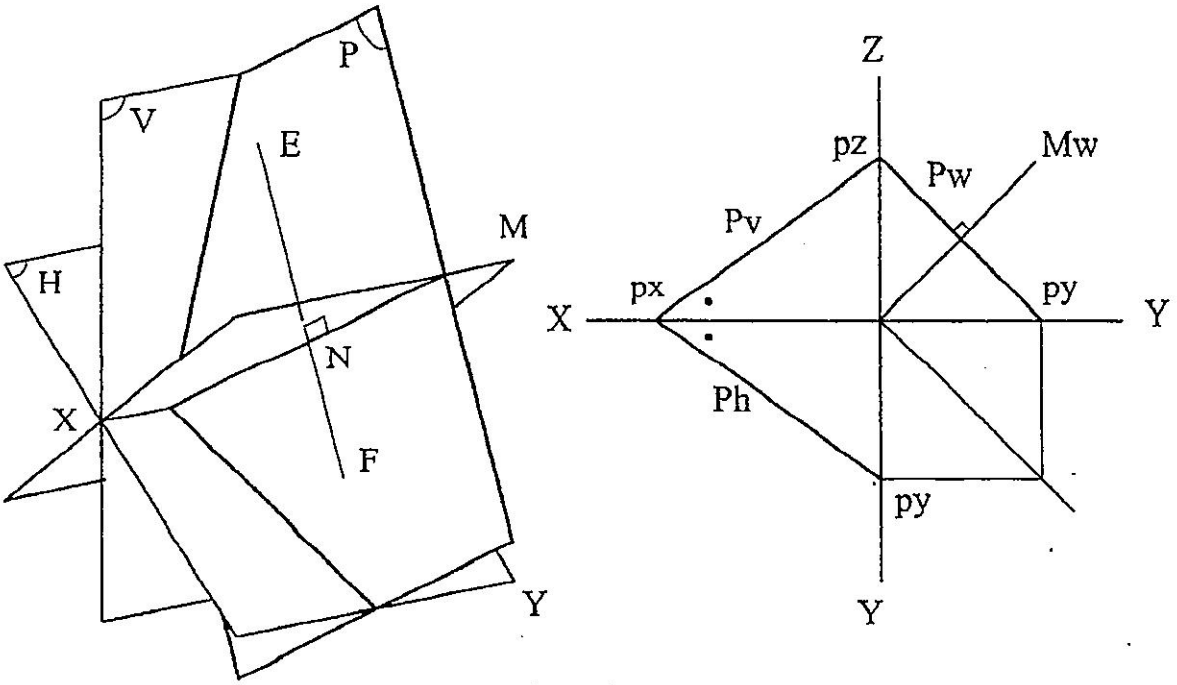
يكـــون أثـــراه الأفقي والجبهي موازيان لخط الأرض ويبعدان عنه بنفس البعد (الشكل ٤-١٣) .



الشكل (٤-١٣)

١١- المستوي العمود على المستوي المنصف الأول :

يصـــنع أثـــراه الأفقـــي والجبهـــي زوايـــا متســـاوية مـــع خط الأرض (الشكل ٤-١٤) .



الشكل (٤-١٤)

١٢- المستوي العمود على المستوي المنصف الثاني :

أثراه الأفقي والجبهي يقعان على استقامة واحدة .

٤-٤. شروط الانطباق :

١- شرط وقوع النقطة في المستوي هو أن تقع النقطة على مستقيم ما من هذا المستوي .

٢- لكي نمرر مستوياً من نقطة معروفة يكفي أن نمرر منها مستقيمين متقاطعين حيث يعينان مستوياً يمر من هذه النقطة .

٣- شرط وقوع مستقيم في مستوي هو أن يشترك هذا المستقيم مع المستوي بنقطتين، أو يشترك معه بنقطة ويوازي مستقيما واقعاً في المستوي أو موازيا له:

٤- لكي نمرر مستوياً من مستقيم يكفي أن نرسم موازياً لهذا المستقيم ، فالمستوي المحدد بالمستقيمين المتوازيين يعين المستوي المطلوب .

٥- إذا وقع مستقيم في مستوي فإن آثار المستقيم تقع على آثار المستوي من نفس الاسم .

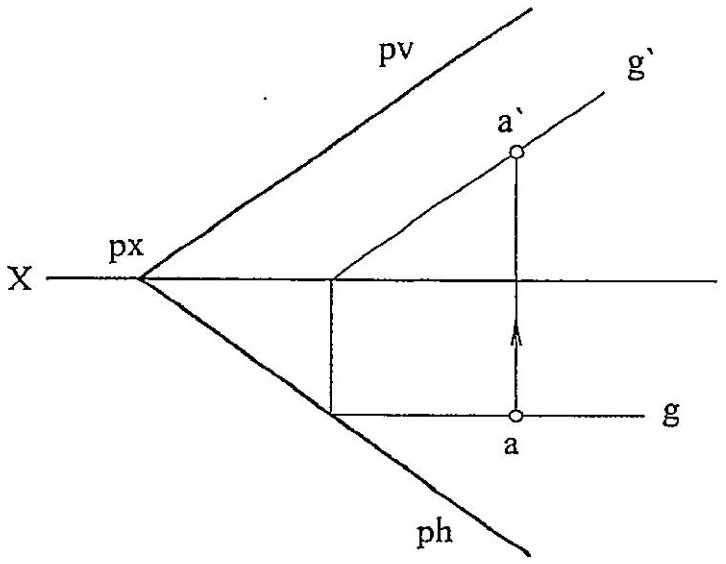
٤-٥ . تعيين نقطة ما في مستوي :

ليكن لدينا المستوي P المعين بأثريه الأفقي P_h والجبهي P_v ، ولتكن النقطة A واقعة في هذا المستوي ومعلوم لدينا المسقط الأفقي a للنقطة A . لتعيين المسقط الآخر a´ نمرر من النقطة A مستقيم مساعد أفقي أو جبهي G بحيث يمر مسقطه الأفقي g من a وبالتالي فإن a´ تقع على المسقط الجبهي لهذا المستقيم g´ (الشكل ٤-١٥) .

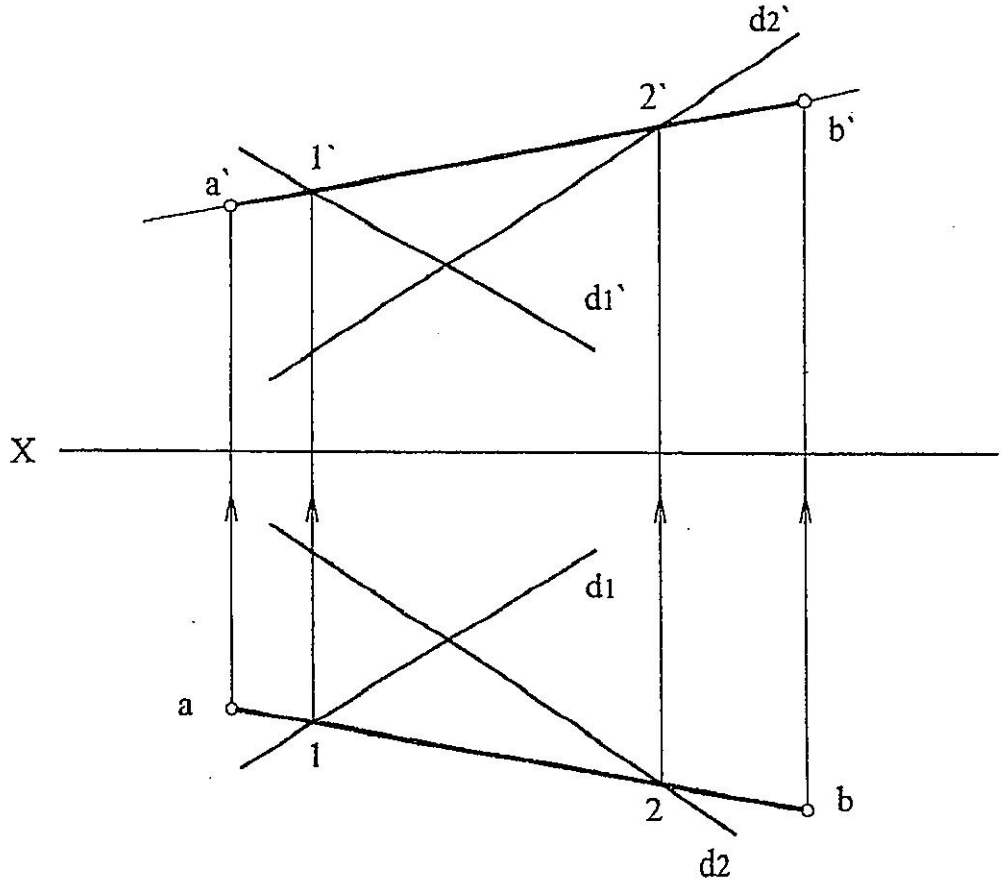
٤-٦. إنشاء مستقيم في مستوٍ معين بمستقيمين متقاطعين إذا علم أحد مسقطي المستقيم :

ليكن لدينا المستوي P المعين بالمستقيمين المتقاطعين D_2 , D_1 والمستقيم AB الواقع في هذا المستوي ومعلوم لدينا المسقط الأفقي ab والمطلوب تحديد المسقط الجبهي a´b´ . نحدد نقاط تقاطع المسقط ab مع d_2 , d_1 فنحصل على

النقطتين 2 , 1 ومنها نحصل على ´2 , ´1 ، نرفع من a , b خطوط تداعي شـــاقولية تـــتقاطع مع ´2´1 في النقطتين ´b , ´a وبالتالي نحصل على المسقط الجبهي للمستقيم AB (الشكل ٤-١٦) .



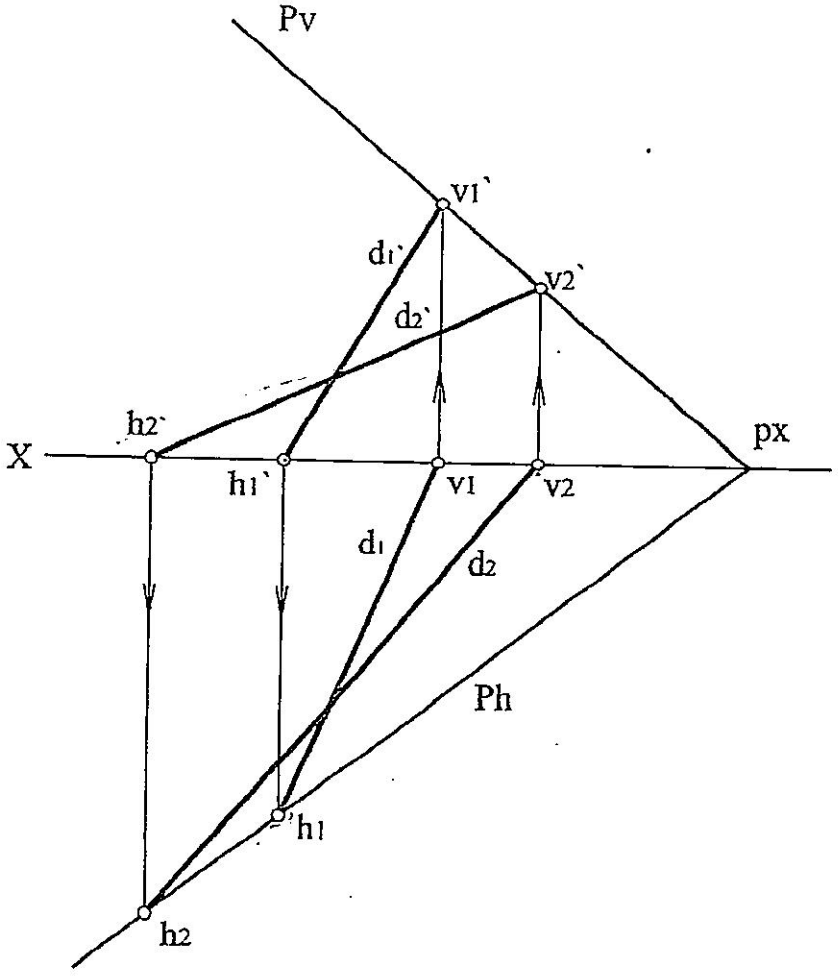
الشكل (٤-١٥)



الشكل (٤-١٦)

٤-٧. تعيين أثري مستوٍ معين بمستقيمين متقاطعين :

ليكن لدينا المستوي P المعين بالمستقيمين المتقاطعين D_1, D_2 . للحصول علـــى آثـــار المستوي نوجد الآثار الأفقية (h_1 , h_1') و (h_2 , h_2') للمستقيمين المفروضين كما نوجد الآثار الجبهية لهما (v_1 , v_1') و (v_2 , v_2') ، نرسم الأثر الأفقي للمستوي P_h بحيث يمر من h_1, h_2 كما نرسم الأثر الجبهي للمستوي P_v بحيث يمر من v_2' , v_1' ، يتقاطع الأثران السابقان في النقطة P_X الواقعة على خط الأرض (الشكل ٤-١٧) .



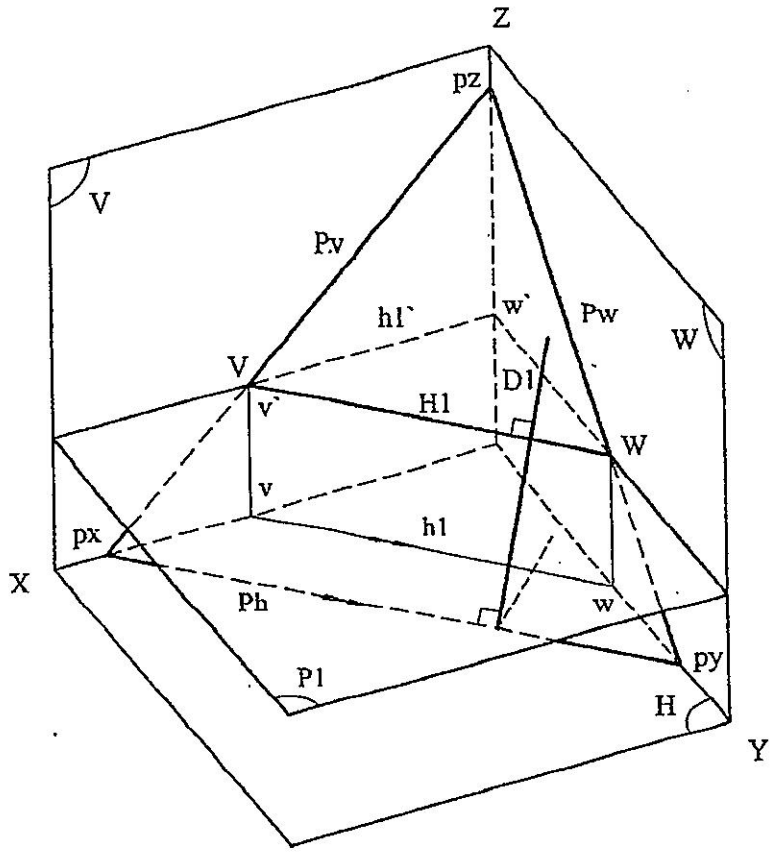
الشكل (٤-١٧)

المستقيمات الرئيسية في المستوي :

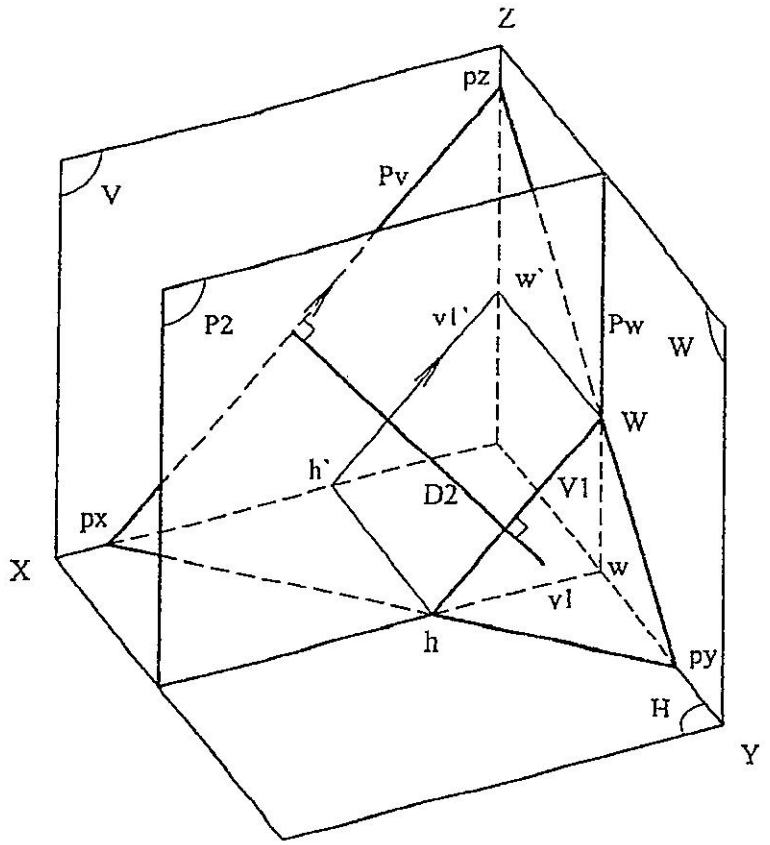
يوجد في المستوي نوعين من المستقيمات الرئيسية ، الأولى تكون موازية لأحد مستويي الإسقاط وتسمى أفقيات وجبهيات المستوي ، والثانية مستقيمات الميل الأعظم الأفقية والجبهية .

٤-٨ . أفقيات وجبهيات المستوي :

تنتج أفقيات المستوي عن قطع المستوي الكيفي P بمجموعة من المستويات الأفقية ، كما تنتج جبهيات المستوي عن قطع المستوي P بمجموعة من المستويات الجبهية كما هو موضح في الأشكال (٤-١٨ و ٤-١٩) .



الشكل(٤-١٨)



الشكل (٤-١٩)

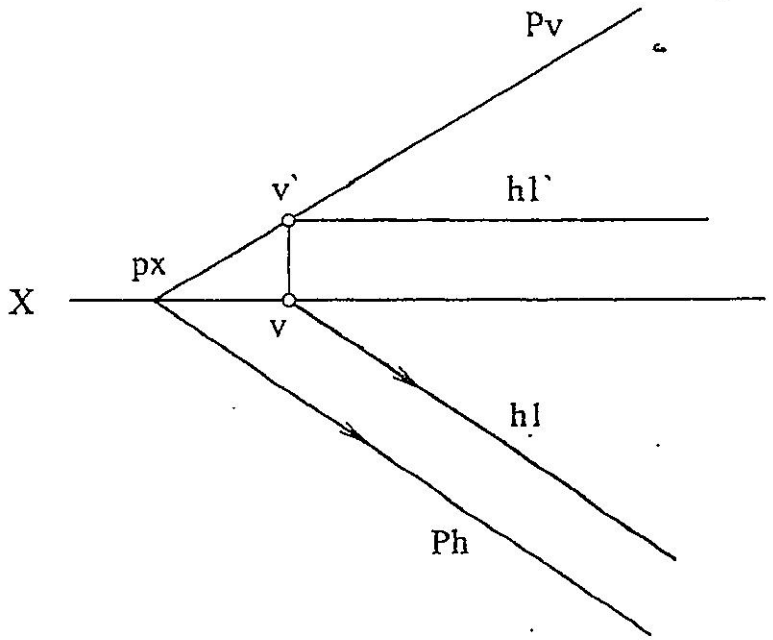
نلاحـظ أن تقـاطع المستوي الأفقي P_1 مع المستوي الكيفي P ينتج عنه مستقيم أفقي وليكن H_1 وهو من أفقيات المستوي P ومن خواصه :

١- المسـقط الأفقي h_1 يوازي الأثر الأفقي P_h ويتقاطع مع خط الأرض بالنقطة v .

٢- المسـقط الجبهي $h_1`$ يوازي خط الأرض ويتقاطع مع الأثر الجبهي $P_v$ بالنقطة v` .

٣- أفقيات المستوي متوازية فيما بينها .

ويوضح الشكل (٤-٢٠) مخطط المستقيم H_1 .



الشكل (٤-٢٠)

نلاحظ أن تقاطع المستوي الجبهي P_2 مع المستوي الكيفي P ينتج عنه مستقيم جبهي وليكن V_1 وهو من جبهيات المستوي P ومن خواصه :

١- المسقط الجبهي $v_1`$ يوازي الأثر الجبهي $P_v$ ويتقاطع مع خط الأرض بالنقطة h` .

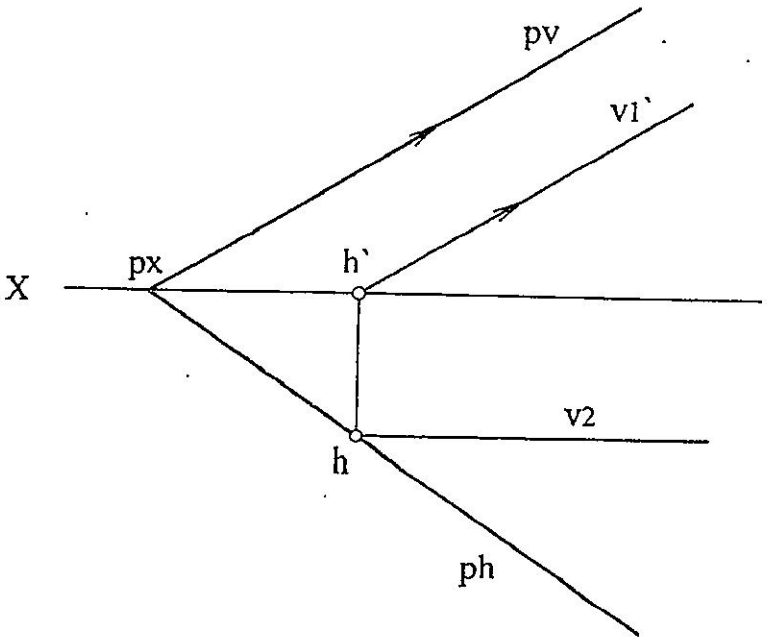
٢- المسقط الأفقي v_1 يوازي خط الأرض ويتقاطع مع الأثر الأفقي P_h بالنقطة h .

٣- جبهيات المستوي متوازية فيما بينها . ويوازي الأثر الجبهي للمستوى مع العلم أن الأثر الجبهي هو أحد جبهيات المستوى

ويوضح الشكل (٤-٢١) مخطط المستقيم V_1 .

٤-٩. مستقيمات الميل الأعظم :

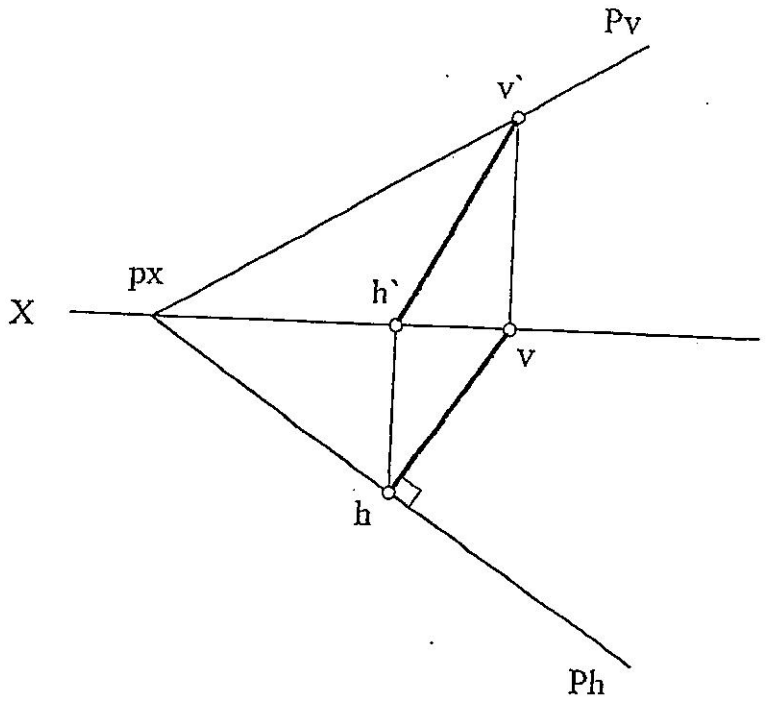
وهي مستقيمات تقع في المستوي وتكون عمودية على أحد مستقيماته الرئيسية ، ونميز نوعين :



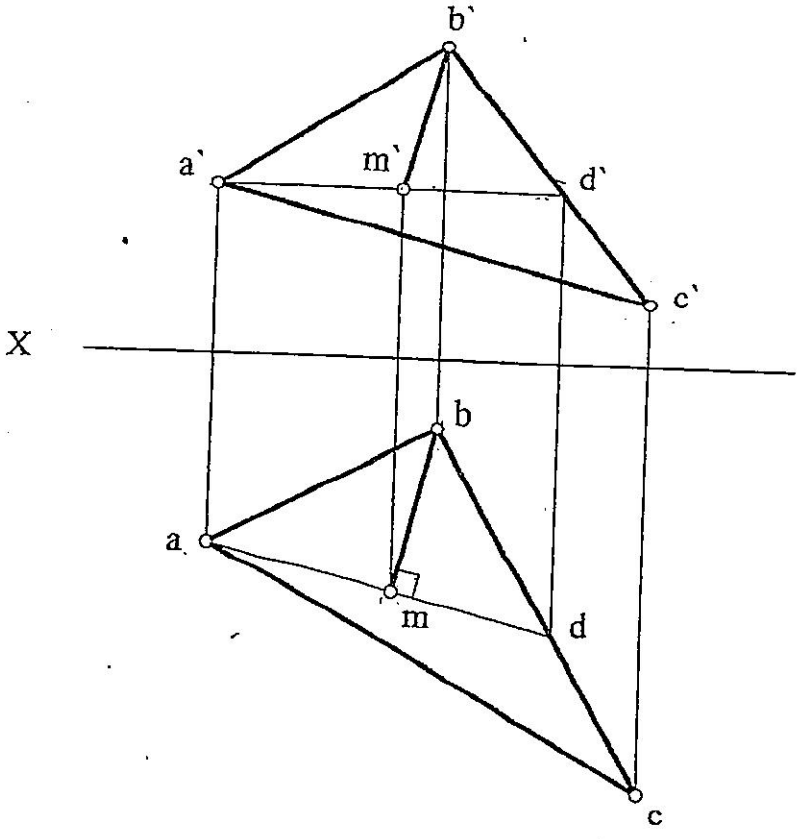
الشكل (٤-٢١)

١-**مســـتقيمات الميل الأعظم الأفقية : وهي مستقيمات تقع في المستوي** وتكون عمودية على أفقيات المستوي كما في **الأشكال** (٤-٢٢ و ٤-٢٣) . فإذا كان المستقيم H_1 هو أحد أفقيات المستوي فمستقيم **الميل الأعظم الأفقي** D_1 له الخصائص التالية :

- المسقط الأفقي d_1 يكون عموديا على h_1 .
- المسقط الأفقي d_1 يكون عمودياً على الأثر الأفقي للمستوي P_h .
- إذا علـــم مســـتقيم مـــيل أعظم أفقي لمستوٍ ما فيمكن تعيين أثري هذا المستوي كما يمكن تعيين مستقيم أفقي يقع في هذا المستوي .
- مستقيما ت الميل الأعظم الأفقية متوازية فيما بينها .



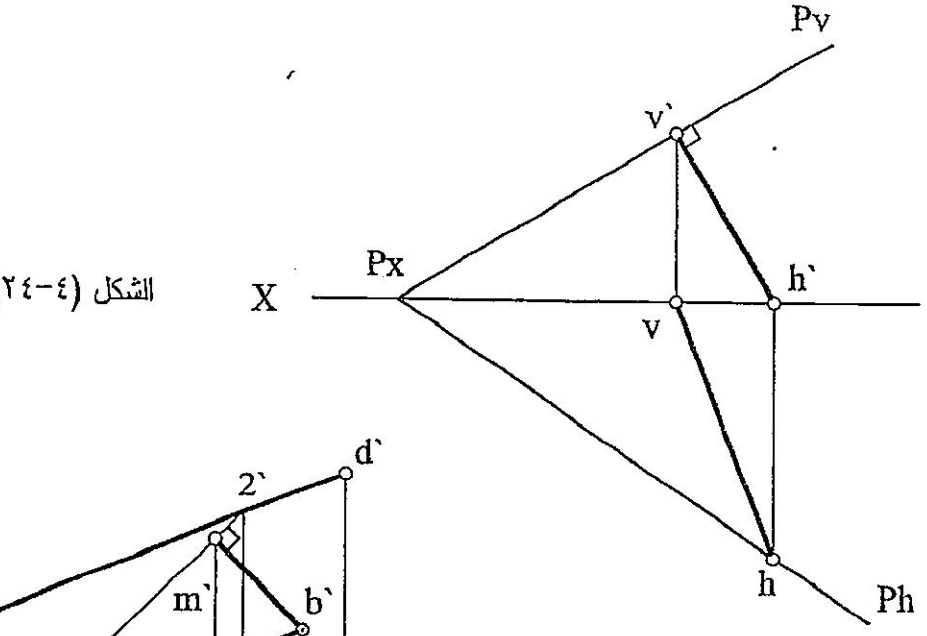
الشكل (٤-٢٢)



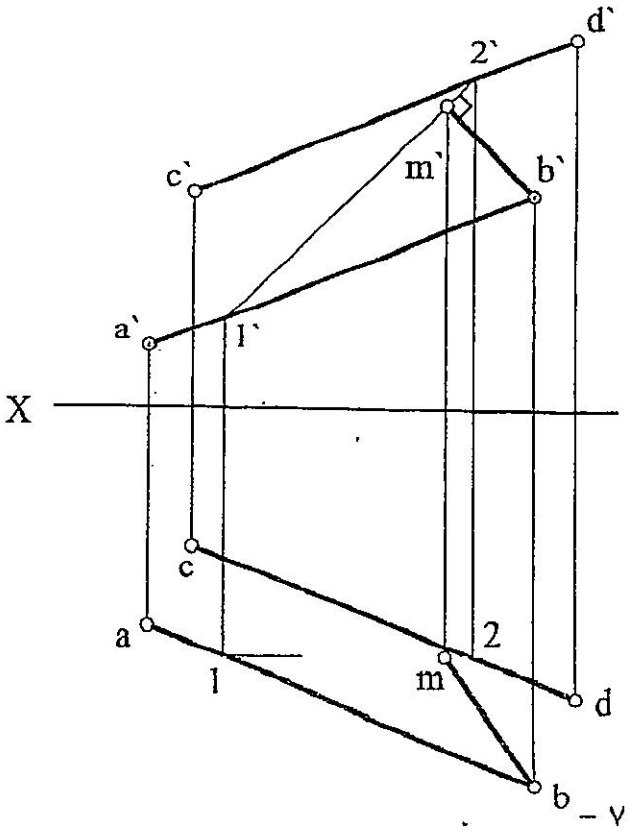
الشكل (٤-٢٣)

٢-مستقيمات الميل الأعظم الجبهية : وهي مستقيمات تقع في المستوي وتكـــون عمودية على جبهيات المستوي كما في الأشكال (٤-٢٤ و ٤-٢٥) . فـــإذا كان المستقيم V_1 هو أحد جبهيات المستوي فمستقيم الميل الأعظم الجبهي D_2 له الخصائص التالية :

- المسقط الجبهي $d_2`$ يكون عموديا على $v_1`$.
- المسقط الجبهي $d_2`$ يكون عمودياً على الأثر الجبهي للمستوي P_v .
- إذا علـــم مســـتقيم ميل أعظم جبهي لمستوٍ ما فيمكن تعيين أثري هذا المستوي كما يمكن تعيين مستقيم جبهي يقع في هذا المستوي .
- مستقيما ت الميل الأعظم الجبهية متوازية فيما بينها .



الشكل (٤-٢٤)



الشكل (٤-٢٥)

٤-١٠. زوايا ميل المستوي عن مستويات الإسقاط :

إن الزاوية α_1 التي يصنعها مستقيم الميل الأعظم الأفقي مع مستوي الإسقاط الأفقي هي زاوية ميل المستوي عن المستوي الأفقي ، كما أن الزاوية β_1 التي يصنعها مستقيم الميل الأعظم الجبهي مع مستوي الإسقاط الجبهي هي زاوية ميل المستوي مع المستوي الجبهي .

٤-١١. طريقة إنشاء مستقيم ميل أعظم في مستوٍ:

١- المستوي معين بأثريه :

نرسم مستقيم الميل الأعظم الأفقي بحيث يكون مسقطه الأفقي عمودياً على الأثر الأفقي للمستوي P_h (الشكل ٤-٢٢) ، ونرسم مستقيم الميل الأعظم الجبهي بحيث يكون مسقطه الجبهي عمودياً على الأثر الجبهي للمستوي P_v (الشكل ٤-٢٤) .

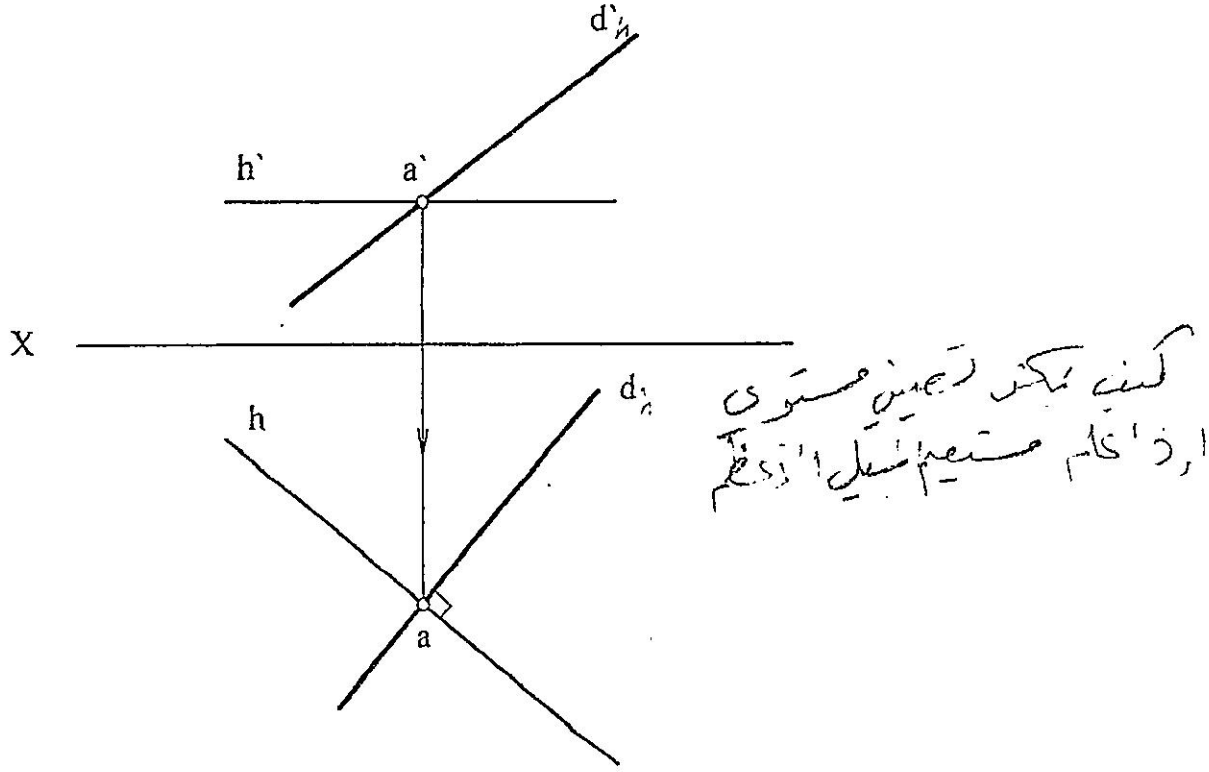
٢- المستوي معين بمستقيمين متقاطعين :

لرسم مستقيم ميل أعظم أفقي نرسم أحد أفقيات المستوي المفروض ثم نرسم مستقيم الميل الأعظم الأفقي بحيث يكون مسقطه الأفقي عمودياً على المسقط الأفقي للمستقيم السابق (الشكل ٤-٢٣) ، ولرسم مستقيم ميل أعظم جبهي نرسم أحد جبهيات المستوي المفروض ثم نرسم مستقيم الميل الأعظم الجبهي بحيث يكون مسقطه الجبهي عمودياً على المسقط الجبهي للمستقيم السابق (الشكل ٤-٢٥) .

٤-١٢. تعيين المستوي بمستقيم ميله الأعظم :

بفرض لدينا المستقيم D والمطلوب إنشاء المستوي P بحيث يكون المستقيم D هو مستقيم ميل أعظم أفقي في هذا المستوي . نأخذ نقطة من المستقيم D مثل النقطة A ونرسم منها مستقيم أفقي H بحيث يمر مسقطه الجبهي h' من a' ويوازي خط الأرض أما مسقطه الأفقي h فيكون عمودياً على d في النقطة a ، وبالتالي فالمستوي المعين بالمستقيمين المتقاطعين H , D يشكل المستوي المطلوب (الشكل ٤-٢٦) ، وبالطريقة ذاتها نستطيع تعيين

المســـتوي Q بحيـــث يكون المستقيم D يمثل مستقيم ميل أعظم جبهي في هذا المستوي .



الشكل (٤-٢٦)

٤-١٣. حذف خط الأرض :

يمكـــن زلق خط الأرض في حالة تداخل المساقط والأشكال دون أن يؤثر ذلك على هذه المساقط وفي هذه الحالة قد تتغير الرواقم والابتعادات فقط .

فـــي بعـــض مسائل الهندسة الوصفية لا يدخل خط الأرض في الحل إلا باستقامته التي هي عمودية على خطوط التناظر (إنشاء مستقيم في مستوٍ معين بمســـتقيمين متقاطعيـــن) لذا يمكن حذفه ، ولكن في بعض الحالات نحتاج خط الأرض في إيجاد آثار المستقيمات والمستويات لذلك لا يمكن حذفه .

فـــي الرســـم الهندســـي لا يرسم خط الأرض ولكن يجب المحافظة على وضعية خطوط التناظر .

الفصل الخامس

الأوضاع المشتركة للمستقيمات والمستويات

وفق طريقة مونج

٥-١. مقدمة :

يكون المستقيم والمستوي بإحدى الحالات التالية :

- منطبقين إذا اشترك المستقيم مع المستوي بنقطتين .
- متقاطعين إذا اشترك المستقيم مع المستوي بنقطة واحدة .
- متوازيين إذا لم يشترك المستقيم مع المستوي بأي نقطة .

وقد يكون المستقيم إما مائلاً عن المستوي بزاوية ما أو عمودياً على المستوي .

كما أن المستويين في الفراغ قد يكونان منطبقين أو متوازيين أو متقاطعين وقد تكون الزاوية بينهما حادة أو قائمة وعندها يكون المستويان متعامدين .

المستقيمات والمستويات المتوازية

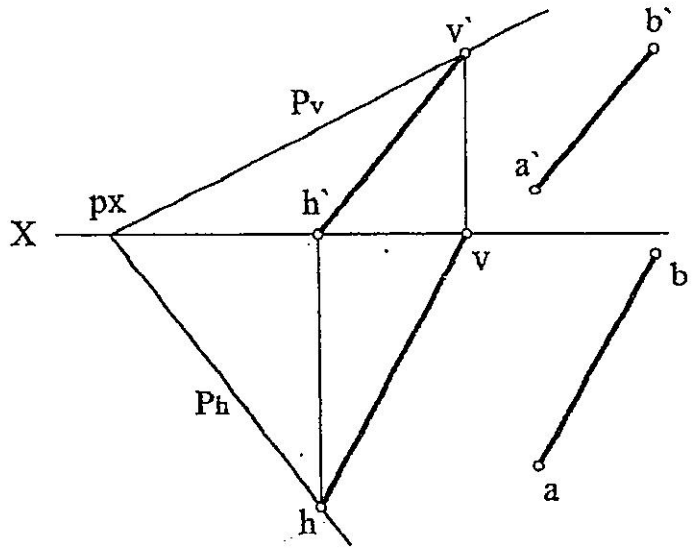
٥-٢. توازي مستقيم مع مستوي :

لكي يوازي مستقيم مستوٍ ما يكفي أن يوازي أحد المستقيمات الواقعة في هذا المستوي .

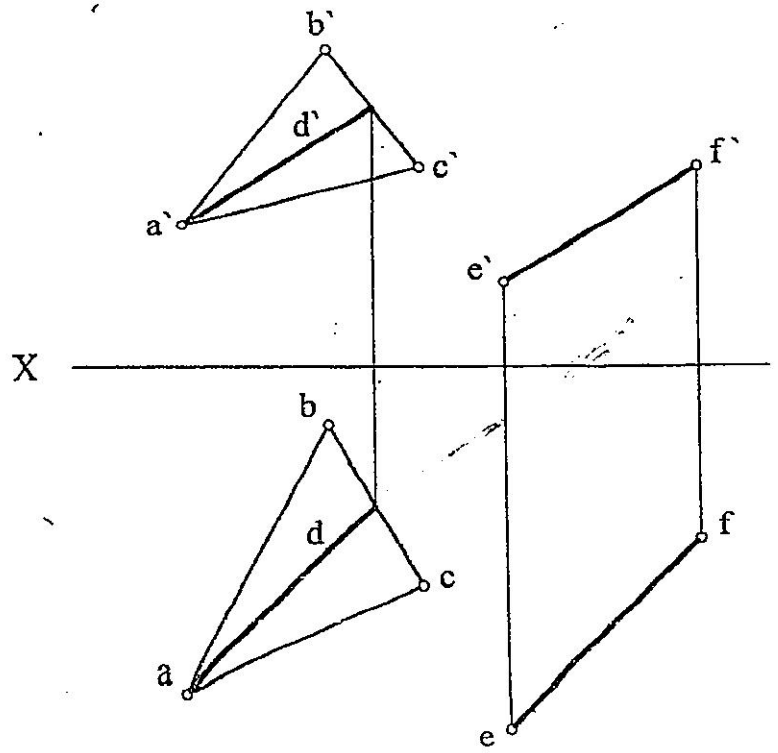
فمثلاً المستقيم AB (الشكل ٥-١) يوازي المستوي P المعين بأثريه لأنه يوازي المستقيم HV الواقع في هذا المستوي حيث أن ab يوازي vh وكذلك a´b´ يوازي v´h´ . وكذلك فإن المستقيم EF يوازي مستوي المثلث ABC لأنه يوازي المستقيم D الواقع في هذا المستوي (الشكل ٥-٢) .

٥-٣. توازي مستويين :

لكي يتوازى مستويان يكفي أن يتوازى مستقيمان متقاطعان من الأول مع مستقيمين متقاطعين من الثاني (الشكل ٥-٣) ، وبالتالي إذا توازى أثران لمستوٍ مع الأثرين من نفس الاسم لمستوٍ آخر يكون المستويان متوازيين ، والعكس صحيح فإذا توازى مستويان يكون أثراهما من نفس الاسم متوازيان (الشكل ٥-٤) ، لأنه إذا قطعنا مستويين متوازيين بمستوٍ ثالث فالفصلان المشتركان الناتجان متوازيان .



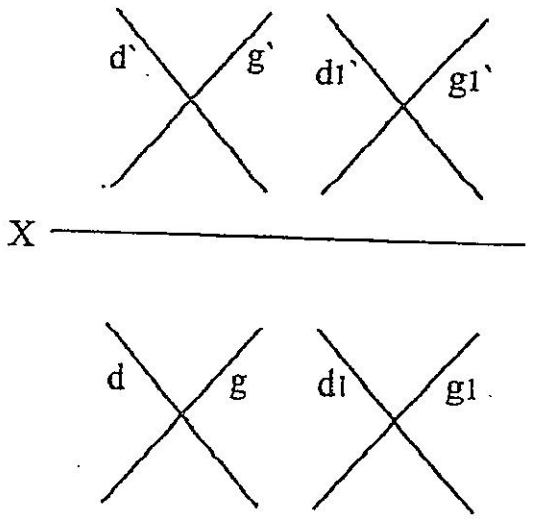
الشكل (٥-١)



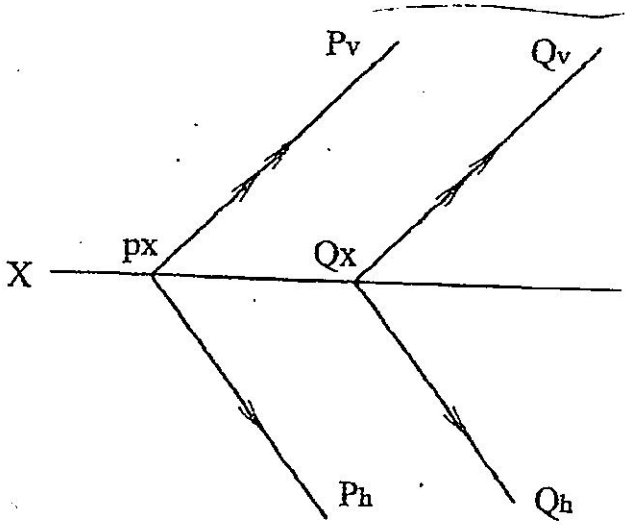
الشكل (٥-٢)

وبالتالـــي أفقـــيات المســـتويات المـــتوازية متوازية فيما بينها وجبهيات المستويات المتوازية متوازية فيما بينها أيضاً .

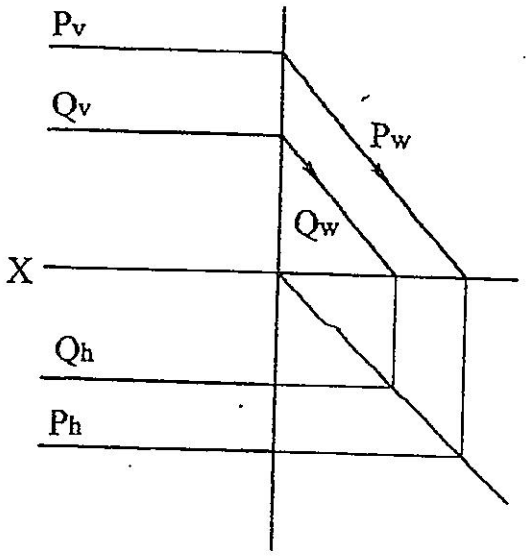
وفـــي الحالـــة الخاصة التي يكون فيها المستويان موازيين لخط الأرض فيشـــترط لتوازيهما أن يكون أثراهما الجنبيان متوازيين (الشكل ٥-٥) ، وإلا فهما غير متوازيين (الشكل ٥-٦) .



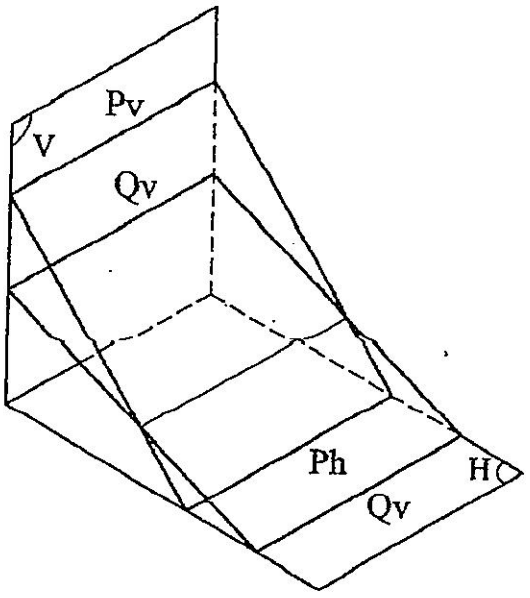
الشكل (٥-٣)



الشكل (٥-٤)

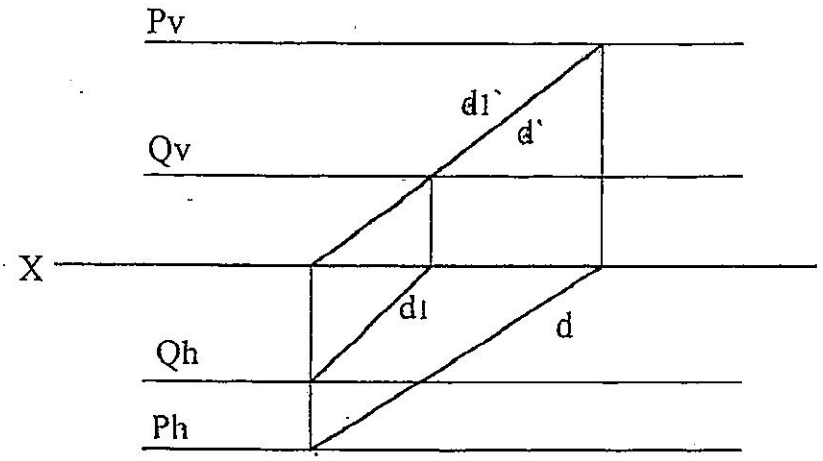


الشكل (٥-٥)



الشكل (٥-٦)

هناك طريقة أخرى لمعرفة وضع مستويين موازيين لخط الأرض ، حيث نرسم في المسقط الجبهي مستقيماً وليكن d´ ونعتبره مسقطاً جبهياً لمستقيم من المستوي الأول ونعين مسقطه الأفقي d ، ثم نعتبر d´ مسقطاً جبهياً لمستقيم واقع في المستوي الثاني ونعين مسقطه الأفقي d_1 ، فإذا كان $d // d_1$ فالمستويان متوازيان وإلا فهما غير متوازيين (الشكل ٥-٧) .



الشكل (٥-٧)

المستقيمات والمستويات المتقاطعة

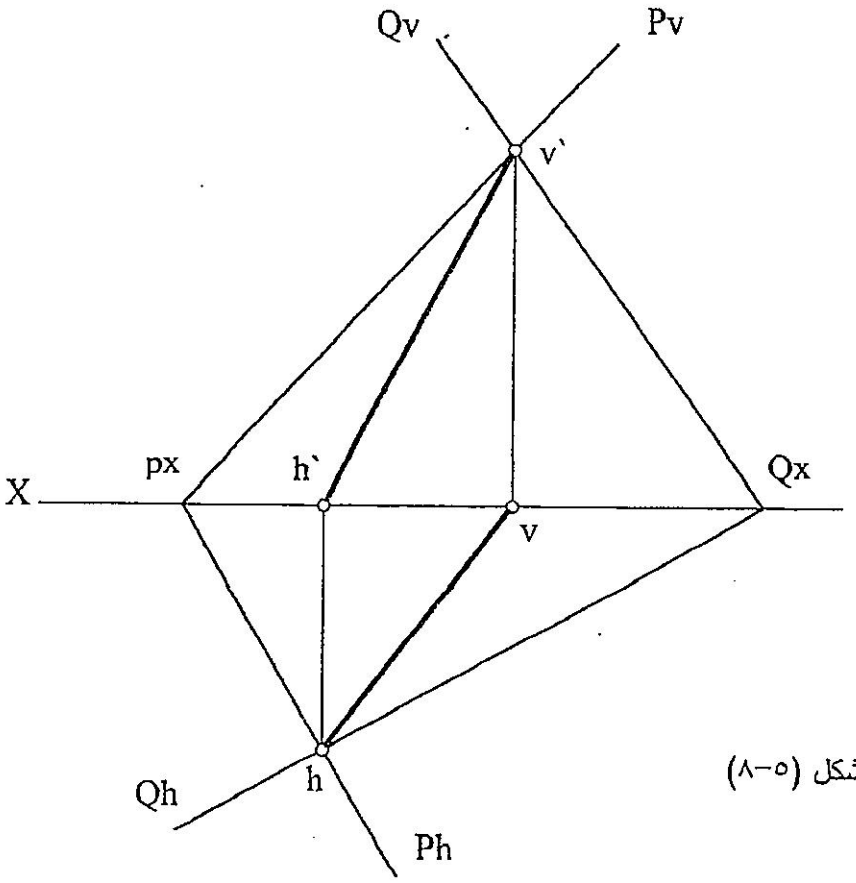
٥-٤. تقاطع المستويات المعينة بآثارها :

يتعين الفصل المشترك للمستويين المتقاطعين بإحدى الطرق التالية :

١- إن النقاط التي تنتج عن تقاطع آثار المستويين من نفس الاسم هي نقاط من الفصل المشترك للمستويين (الشكل ٥-٨) .

٢- نقطع المستويين المفروضين بمستوٍ مساعد أفقي أو جبهي ونعين نقطة تقاطع المستقيمين الناتجين فنحصل على نقطة من الفصل المشترك وبنفس الطريقة نحصل على نقطة ثانية .

٣- نأخذ في أحد المستويين المفروضين مستقيماً ما ونعين نقطة تقاطعه مع المستوي الآخر فنحصل على نقطة من الفصل المشترك ، وبالطريقة ذاتها نحصل على نقطة ثانية .



الشكل (٥-٨)

٥-٥. حالات خاصة لإيجاد الفصل المشترك لمستويين معينين بآثارهما :

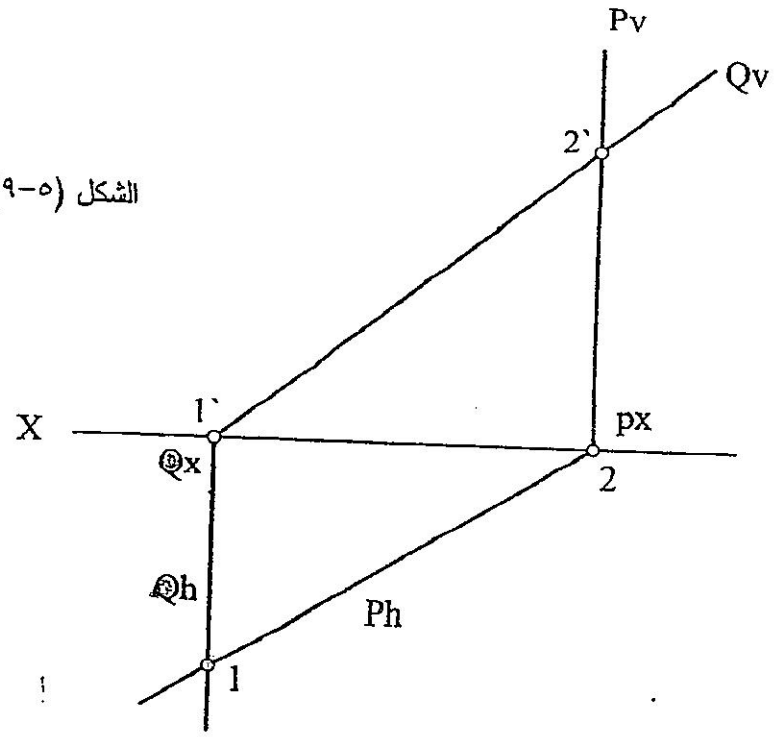
١- الفصل المشترك لمستويين أحدهما شاقولي والآخر أمامي مسقطه الأفقي 12 ينطبق على P_h لأنه يقع في هذا المستوي ، ومسقطه الجبهي $1'2'$ ينطبق على Q_v لأنه يقع في هذا المستوي (الأشكال ٥-٩ و ٥-١٠) .

٢- الفصل المشترك لمستويين شاقوليين هو مستقيم شاقولي كما هو مبين في الأشكال (٥-١١ و ٥-١٢) .

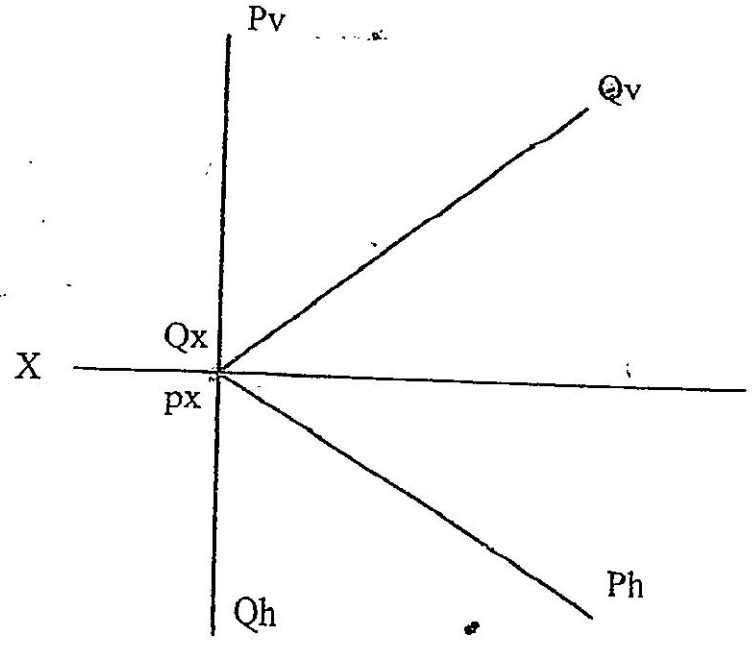
٣- الفصل المشترك لمستويين أماميين هو مستقيم أمامي كما هو مبين في الأشكال (٥-١٣ و ٥-١٤) .

٤- الفصل المشترك لمستويين أحدهما أفقي Q والآخر كيفي P هو عبارة عن مستقيم أفقي كما في الأشكال (٥-١٥ و ٥-١٦ و ٥-١٧) ، وفي حال كون المستوي P أمامي يصبح الفصل المشترك مستقيماً أمامياً (الشكل ٥-١٨) .

٥- الفصـــل المشـــترك لمستويين أحدهما جبهي Q والآخر كيفي P هو عـــبارة عن مستقيم جبهي كما في الأشكال (٥-١٩ و ٥-٢٠ و ٥-٢١) ، وفي حـــال كون المستوي P شاقولي يصبح الفصل المشترك مستقيماً شاقولياً كما هو مبين في الشكل (٥-٢٢) .

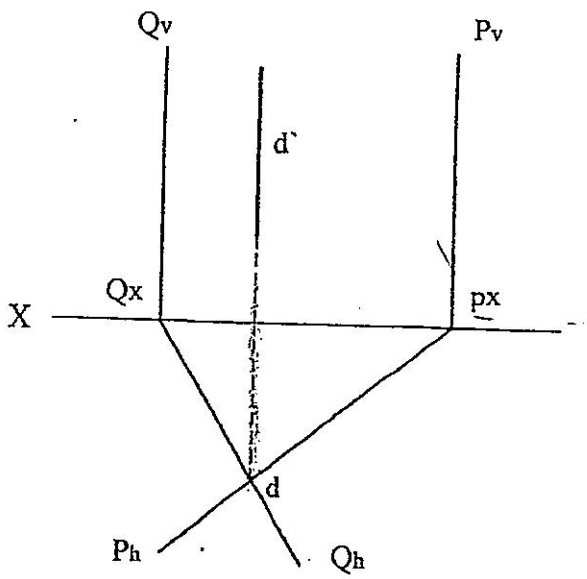


الشكل (٥-٩)

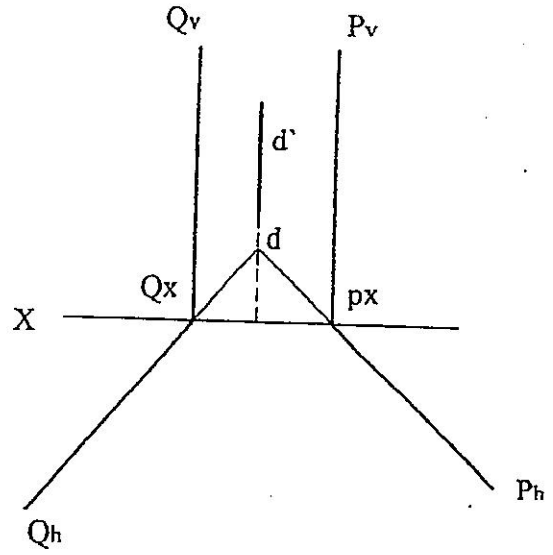


الشكل (٥-١٠)

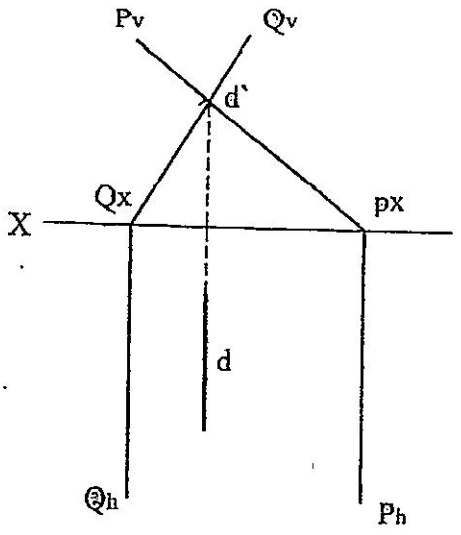
٦- الفصـــل المشـــترك لمســـتويين أحدهما أفقي Q والآخر جبهي P هو مســـتقيم مـــوازي لخط الأرض ينطبق مسقطه الأفقي على P_h وينطبق مسقطه الجبهي على Q_v .



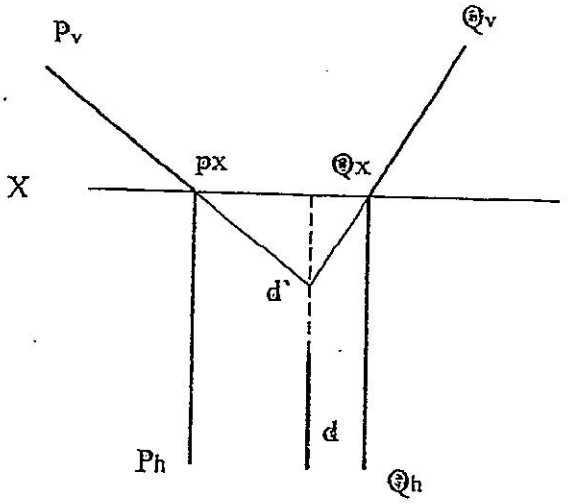
الشكل (٥-١١)



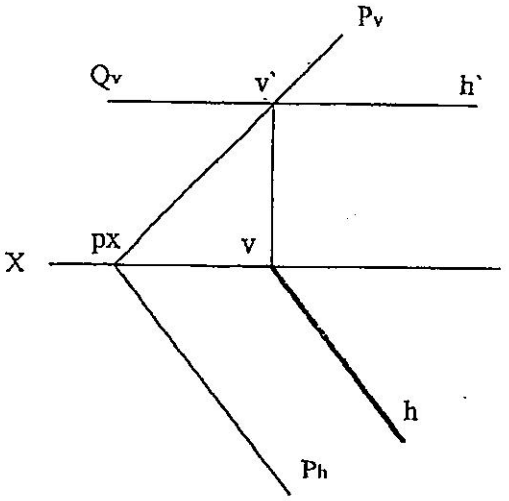
الشكل (٥-١٢)



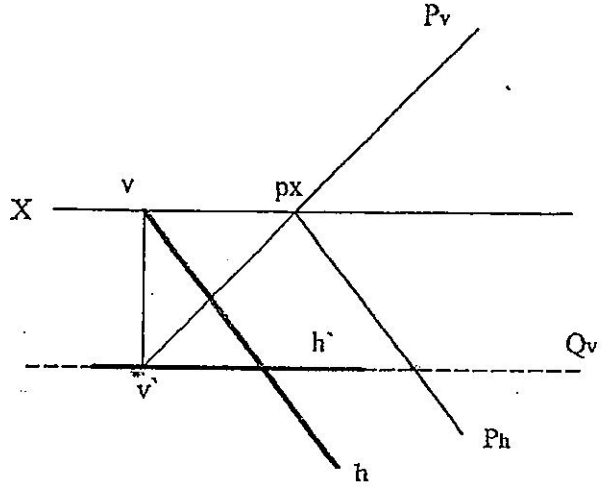
الشكل (٥-١٣)



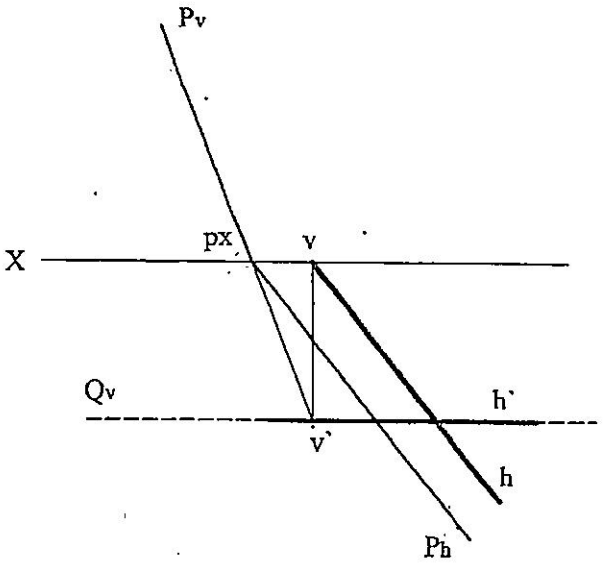
الشكل (٥-١٤)



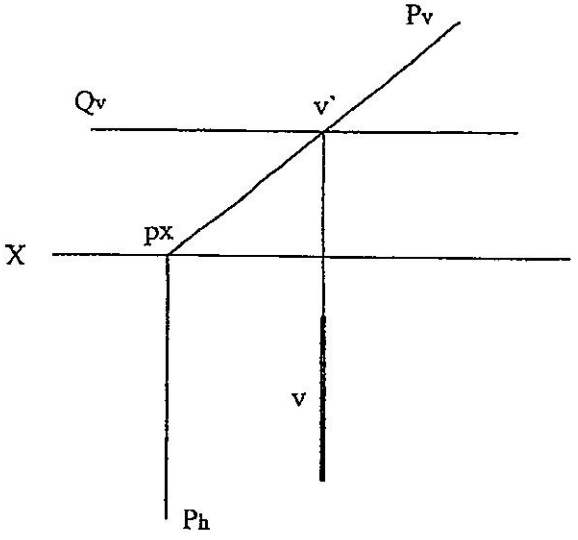
الشكل (٥-١٥)



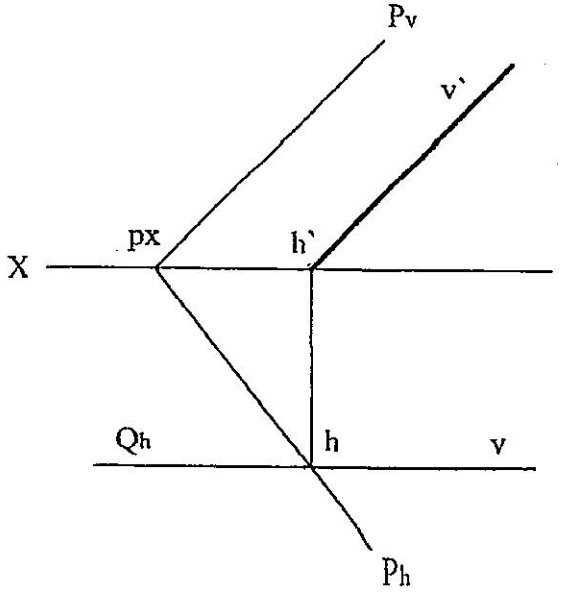
الشكل (٥-١٦)



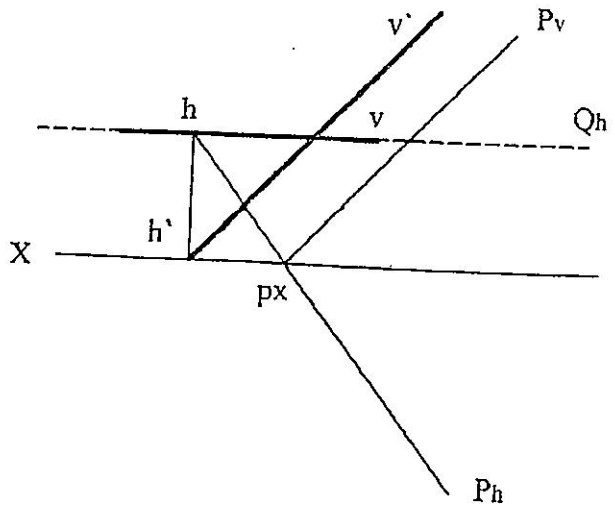
الشكل (٥-١٧)



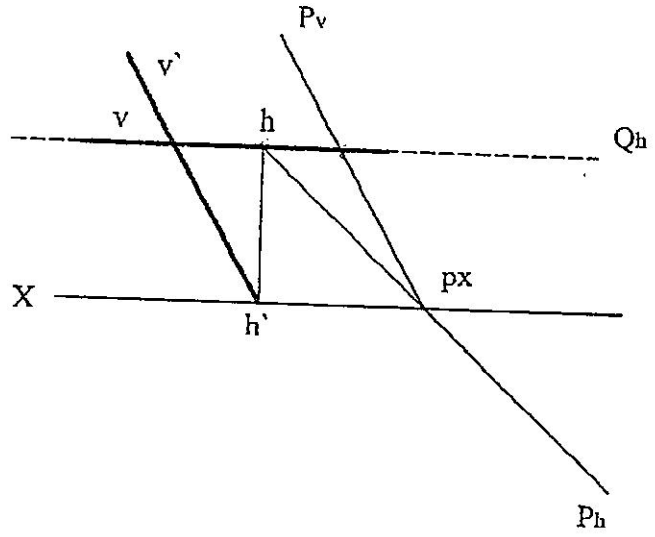
الشكل (٥-١٨)



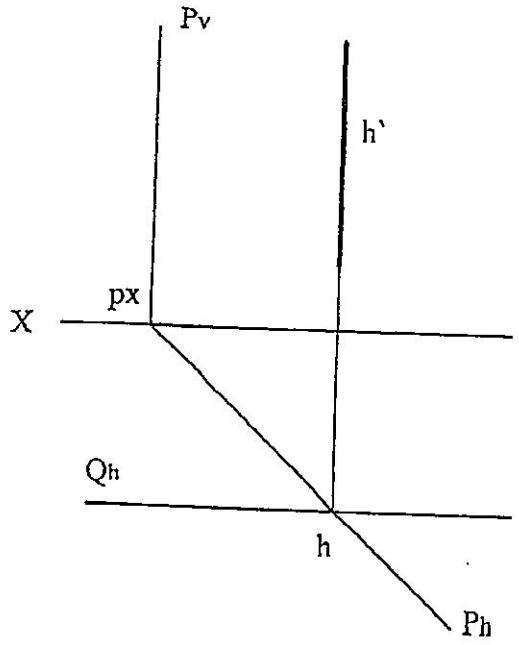
الشكل (٥-١٩)



الشكل (٥-٢٠)

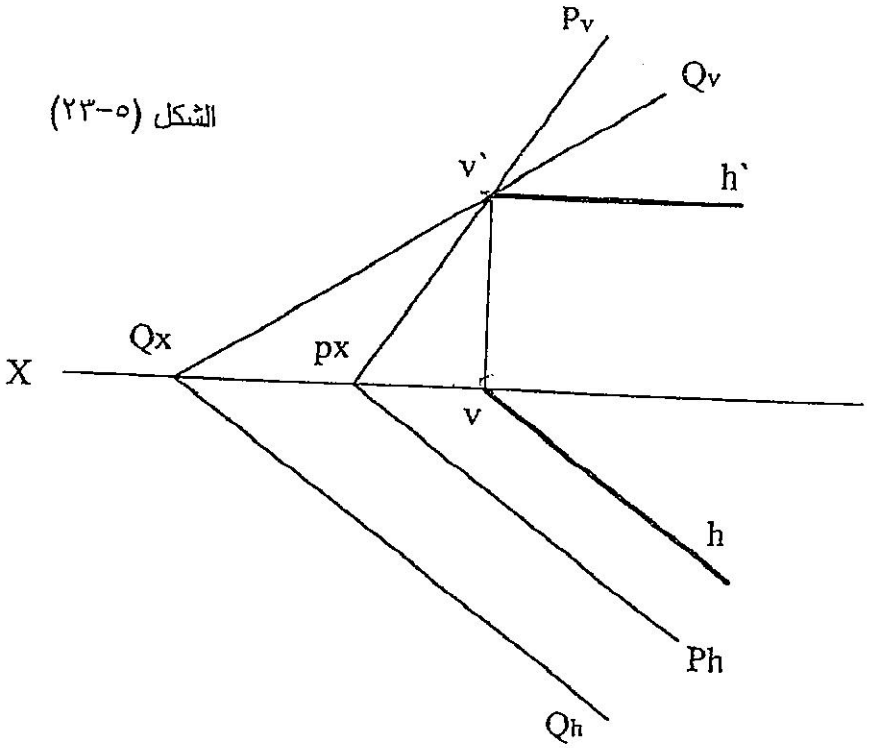


الشكل (٥-٢١)

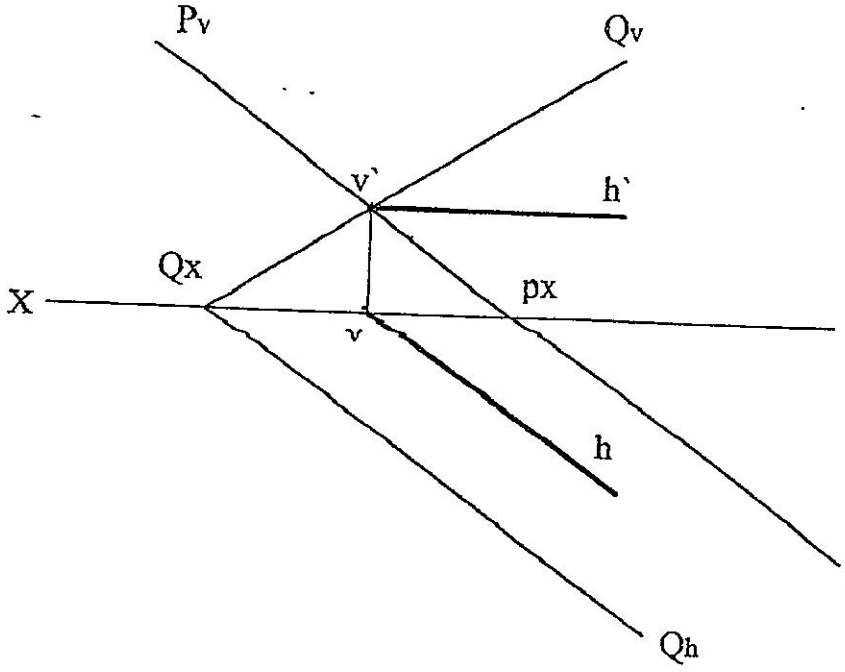


الشكل (٥-٢٢)

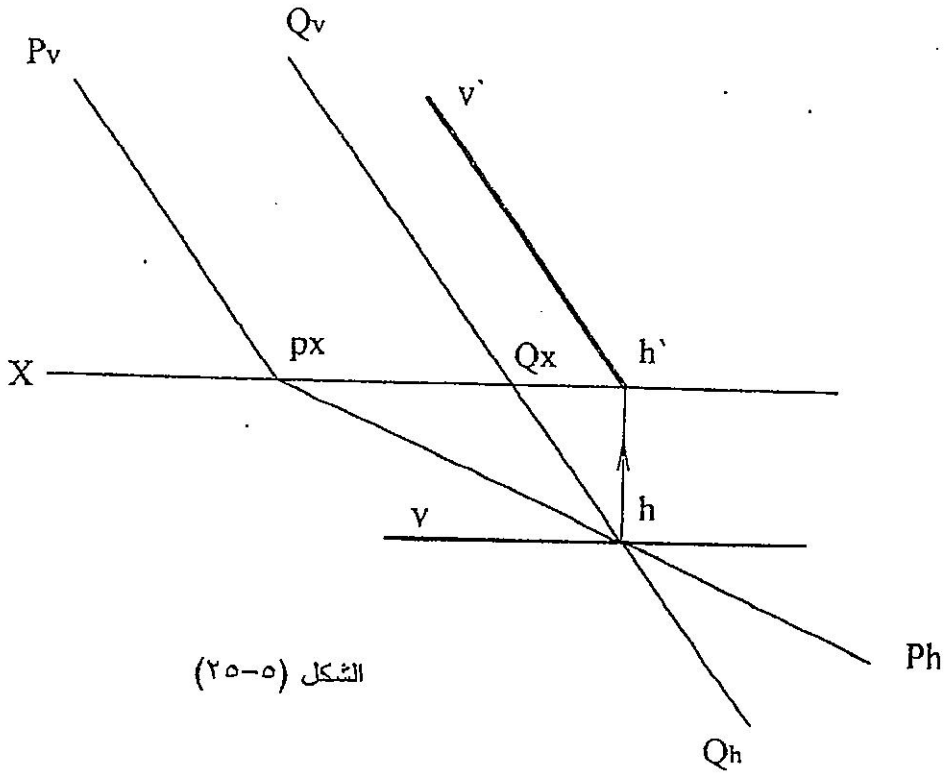
٧- إذا احـــتوى مستويان على مستقيمين متوازيين فالفصل المشترك لهما يوازي المستقيمين (الأشكال ٥-٢٣ و ٥-٢٤ و ٥-٢٥) .



الشكل (٥-٢٣)



الشكل (٥-٢٤)

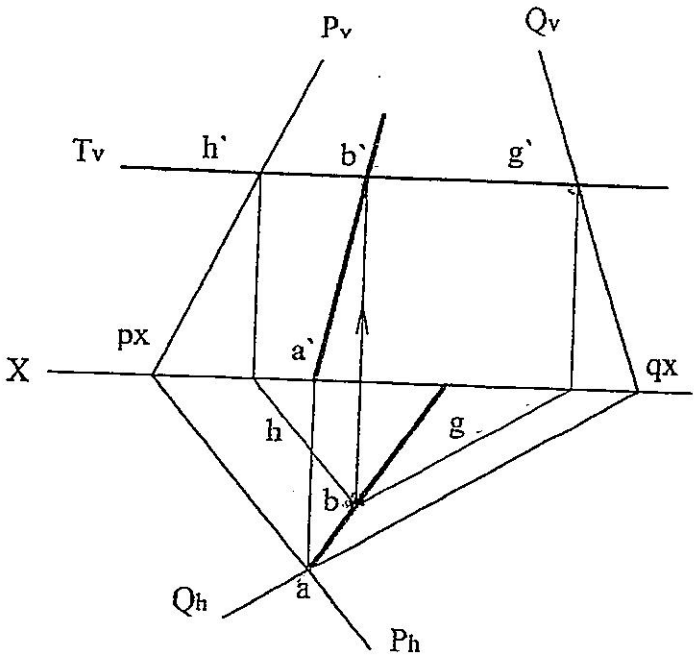


الشكل (٥-٢٥)

٨- الفصـــل المشترك لمستويين معينين بآثارهما حيث تتقاطع هذه الآثار خارج حدود المخطط :

ليكــن لدينا المستويين P و Q (الشكل ٥-٢٦) ، يتقاطع الأثران الأفقيان في النقطة a , a´ وهي تمثل نقطة من الفصل المشترك المطلوب .

يتقاطع الأثران الجبهيان خارج حدود المخطط ، لذلك لتعيين نقطة ثانية من الفصل المشترك نقطع المستويين P , Q بمستوي مساعد أفقي T فيقطع المستوي P بالمستقيم الأفقي H ويقطع المستوي Q بالمستقيم الأفقي G ، يتقاطع المستقيمان H , G بالنقطة B التي تمثل نقطة ثانية من الفصل المشترك ، وبالتالي المستقيم AB هو الفصل المشترك المطلوب .

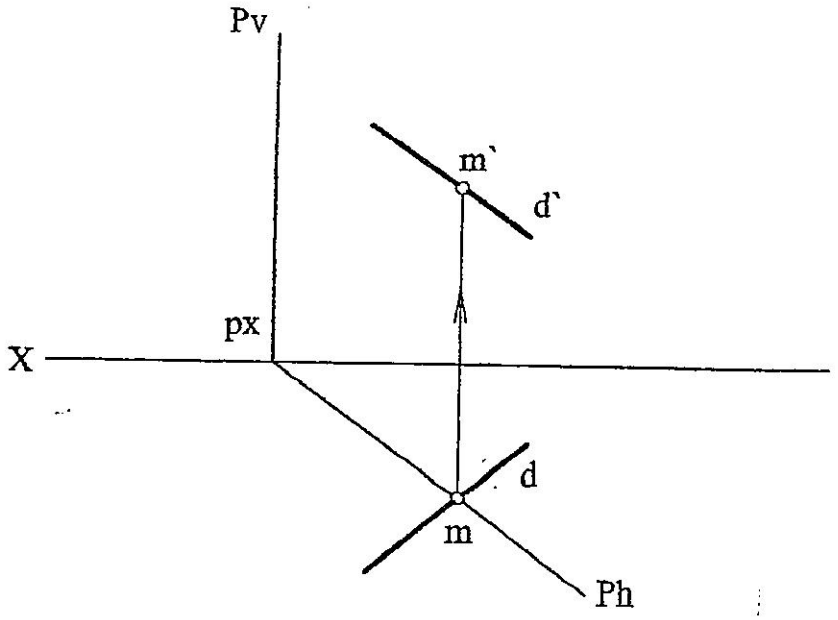


الشكل (٥-٢٦)

٥-٦. تقاطع مستقيم مع مستوي :

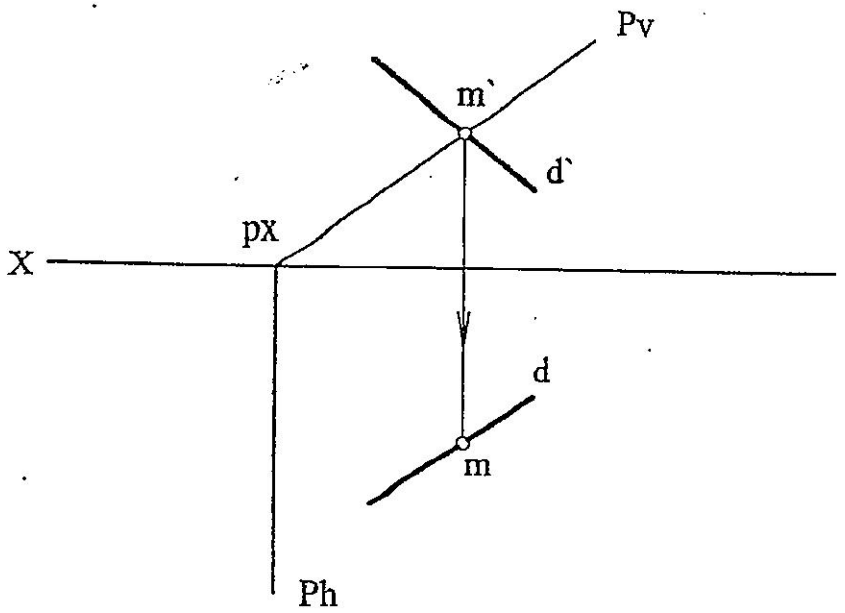
إن نقطة التقاطع هي نقطة من المستقيم والمستوي ، ويمكن الحصول على هـذه الـنقطة مباشـرة إذا كـان المستقيم عمودي على أحد مستويات الإسقاط (شاقولي – أمامي – موازي لخط الأرض) أو إذا كان المستوي عمودياً على أحـد مسـتويات الإسقاط (شاقولي – أمامي – موازي لخط الأرض – أفقي – جبهـي – جنبـي) ، وتبدأ مساقط نقطة التقاطع بالظهور اعتباراً من مستوي الإسقاط المتعامد مع المستقيم أو المستوي .

وتوضـح الأشكال من (٥-٢٧) وحتى (٥-٣٥) الحالات الخاصة لتقاطع مستقيم مع مستوي .



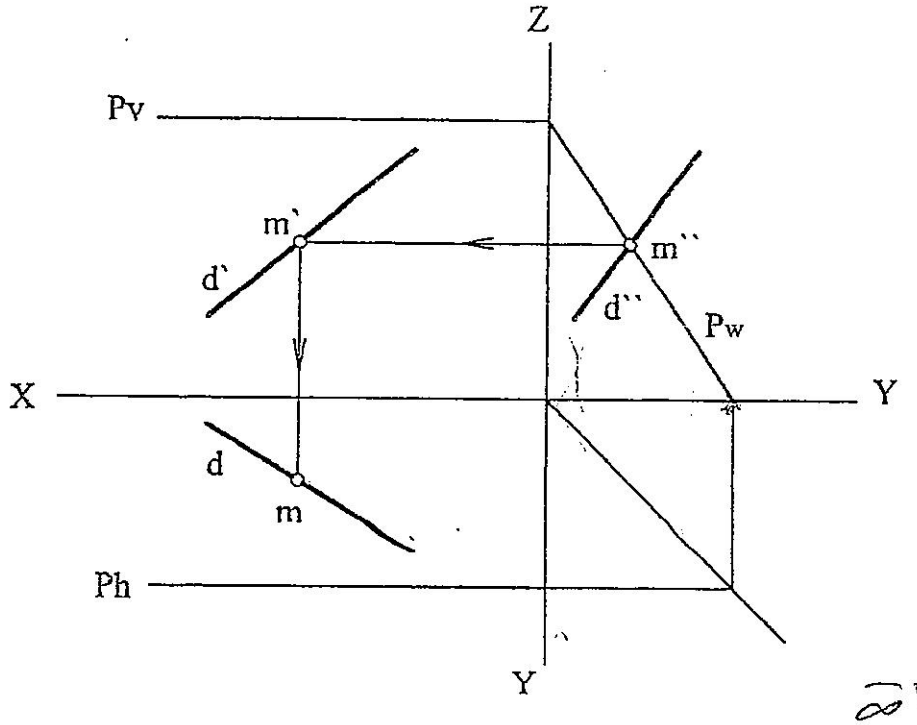
الشكل (٥-٢٧)

تقاطع مستقيم كيفي مع مستوي شاقولي



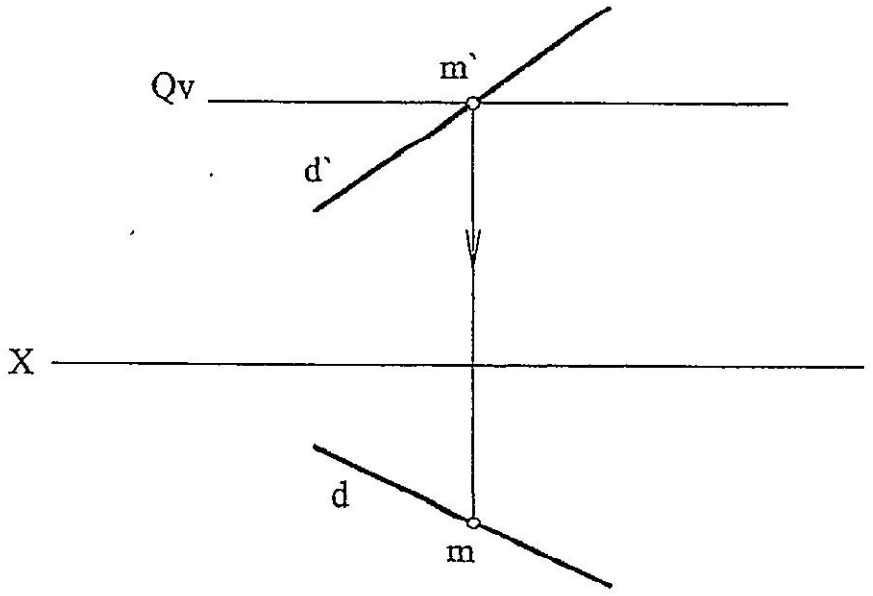
الشكل (٥-٢٨)

تقاطع مستقيم كيفي مع مستوي أمامي



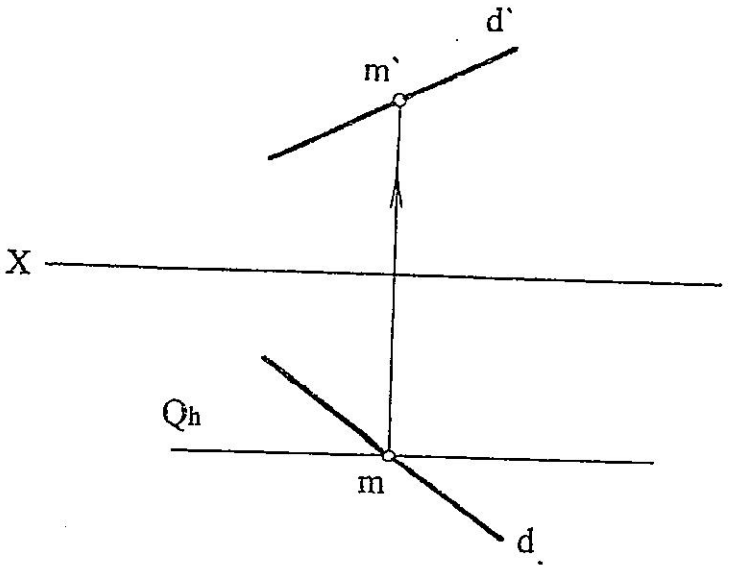
الشكل (٥-٢٩)

تقاطع مستقيم كيفي مع مستوي موازي لخط الأرض



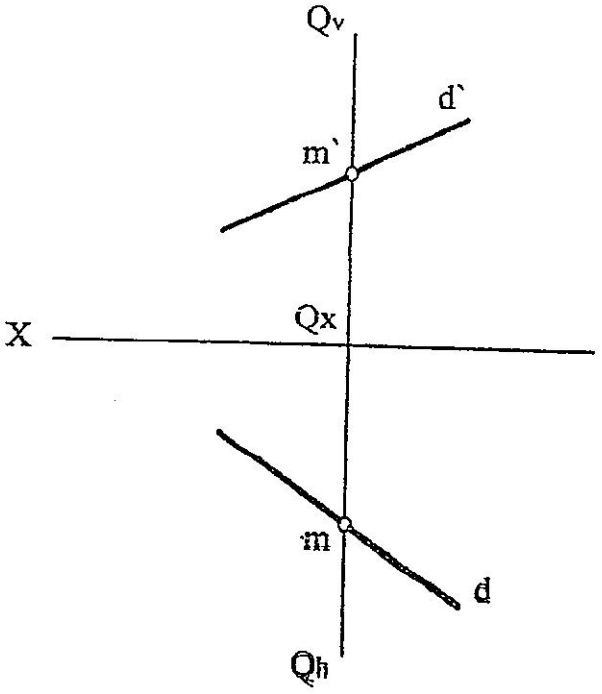
الشكل (٥-٣٠)

تقاطع مستقيم كيفي مع مستوي أفقي



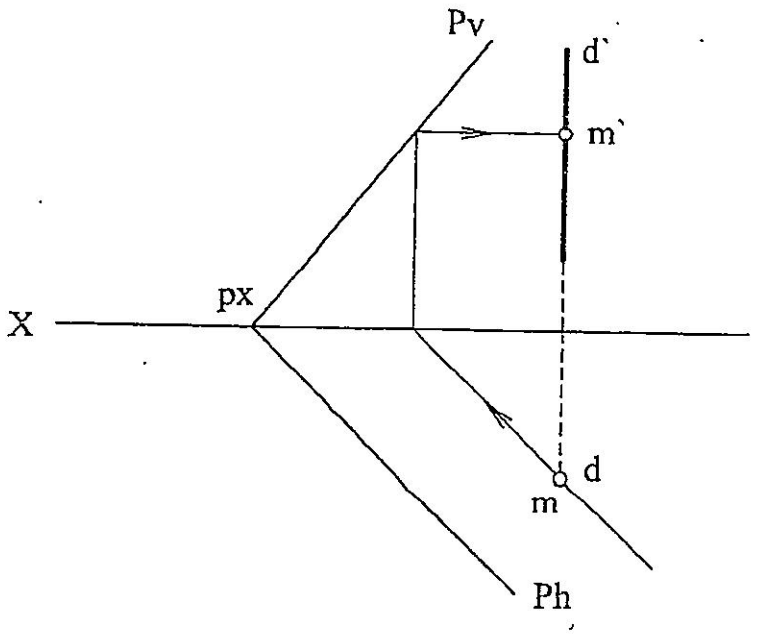
الشكل (٥-٣١)

تقاطع مستقيم كيفي مع مستوي جبهي



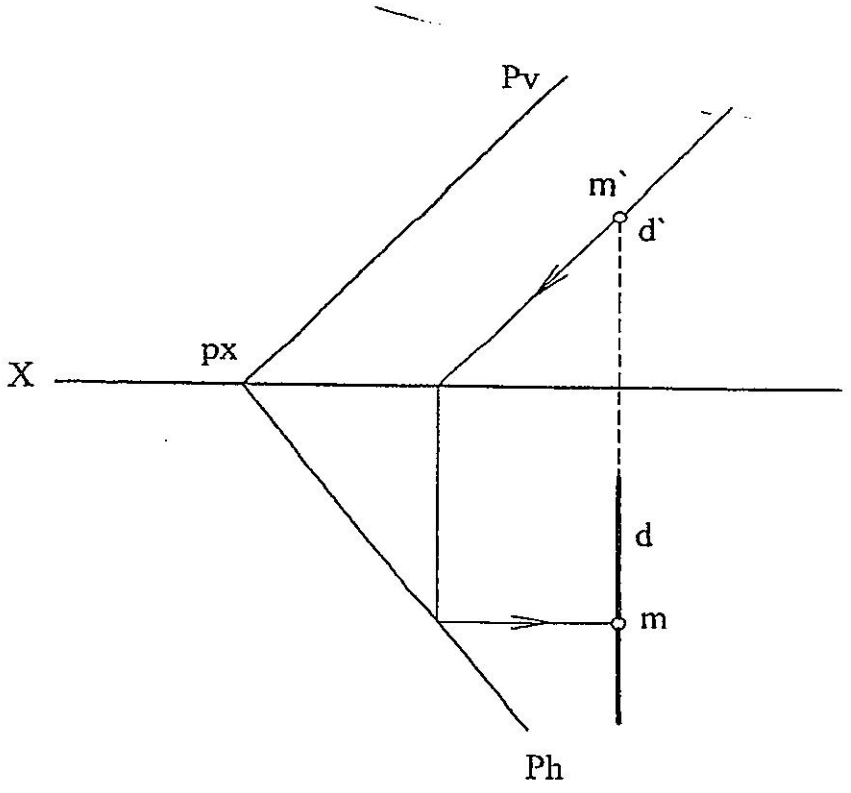
الشكل (٥=٣٢)

تقاطع مستقيم كيفي مع مستوي جانبي



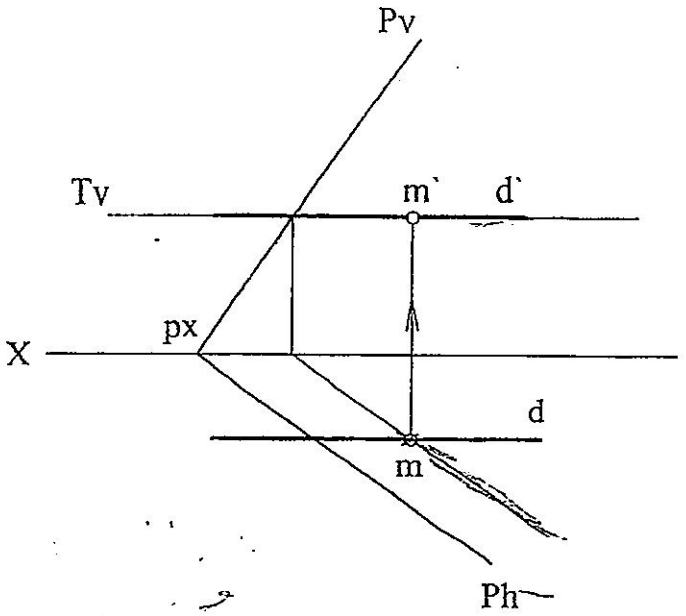
الشكل (٥-٣٣)

تقاطع مستقيم شاقولي مع مستوي كيفي



الشكل (٥-٣٤)

تقاطع مستقيم أمامي مع مستوي كيفي



الشكل (٥-٣٥)

تقاطع مستقيم موازي لخط الأرض مع مستوي كيفي

٥-٧. تقاطع مستقيم مع مستوي في الحالة العامة :

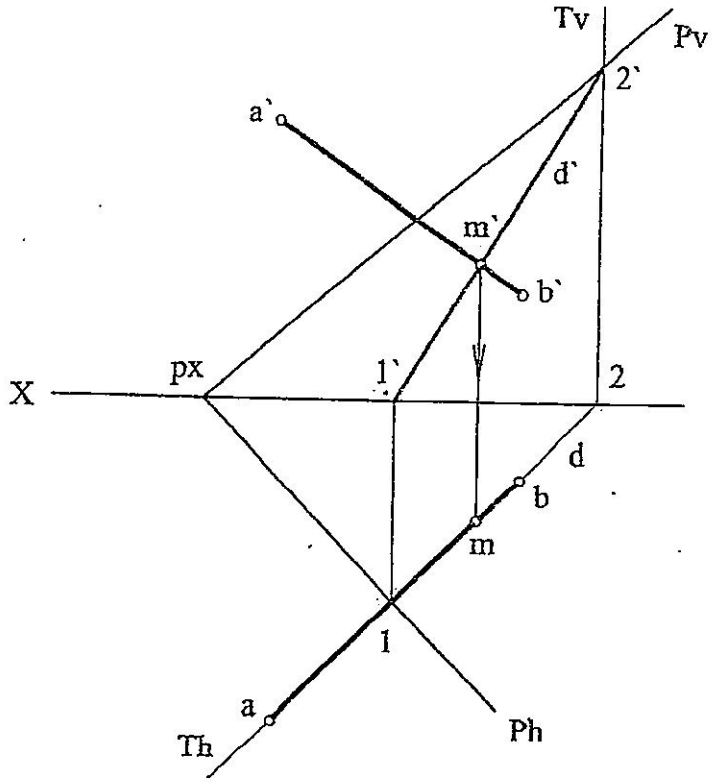
لتعيين نقطة تقاطع مستقيم مع مستوي في الحالة العامة نتبع الخطوات التالية :

١- نمرر من المستقيم المفروض مستوياً مساعداً عمودياً على أحد مستويات الإسقاط .

٢- نحدد الفصل المشترك للمستويين المساعد والمفروض .

٣- نحدد نقطة تقاطع المستقيم مع الفصل المشترك السابق فتكون هي النقطة المطلوبة .

ليكن لدينا المستقيم AB والمستوي P المعين بأثريه . لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم مع المستوي نمرر من المستقيم المستوي المساعد الشاقولي T ونعين الفصل المشترك للمستويين T , P وليكن المستقيم D ، يتقاطع الفصل المشترك السابق مع المستقيم AB بالنقطة M التي تمثل نقطة التقاطع المطلوبة (الشكل ٥-٣٦) .



الشكل (٥-٣٦)

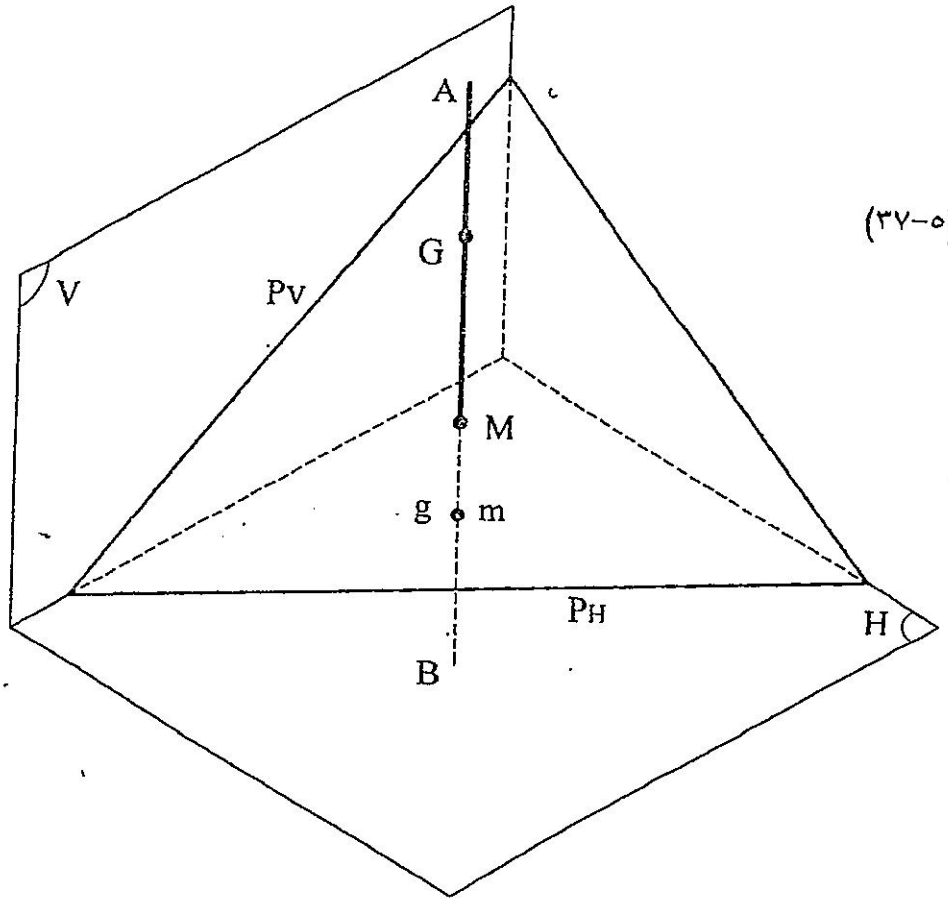
٥-٨. تعيين موضع نقطة بالنسبة لمستوي :

١- لمعرفة موضع النقطة G بالنسبة للمستوي P (G تقع فوق المستوي P أو تحـــته أو تقـــع عليه) فإننا نمرر منها المستقيم الشاقولي AB الذي يقطع المستوي P بالنقطة M ونميز الحالات التالية : (الشكل ٥-٣٧)

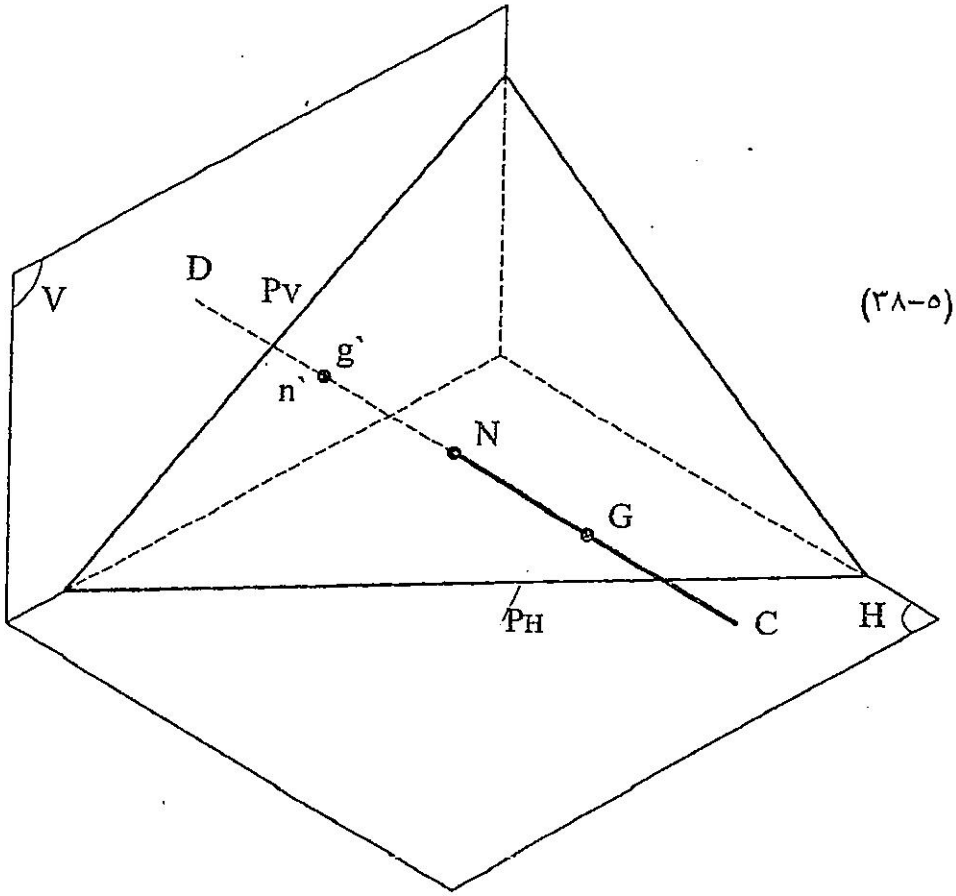
- $Z_G > Z_M$ فالنقطة G تقع فوق المستوي P ومسقطها الأفقي مرئي .
- $Z_G < Z_M$ فالنقطة G تقع تحت المستوي P ومسقطها الأفقي غير مرئي .
- $Z_G = Z_M$ فالنقطة G تقع على المستوي P وهي تنطبق على النقطة M .

٢- لمعرفة موضع النقطة G بالنسبة للمستوي P (G تقع أمام المستوي P أو خلفـــه أو تقـــع عليه) فإننا نمرر منها المستقيم الأمامي CD الذي يقطع المستوي P بالنقطة N ونميز الحالات التالية : (الشكل ٥-٣٨)

- $Y_G > Y_N$ فالنقطة G تقع أمام المستوي P ومسقطها الجبهي مرئي .



الشكل (٥-٣٧)



الشكل (٥-٣٨)

- $Y_G < Y_N$ فالنقطة G تقع خلف المستوي P ومسقطها الجبهي غير مرئي.

- $Y_G = Y_N$ فالنقطة G تقع على المستوي P وهي تنطبق على النقطة N .

٥-٩. تنقيط مستقيم بالنسبة لمستوي :

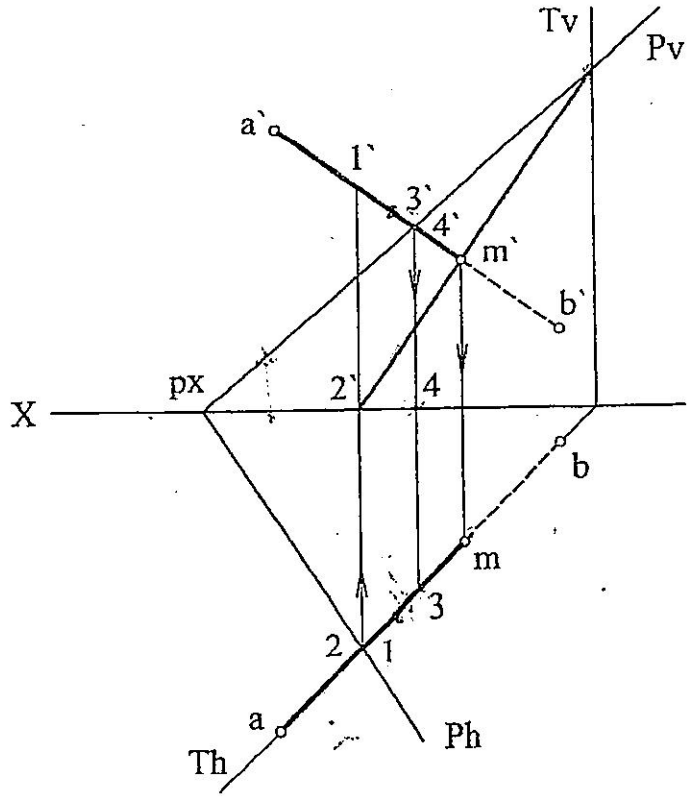
الغايــة من التنقيط هي تحديد قسم المستقيم المرئي من القسم غير المرئي بالنســبة للمســتوي المفــروض . إن نقطــة تقاطع المستقيم مع المستوي تقسم المســتقيم إلى قسَمين ، الأول يقع فوق المستوي ومسقطه الأفقي مرئي والثاني يقــع تحــت المســتوي ومسقطه الأفقي غير مرئي ، وفي الوقت نفسَه فإن أحد القسمين السابقين يكون أمام المستوي المفروض ومسقطه الجبهي مرئي والقسم الثاني يقع خلف المستوي ومسقطه الجبهي غير مرئي .

ليكــن لدينا المستقيم AB والمستوي P ، لتنقيط المستقيم بالنسبة للمستوي نتبع الخطوات التالية : (الشكل ٥-٣٩)

١- نوجــد نقطــة تقاطع المستقيم AB مع المستوي P ولتكن النقطة M وهي تقسم المستقيم إلى قسمين أحدهما مرئي والآخر غير مرئي .

٢- نــأخذ نقطة ما على أحد قسمي المستقيم مثل النقطة I ونعين وضعها بالنســبة للمســتوي المفــروض ، حيث نمرر منها مستقيم شاقولي ونعين نقطة تقــاطع هذا المستقيم مع المستوي P فنحصل على النقطة II ، فإذا كان $Z_I > Z_{II}$ يكون قسم المستقيم المدروس يقع فوق المستوي ومسقطه الأفقي مرئي وإلا فإنه غير مرئي .

٣- بالطريقة نفسها نأخذ نقطة ما على أحد قسمي المستقيم مثل النقطة III ونعيــن وضــعها بالنسبة للمستوي المفروض ، حيث نمرر منها مستقيم أمامي ونعين نقطة تقاطع هذا المستقيم مع المستوي P فنحصل على النقطة IV ، فإذا كان $Y_{III} > Y_{IV}$ يكون قسم المستقيم المدروس يقع أمام المستوي ومسقطه الجبهي مرئي وإلا فإنه غير مرئي .



الشكل (٥-٣٩)

٤- إذا كـــان المستوي صاعداً يكون تنقيط مسقطي المستقيم واحداً ، وإذا كان المستوي هابطاً يكون تنقيط مسقطي المستقيم متعاكساً .

مثال تطبيقي :

فـــي المـــثال المبين في الشكل (٥-٤٠) لدينا المستقيم EF والمستوي P المعين بالمثلث ABC ، لتنقيط المستقيم بالنسبة للمستوي نتبع الخطوات التالية :

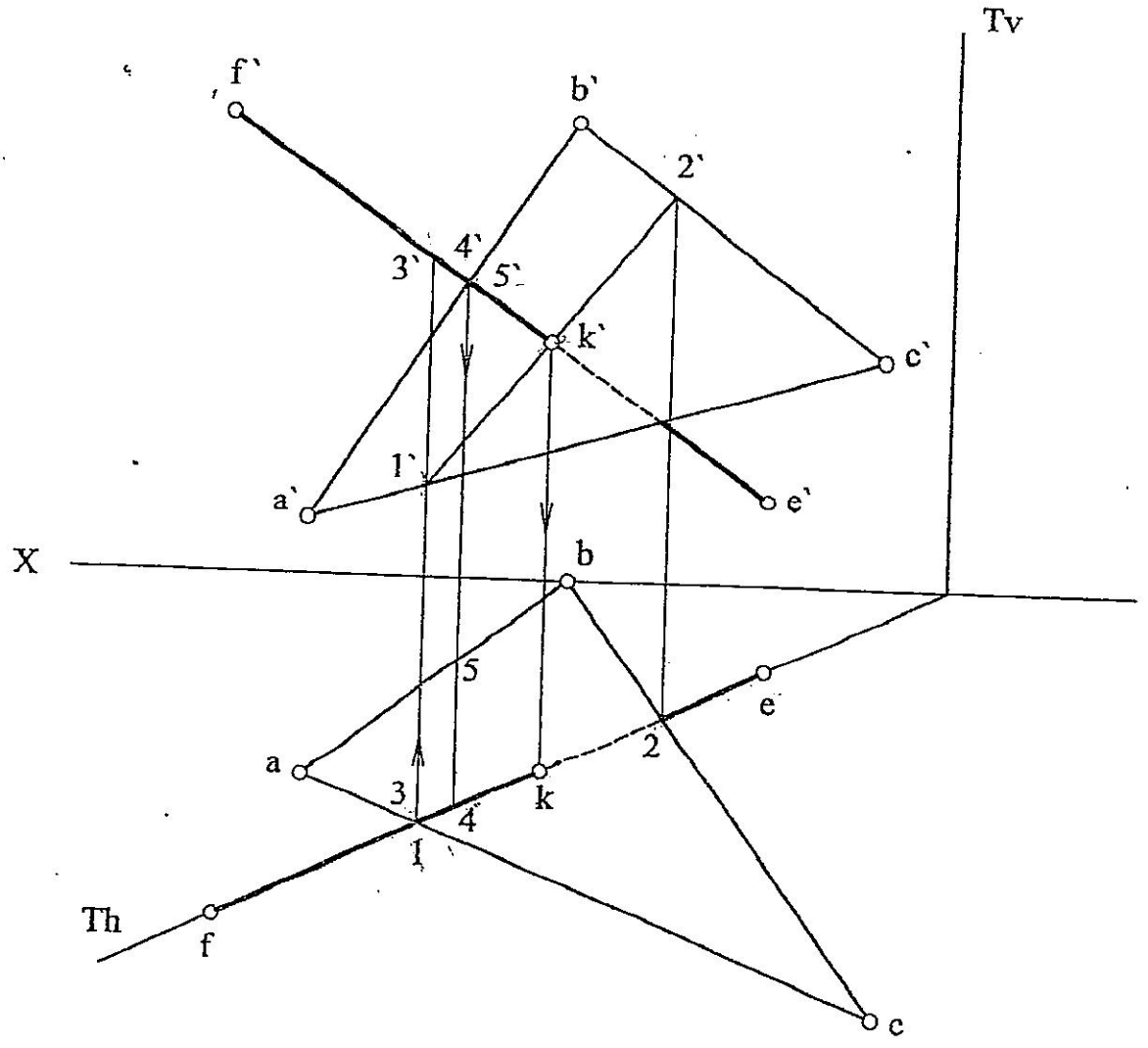
- نمـــرر من المستقيم EF مستوي مساعد شاقولي T بحيث ينطبق أثره الأفقي T_h على المسقط ef .

- نحدد الفصل المشترك بين المستوي T ومستوي المثلث ABC حيث نأخذ مستقيماً يقع في مستوي المثلث ونعين تقاطعه مع المستوي T فنحصل على نقطـــة أولـــى من الفصل المشترك وبنفس الطريقة نحصل على نقطة ثانية من الفصل المشترك ، أي أن المستقيم I II هو الفصل المشترك للمستويين .

- يـــتقاطع الفصـــل المشترك مع المستقيم EF في النقطة K التي تمثل نقطة تقاطع هذا المستقيم مع المثلث ABC .

- لتنقيط المستقيم بالنسبة للمستوي نختار نقطة ما على أحد قسمي المستقيم مثل النقطة III ونمرر منها مستقيماً شاقولياً يتقاطع مع المستوي بالنقطة I ، نلاحظ أن $Z_{III}>Z_I$ وبالتالي قسم المستقيم الواقع يسار نقطة الاختراق يقع فوق المستوي فمسقطه الأفقي مرئي ·

- بالطريقة ذاتها نختار نقطة ما على أحد قسمي المستقيم مثل النقطة IV ونمرر منها مستقيماً أمامياً يتقاطع مع المستوي بالنقطة V ، نلاحظ أن $Y_{IV}>Y_V$ وبالتالي قسم المستقيم الواقع يسار نقطة الاختراق يقع أمام المستوي فمسقطه الجبهي مرئي ·



الشكل (٥-٤٠)

٥-١٠. تنقيط مستويين بالنسبة لبعضهما البعض :

تتم عملية تنقيط مستويين بالنسبة لبعضهما البعض بالاعتماد على القاعدتين التاليتين :

١- يقسم مسقط الفصل المشترك مسقط المستويين من نفس الاسم إلى منطقتين، فإذا كانت مساقط نقاط أحد المستويين في إحدى المنطقتين مرئية فهي غير مرئية في المنطقة الأخرى .

٢- إن تنقيط مساقط نقاط أحد المستويين في إحدى المنطقتين يعاكس تنقيط مساقط نقاط المستوي الآخر في نفس المنطقة .

٥-١١. تقاطع مستويين كيفيين في الحالة العامة :

في المثال المبين بالشكل (٥-٤١) لدينا المستويين ABC و EFD ، لتعيين الفصل المشترك للمستويين السابقين نتبع الخطوات التالية :

- نقطع المستويين المفروضين بالمستوي الأفقي T_1 ، فيتقاطع مع المستوي ABC بالمستقيم الأفقي AI ويتقاطع مع المستوي DEF بالمستقيم الأفقي II III ، المستقيمان السابقان يتقاطعان بالنقطة K التي تمثل نقطة أولى من الفصل المشترك المطلوب .

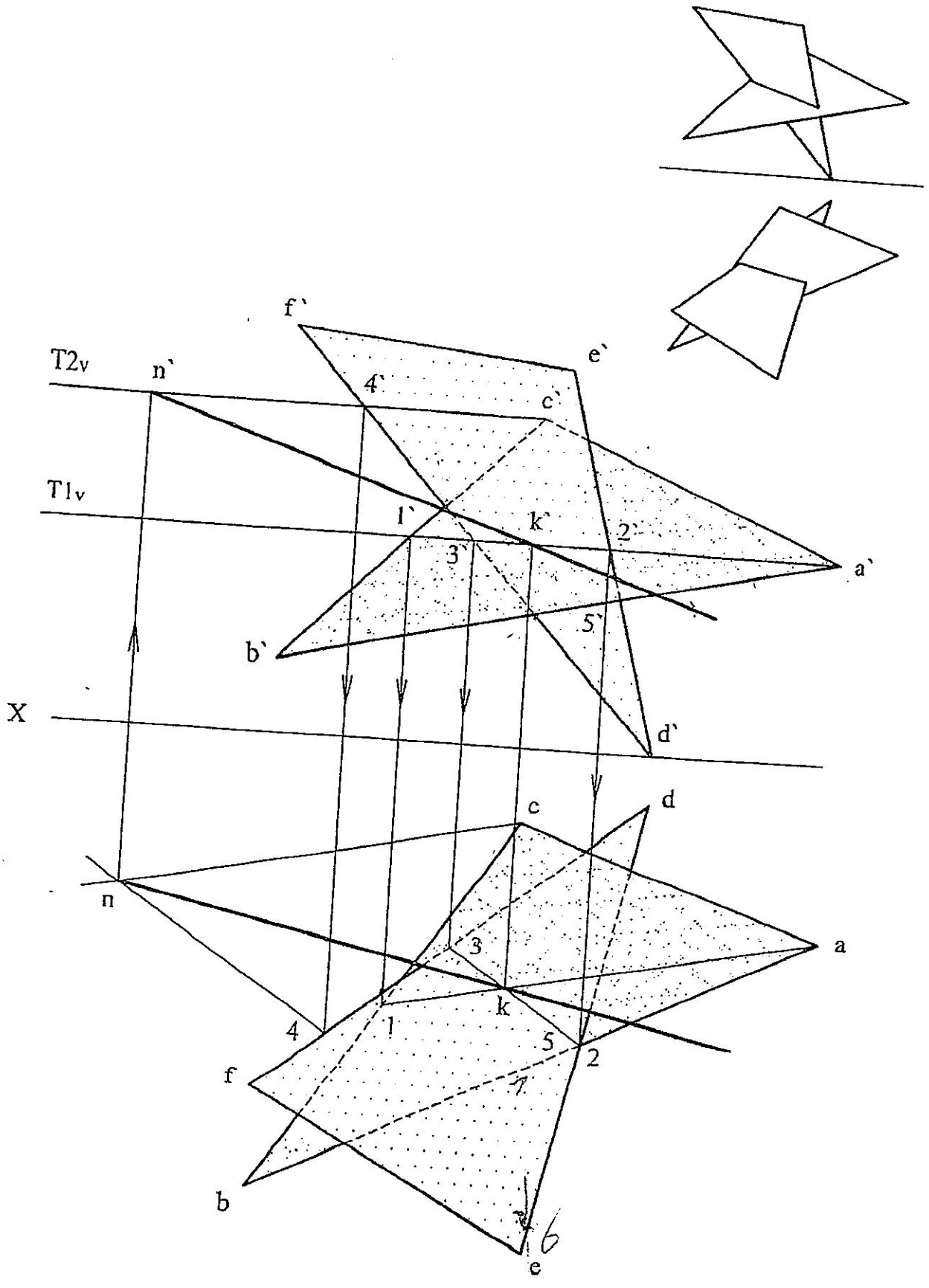
- بالطريقة نفسها نقطع المستويين المفروضين بالمستوي الأفقي T_2 فنحصل على النقطة N التي تمثل نقطة ثانية من الفصل المشترك المطلوب ، وبالتالي المستقيم KN هو الفصل المشترك المطلوب .

ملاحظة :

كان من الممكن إمرار مستويات مساعدة من المستقيمات المعينة لأحد المستويين وتعيين تقاطعاتها مع المستوي الآخر وتحديد الفصل المشترك .

لتنقيط المستويين بالنسبة لبعضهما البعض نتبع الخطوات التالية :

- الفصل المشترك للمستويين السابقين يقسم كل مستوي إلى قسمين أحدهما مرئي والآخر غير مرئي ، نختار نقطة ما من أحد المستويين وليكن المستوي DEF مثل النقطة II ونمرر منها مستقيماً شاقولياً .



الشكل (٥-٤١)

يـــتقاطع المستقيم الشاقولي السابق مع المستوي ABC بالنقطة V ، نلاحظ أن $Z_{II}>Z_V$ وبالتالـــي فـــإن القســـم اليميني (يمين الفصل المشترك) من المستوي DEF يقـــع فـــوق المستوي ABC وبالتالي يكون مسقطه الأفقي مرئي والقسم الآخـــر غـــير مرئي ، وعندها يكون قسم المستوي ABC الواقع يمين الفصل المشترك غير مرئي والقسم الآخر مرئي .

يتم بالطريقة نفسها تنقيط المسقط الجبهي للمستويين وذلك باختيار نقطة ما من أحد المستويين وتمرير منها مستقيم أمامي ونعين تقاطعه مع المستوي الآخر ثم نعين وضع المستويين بالنسبة لبعضهما .

المستقيمات والمستويات المتعامدة

٥-١٢. مقدمة :

١- يتعامد مستقيم مع مستوٍ إذا كان عمودياً على مستقيمين متقاطعين من هذا المستوي ، وإذا تعامد مستقيم مع مستوٍ يكون عمودياً على جميع مستقيمات هذا المستوي .

٢- يتعامد مستويان إذا احتوى أحدهما على مستقيم عمودي على الآخر أو كان أحدهما عمودياً على مستقيم موازٍ للمستوي الآخر .

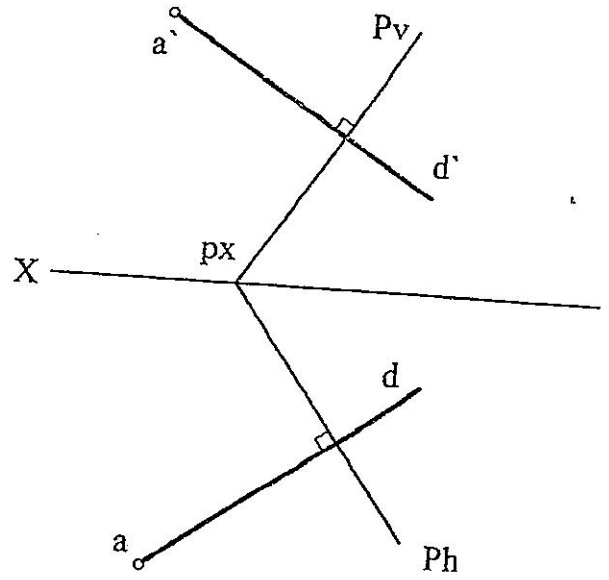
٣- إذا تعامد مستويان فأثراهما من نفس الاسم غير متعامدين ، وإذا تعامد كل أثرين من نفس الاسم لمستويين ، فالمستويان غير متعامدين . وإذا كان أحد المســتويين المتعامديــن عمودياً على أحد مستويي الإسقاط ، فأثراهما على هذا المستوي متعامدان .

٥-١٣. إنشاء من نقطة عمود على مستوي :

ليكن لدينا النقطة A والمستوي P ، والمطلوب إنشاء من النقطة A عموداً على المستوي P .

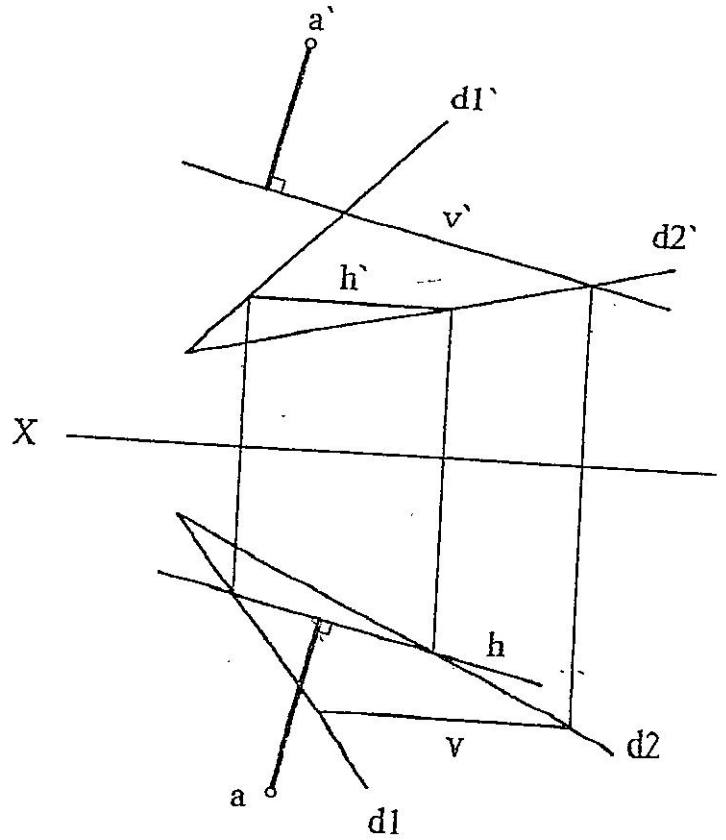
إذا كـــان المســـتوي P معيناً بخطي أثريه ، يكفي أن نرسم من a عموداً علـــى الأثـــر الأفقـــي P_h ونرســـم مـــن a' عمـــوداً علـــى الأثر الجبهي P_v

(الشكل ٥-٤٢) ، لأن الزوايا القائمة تظهر قائمة على مستويات الإسقاط إذا كان أحد أضلاعها يقع أو يوازي مستوي الإسقاط .



الشكل (٥-٤٢)

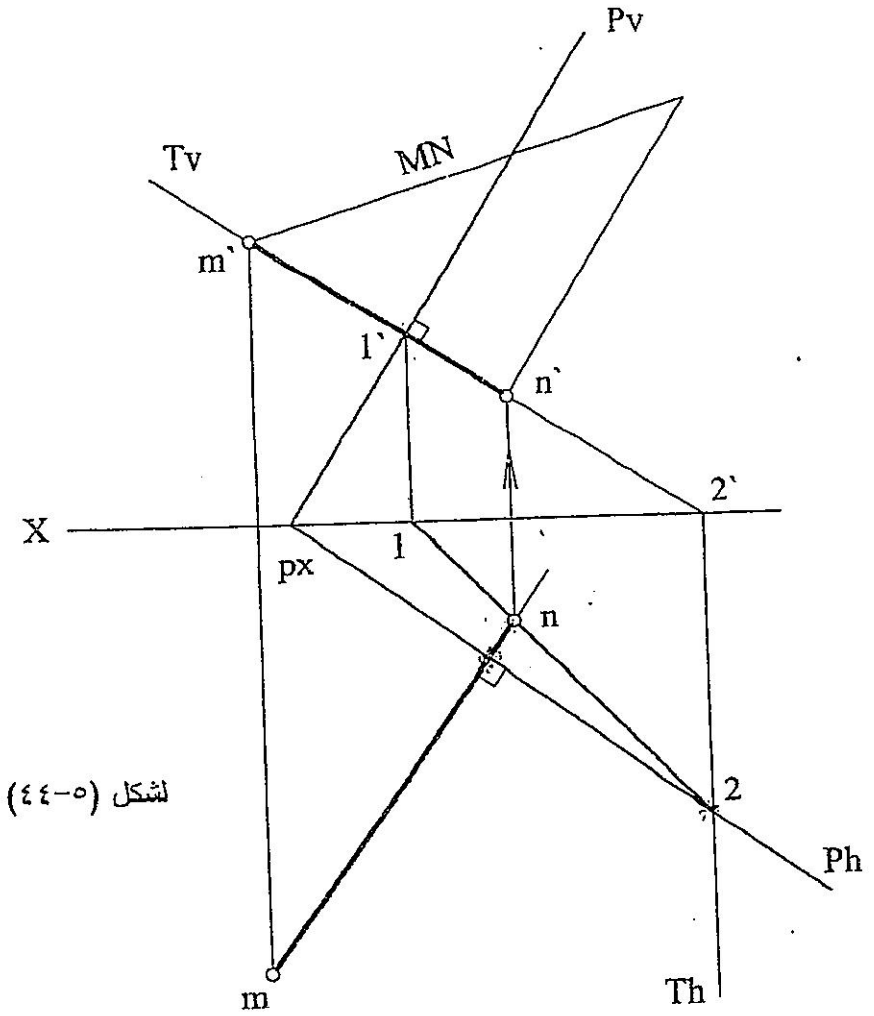
أما إذا كان المستوي P معين بمستقيمين مَتقاطعين D_1,D_2 فإننا نرسم في المســتوي P مستقيم أفقي H ومستقيم جبهي V ثم نرسم من a´ عموداً على v´ ونرسم من a عموداً على h كما في الشكل (٥-٤٣) .



الشكل (٥-٤٣)

٥-١٤. إيجاد بعد نقطة عن مستوي :

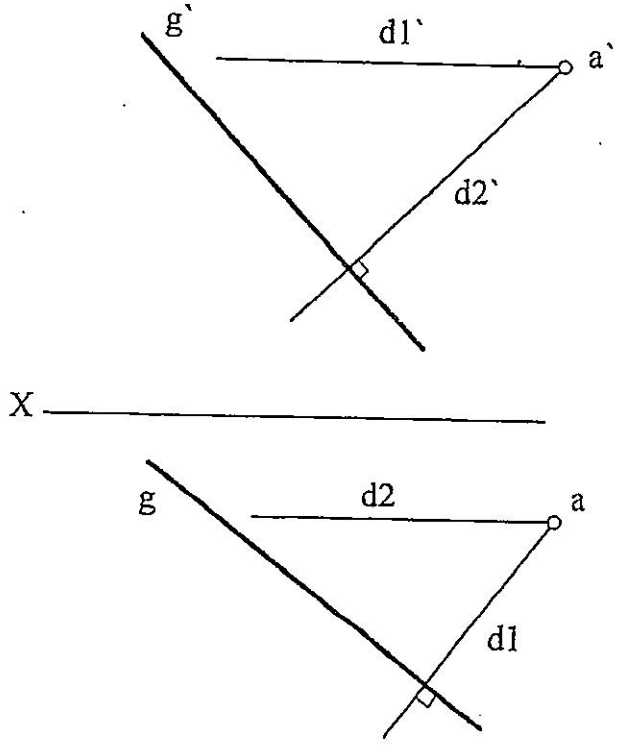
لإيجاد بعد النقطة M عن المستوي P نرسم من النقطة A عموداً على المستوي P ثم نحدد نقطة تقاطع العمود السابق مع المستوي P ولتكن النقطة N ، نصل النقطتين M , N ونوجد الطول الحقيقي للمستقيم MN فنحصل على البعد المطلوب الشكل (٥-٤٤) .



لشكل (٥-٤٤)

٥-١٥. رسم مستوٍ يمر من نقطة معلومة ويتعامد مع مستقيم معلوم :

لتكن لدينا النقطة A والمستقيم G ، والمطلوب رسم من النقطة A مستوياً عمودياً على المستقيم G . نرسم من النقطة A المستقيم الأفقي D_1 والمستقيم الجبهي D_2 بحيث يكونان عموديين على المستقيم المفروض ، فالمستوي المعين بالمستقيمين المتقاطعين D_1 , D_2 هو المستوي المطلوب (الشكل ٥-٤٥) .

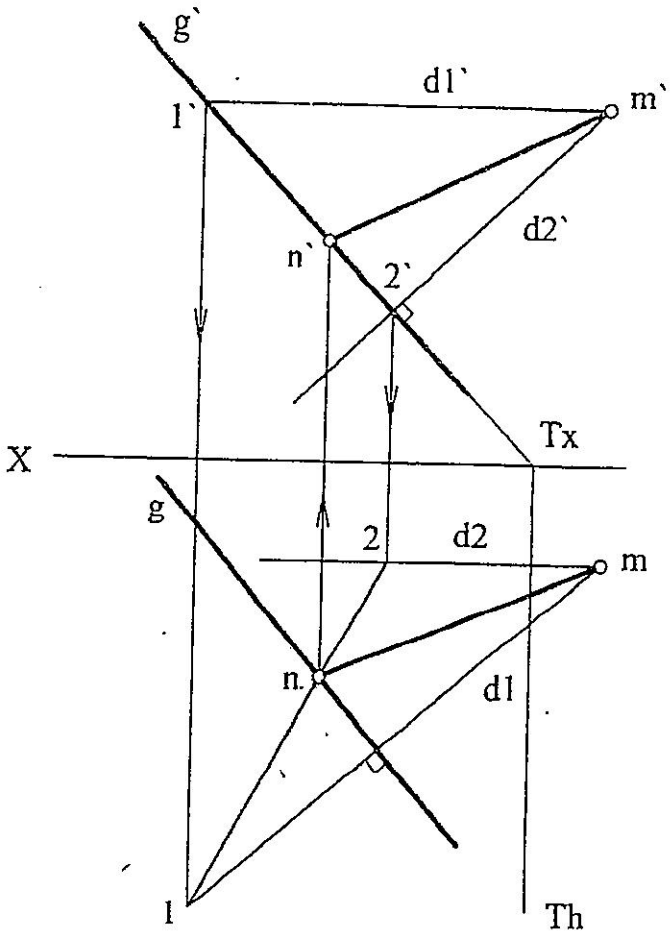


الشكل (٥-٤٥)

٥-١٦. رسم مستقيم يمر من نقطة معلومة ويتعامد مع مستقيم معلوم :

لرسم مستقيم يمر من نقطة معلومة ويتعامد مع مستقيم معلوم نرسم من النقطة مستوياً عمودياً على المستقيم المفروض ، ثم نوجد تقاطع هذا المستوي مع المستقيم ونصل نقطة التقاطع مع النقطة المفروضة فنحصل على المستقيم المطلوب .

في الشكل (٥-٤٦) نريد رسم مستقيم يمر من النقطة M ويتعامد مع المستقيم G . نرسم من M المستقيم الأفقي D_1 والمستقيم الجبهي D_2 بحيث يكونان عموديين على المستقيم G فالمستوي المعين بالمستقيمين المتقاطعين D_1 , D_2 يكون عمودياً على المستقيم G . نعين نقطة تقاطع المستوي السابق مع المستقيم المفروض ولتكن النقطة N ، نصل النقطتين M , N فنحصل على المستقيم المطلوب .



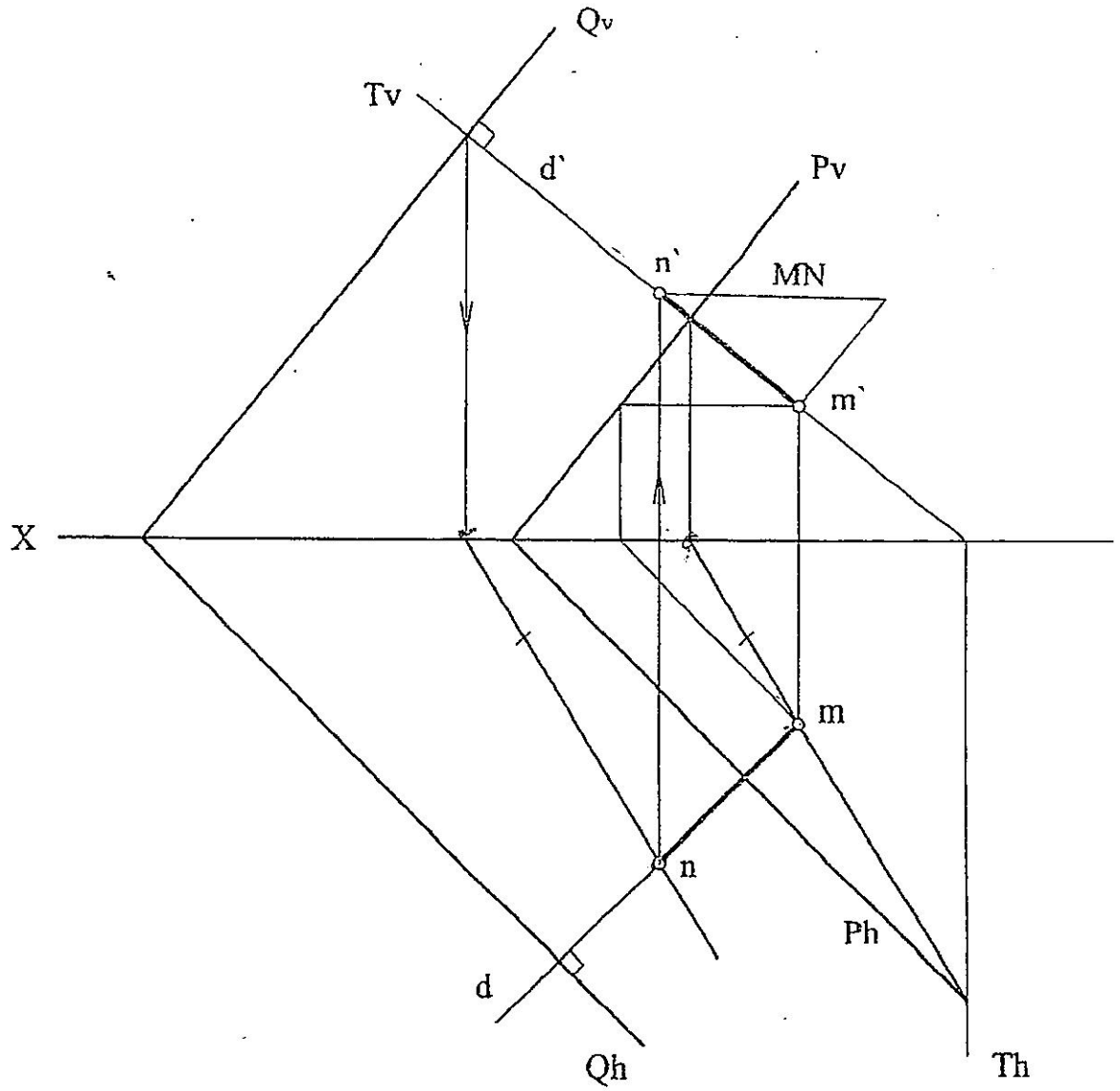
الشكل (٥-٤٦)

٥-١٧. تعيين بعد نقطة عن مستقيم :

لتعيين بعد نقطة عن مستقيم نرسم من هذه النقطة مستوياً عمودياً على المستقيم المفروض ونعين نقطة التقاطع ، ثم نصل النقطة المفروضة مع نقطة التقاطع فنحصل بذلك على العمود المطلوب ثم نعين الطول الحقيقي للعمود فنحصل على البعد المطلوب .

٥-١٨. تعيين المسافة بين مستويين متوازيين :

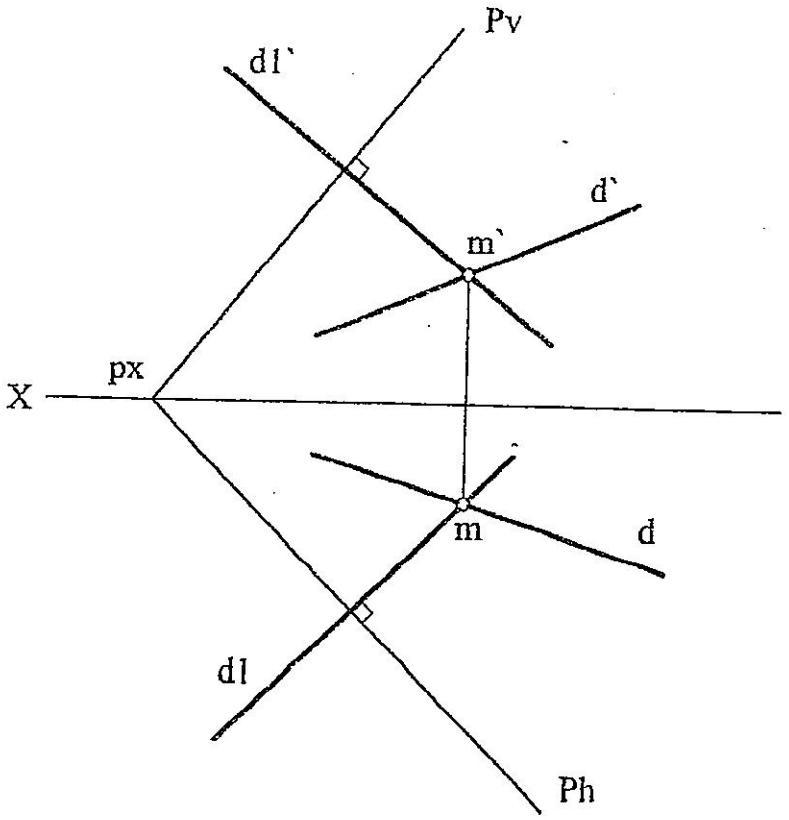
ليكن لدينا المستويين المتوازيين P , Q ، والمطلوب إيجاد المسافة بين المستويين . نأخذ في المستوي P النقطة M ونرسم منها العمود D على المستوي Q ونعين نقطة تقاطعهما N ، نصل النقطتين M , N فنحصل على العمود المطلوب ، نوجد الطول الحقيقي للمستقيم MN فنحصل على البعد المطلوب (الشكل ٥-٤٧) .



الشكل (٥-٤٧)

٥-١٩. المستوي العمودي على مستوي :

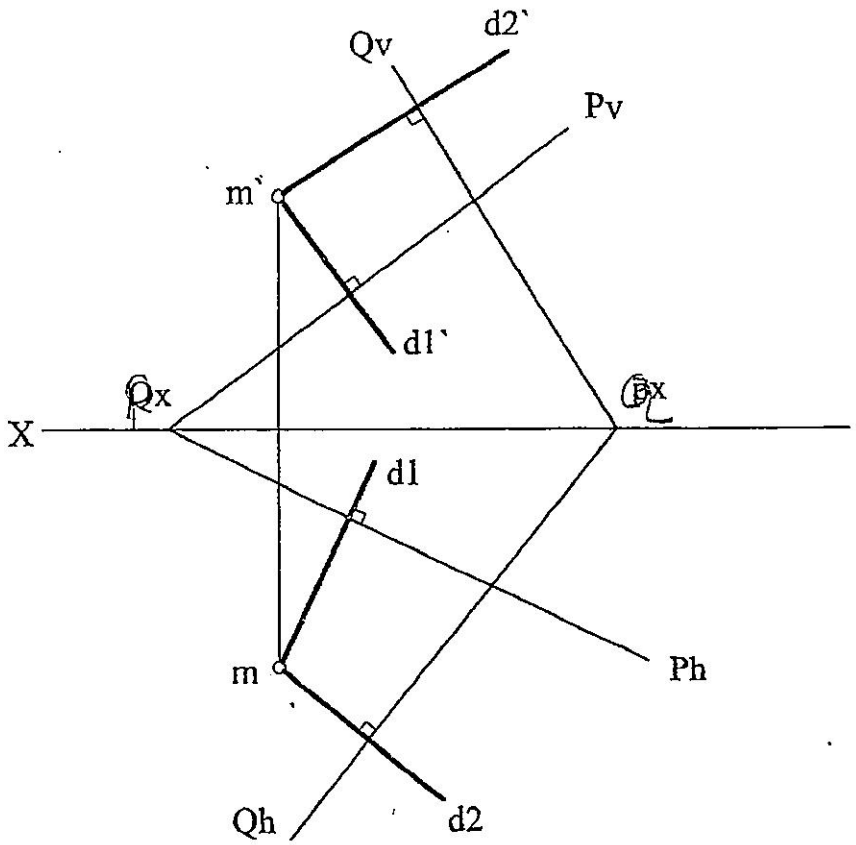
ليكــن لدينا المستقيم D والمستوي P ، والمطلوب إنشاء مستوي يمر من المستقيم D ويتعامد مع المستوي P . نختار نقطة ما من المستقيم D مثل النقطة M ونرســم مــنها العمود D_1 على المستوي P . المستوي المعين بالمستقيمين المتقاطعين D_1 , D عمودي على المستوي P كونه يحوي مستقيماً عمودياً على المستوي P (الشكل ٥-٤٨) .



الشكل (٥-٤٨)

٥-٢٠. رسم من نقطة معلومة مستوياً عمودياً على مستويين :

لتكن لدينا النقطة M والمستويين P , Q ، والمطلوب رسم من النقطة M مستوياً عمودياً على المستويين P , Q ، نرسم من النقطة M المستقيم D_1 بحيث يكون عمودياً على المستوي P والمستقيم D_2 بحيث يكون عمودياً على المستوي Q فالمستوي المعين بالمستقيمين D_1 , D_2 هو المستوي المطلوب (الشكل ٥-٤٩) .



الشكل (٥-٤٩)

الفصل السادس

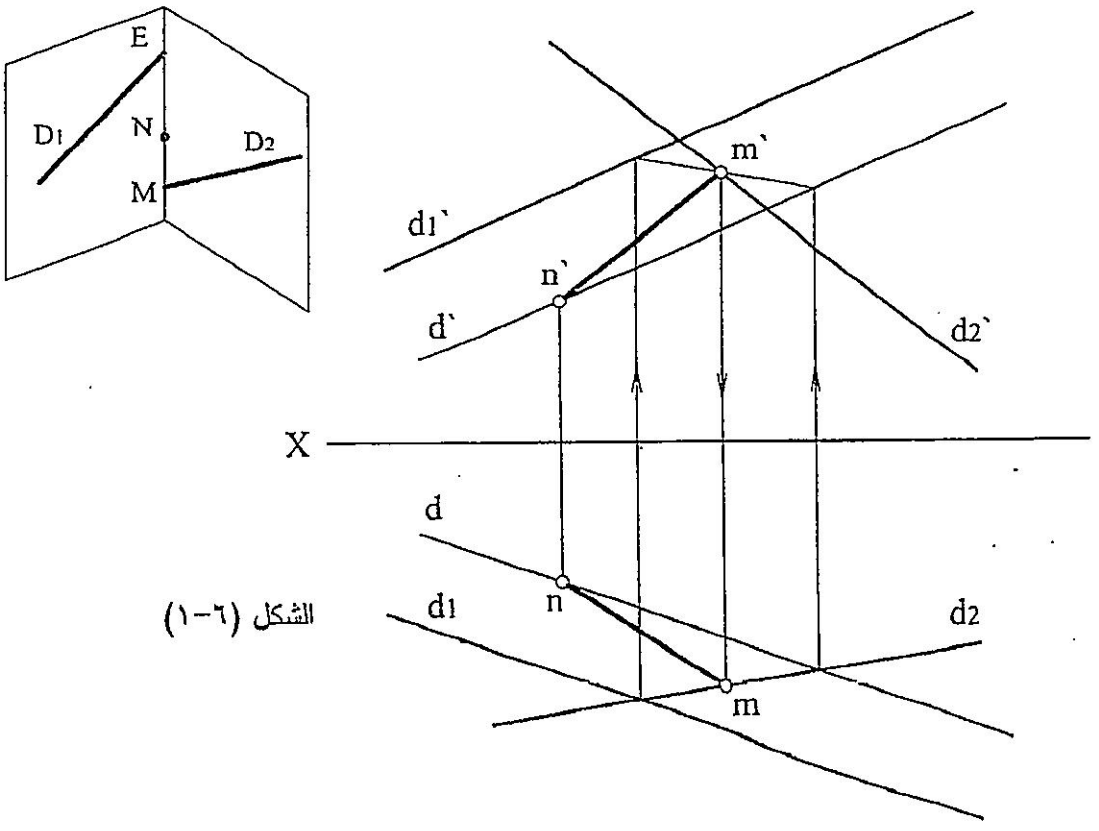
المستقيمات المتخالفة

مقدمة :

إن المستقيمات المتخالفة كما عرفناها سابقاً لا تقع في مستوي واحد وبالتالي فإنه يمكن الوصل بينها بعدد لا متناه من مستقيمات الوصل ، ونبين فيما يلي أهم هذه المستقيمات .

٦-١ : المستقيم الواصل بين مستقيمين متخالفين ويمر من نقطة معلومة : (الشكل ٦-١)

ليكن لدينا المستقيمان المتخالفان D_2 , D_1 والنقطة المعلومة N . المستقيم المطلوب هو الفصل المشترك لمستويين ، أحدهما مار بالمستقيم D_1 والنقطة N والآخر مار بالمستقيم D_2 والنقطة N .



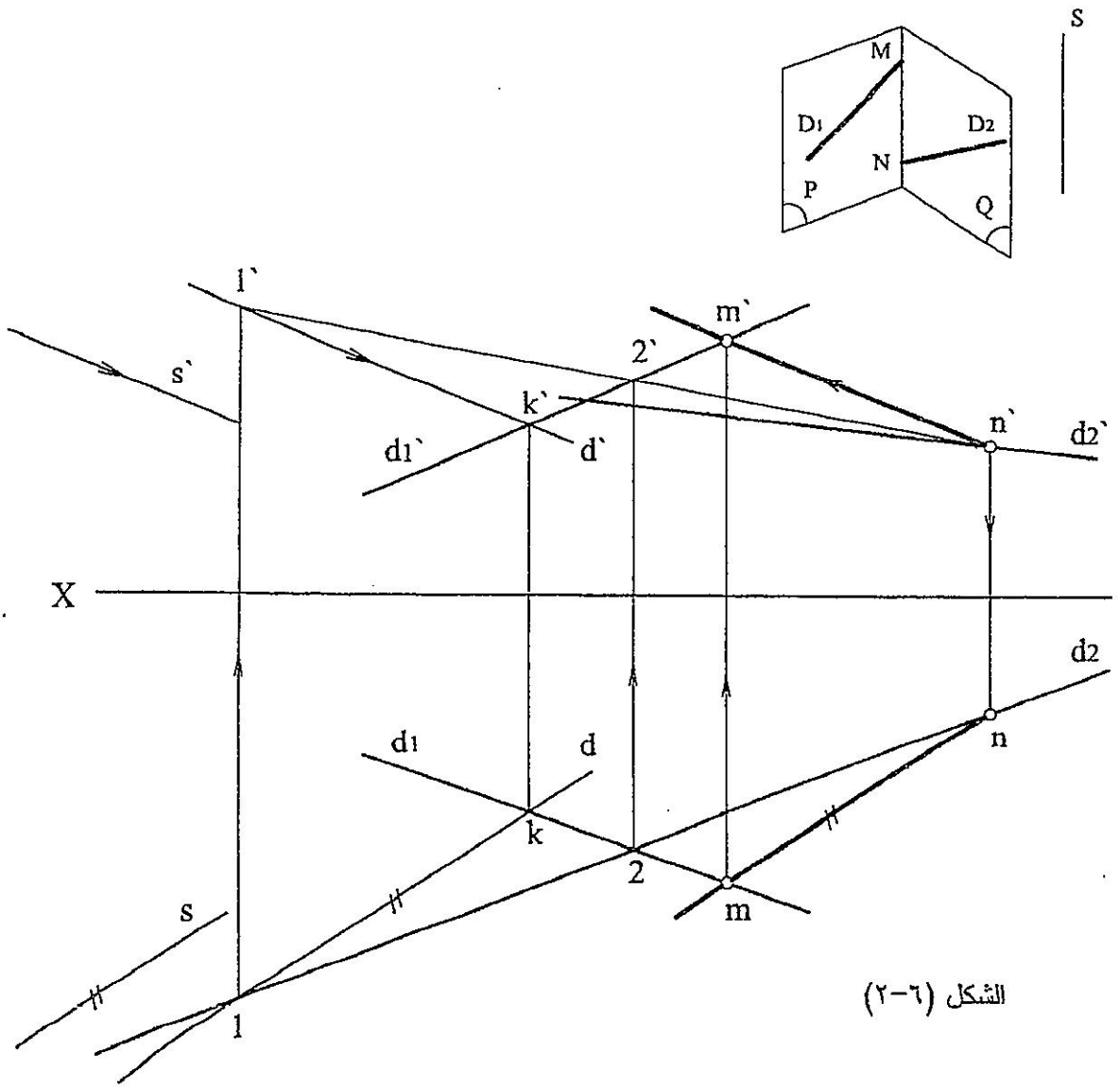
الشكل (٦-١)

لتعيين الفصل المشترك السابق نرسم من النقطة N المستقيم D الموازي للمستقيم D_1 ، ثم نحدد تقاطع المستقيم D_2 مع المستوي (D , D_1) فنحصل على النقطة M ، نصل M , N فنحصل على المستقيم المطلوب .

٦-٢ : المستقيم الواصل بين مستقيمين متخالفين ويوازي استقامة معلومة :

(الشكل ٦-٢)

ليكن لدينا المستقيمين المتخالفين D_2 , D_1 والاستقامة المعلومة S . نعين المستوي P المار من المستقيم D_1 والموازي للاستقامة S ، كما نعين المستوي Q المار من المستقيم D_2 والموازي للاستقامة S ، الفصل المشترك للمستويين السابقين هو المستقيم المطلوب .



الشكل (٦-٢)

٦-٣ : أقصر مسافة بين مستقيمين متخالفين : (الشكل ٦-٣)

ليكن لدينا المستقيمان المتخالفان D_1 , D_2 والمطلوب إيجاد أقصر مسافة بينهما. فالمستقيم الواصل بينهما والعمودي على كليهما هو أقصر بعد بينهما.

إن اتجاه العمود المشترك S يكون عمودي على المستوي الموازي للمستقيمين D_1 , D_2 أو المستوي المار من أحدهما والموازي للآخر، لتحديد هذا الاتجاه نختار نقطة ما من المستقيم D_2 مثل K ونرسم منها المستقيم D الموازي للمستقيم D_1 فنحصل على المستوي P المعين بالمستقيمين D_2 , D والموازي للمستقيم D_1 ، نحدد بعد ذلك اتجاه العمود المشترك S حيث نرسم من النقطة K مستقيماً عمودياً على المستوي P بالاستعانة بمستقيم أفقي I II وآخر جبهي K III .

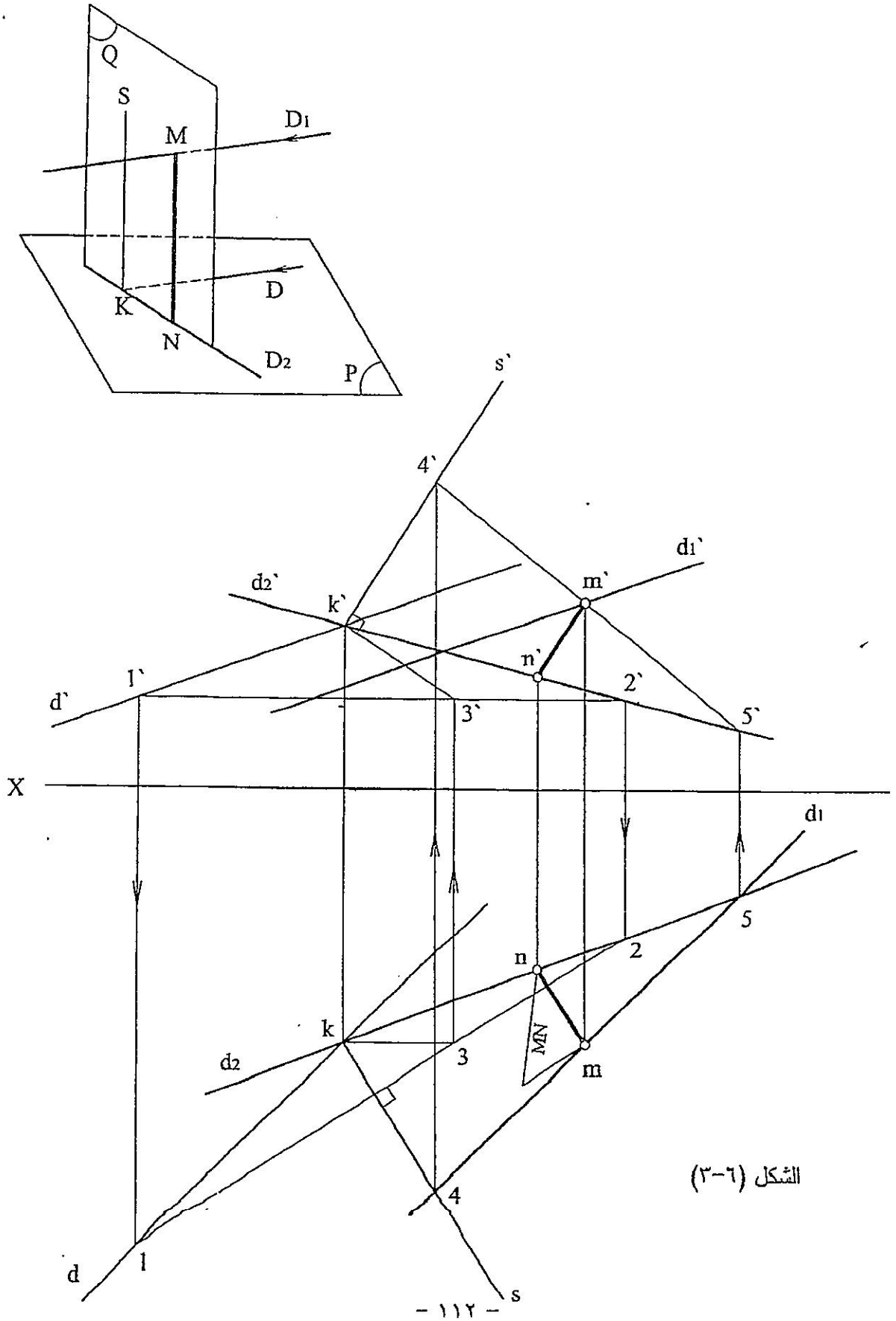
نعين تقاطع المستقيم D_1 مع المستوي Q المعين بالمستقيمين D_2 , S فنحصل على النقطة M الواقعة على العمود المشترك ، نرسم من M موازياً للاستقامة S ونعين تقاطعه مع المستقيم D_2 فنحصل على النقطة N ، وبالتالي المستقيم MN هو العمود المطلوب .

حالات خاصة :

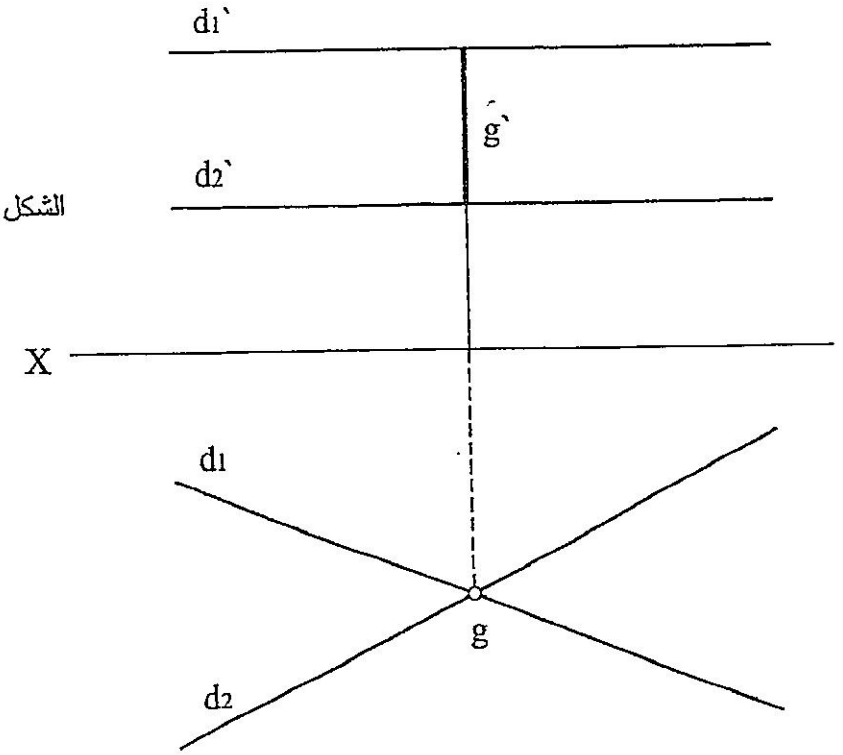
١- إذا المستقيمان المتخالفان موازيين لأحد مستويي الإسقاط ، يكون العمود المشترك لهما عمودي على مستوي الإسقاط المذكور . فإذا كان المستقيمان المتخالفان D_1 , D_2 يوازيان المستوي الأفقي للإسقاط فإن العمود المشترك لهما G هو مستقيم شاقولي طول مسقطه الجبهي g' يساوي المسافة بين المستقيمين المتخالفين (**الشكل ٦-٤**) .

٢- إذا كان أحد المستقيمين عمودياً على أحد مستويي الإسقاط فالعمود المشترك يوازي مستوي الإسقاط المذكور. فإذا كان المستقيمان المتخالفان D_1 , D_2 وكان المستقيم D_1 شاقولي فهو عمود على المستوي الأفقي للإسقاط H وبالتالي فإن العمود المشترك G عبارة عن مستقيم أفقي مسقطه الأفقي g

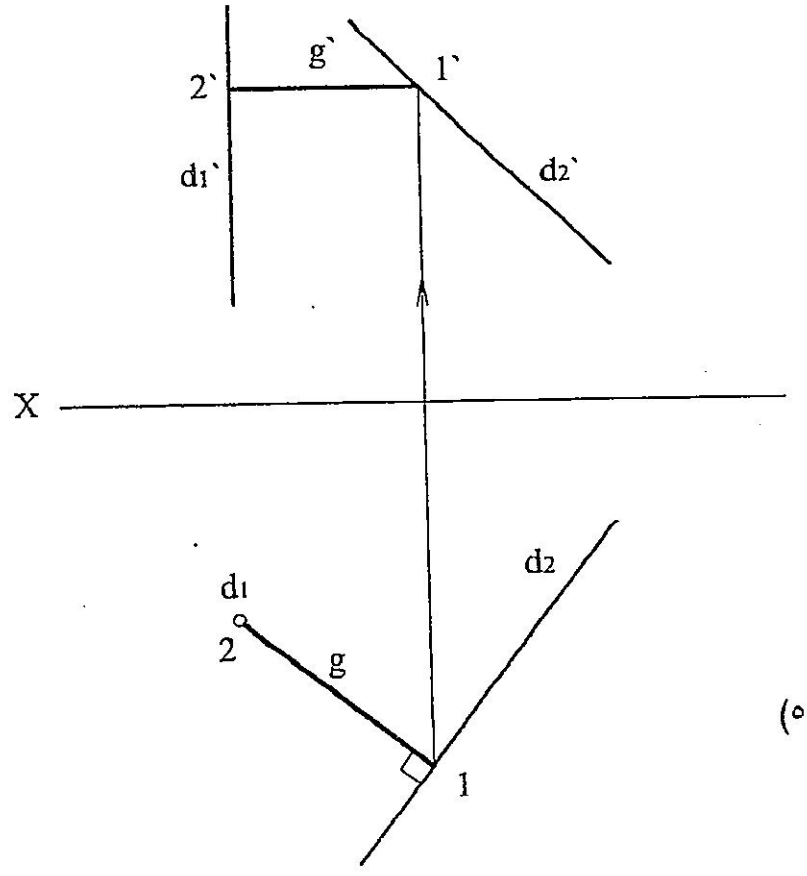
عمودي على المسقط d_2 ومسقطه الجبهي يوازي خط الأرض ، وطول مسقطه الأفقي يساوي المسافة بين المستقيمين المتخالفين (**الشكل ٦-٥**) .



الشكل (٦-٣)



الشكل (٦-٤)



الشكل (٦-٥)